

Турбулентность и её моделирование

А.С. Филиппов

8-495-955-22-19, phil@ibrae.ac.ru

Москва 2023

Литература: рекомендуемая, цитируемая

- 1. И.О. Хинце, Турбулентность. М., Наука, 1963 (физические основы)
- 2. D.C. Wilcox, Turbulence modeling on CFD. 1992 (и более поздние издания; модели турбулентности: k- ω , k- ε , ...)
- 3. S.B. Pope, Turbulent flows (основы, модели)
- 4. ANSYS Fluent 6.3, 12.2-16.2: User's guide (6.3), Theory guide (12.1.4-16.2)
- 5. А.Ю. Снегирёв. Численное моделирование турбулентных течений. СПб. 2009
- 6. М. Ван-Дайк. Альбом течений жидкости и газа. М., Мир, 1986
- 7. П.Г. Фрик. Турбулентность: модели и подходы. 2010 г.
- 8. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Гидродинамика (т. Х)
- 9. В.Г.Левич, Физико-химическая гидродинамика
- 10.А.С. Монин, А.М. Яглом. Статистическая гидромеханика. М., Наука, 1963
- 11.И.А. Белов, С.А. Исаев. Моделирование турбулентных течений. СПб. 2001
- 12.К.Н. Волков, В.Н. Емельянов, Моделирование крупных вихрей в расчётах турбулентных течений, М., Физматлит, 2008

Время от времени появляются новые малотиражные курсы лекций, издания вузов etc.

Бросая в воду камешки, смотри на круги, ими образуемые, иначе такое бросание будет пустою забавою.

К.Прутков, Сочинения

Турбулентность как гидродинамическое явление: варианты классификации

Примеры:

возникновение и развитие (вниз по течению)
 турбулентности в стационарных потоках

Обтекание тел (цилиндр), струи, погран. слой

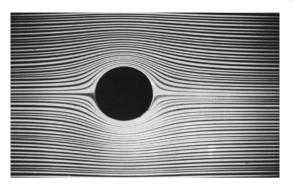
Поток жидкости: физика, конфигурация и устойчивость

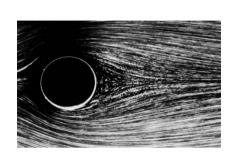
Классификация: - По состоянию вещества в движении и воздействию на него	- По источнику, конфигурации и границам течения	- По мех. состоянию и структуре <i>потока</i> - (не)устойчивость
$egin{align*} & Cжимаемость \ & u_{\text{max}} - u_{\text{min}} << \text{C} : несжимаемая} \ & u_{\text{max}} - u_{\text{min}} < \text{C} : дозвуковая} \ & u_{\text{max}} - u_{\text{min}} \geq \text{C} : (\text{сверх})$ звуковая - Волны, скачки уплотнения,	"Пристеночный" поток : обтекание, поток в канале, в системе границ или каналов etc. (Внешние границы)	Рэлея-Тэйлора: Архимедова сила: нормальное давление (критерий Рэлея)
Многофазность: граница раздела - одна фаза; - две и более фаз – межфазный обмен: импульс, масса, тепло	Большой объём (своб. конвекция, струи,): структура и её границы устанавливаются потоком	Кельвина- Гельмгольца : тангенциальная неоднородность
Силовые поля: гравитация – понятно, МГД – сложно, там свои неустойчивости	Квазипериодичная или "пористая" среда etc.	Аналогичные (вращ. цилиндр,)

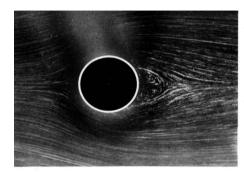
Все три важны, но далее – только о состоянии и структуре потока однородной жидкости. Картина течения определяется соотношением сил (силовые поля, инерция, вязкость), скомпонованным в критерии Re, Ra etc. Развитие неустойчивости влечёт переход в другое состояние потока (не состояние вещества). Турбулентность потока – развитая неустойчивость. "Развитая" означает новую структуру потока. Эта структура допускает относительно простое описание.

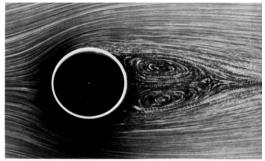
"Структуризация" потока при росте скорости (энергия, импульс)

Обтекание: от потенциального течения – к ламинарному (см. Ван-Дайк)





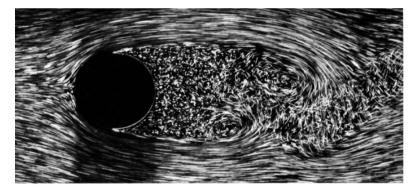




41. Обтекание кругового цилиндра при Re = 13,1. 42. Обтекание кругового цилиндра при Re = 26.

 $Re_c = 26$ $Re_c=1$

И – к турбулентному –

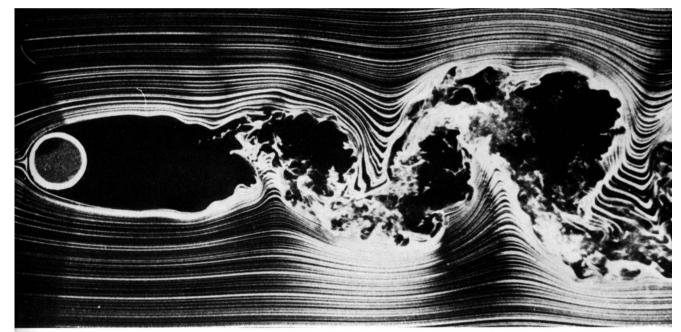


47. Обтекание кругового цилиндра при Re=2000. При таком числе Рейнольдса можно уже понастоящему говорить о пограничном слое. В передней части этот слой ламинарен, затем он отрывается и разрушается, превращаясь в турбу-

здесь уже достигли своего предельного положения в направлении вверх по потоку, находящегося впереди сечения максимальной толщины. Визуализация осуществляется с помощью воздушных пузырьков в воде. Фото ONERA. [Werlé, Gallon, 1972]



 $Re_c = 10000$



48. Обтекание кругового цилиндра при Re = 10 000. стоянным в диапазоне чисел Рейнольдса, охваты-При скорости, в пять раз превышающей скорость потока на предыдущем снимке, картина течения не претерпевает серьезных изменений. Коэффициент сопротивления, следовательно, остается почти по-

ваемом этими двумя снимками. Этот коэффициент снижается позднее, когда, как показано на фото 57, пограничный слой становится турбулентным уже в месте отрыва. Фото Thomas Corke, Hassan Nagib

Развитие турбулентности в потоке – результат неустойчивости



ламинарного – к турбулентному: развитие турбулентности в затопленной струе вниз по потоку

 $Re_{tube} = 30\ 000$

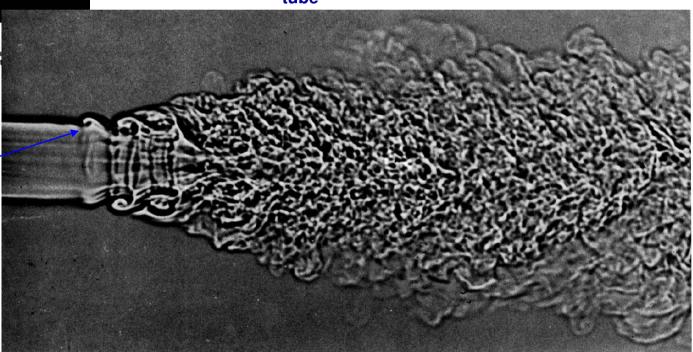
102. Неустойчивость осесимметричной струи. Ла- колебания, затем эта область струи минарный поток воздуха вытекает из круглой трубы при числе Рейнольдса 10000 и визуализируется с помощью дымовой проволочки. Во внешней области струи развиваются осесимметричные

в вихревые кольца, после чего струя новится турбулентной. Фото Robert

Re_{tube}=10 000

неустойчивости Развитие на границе струи

Физический механизм неустойчивость тангенциального разрыва

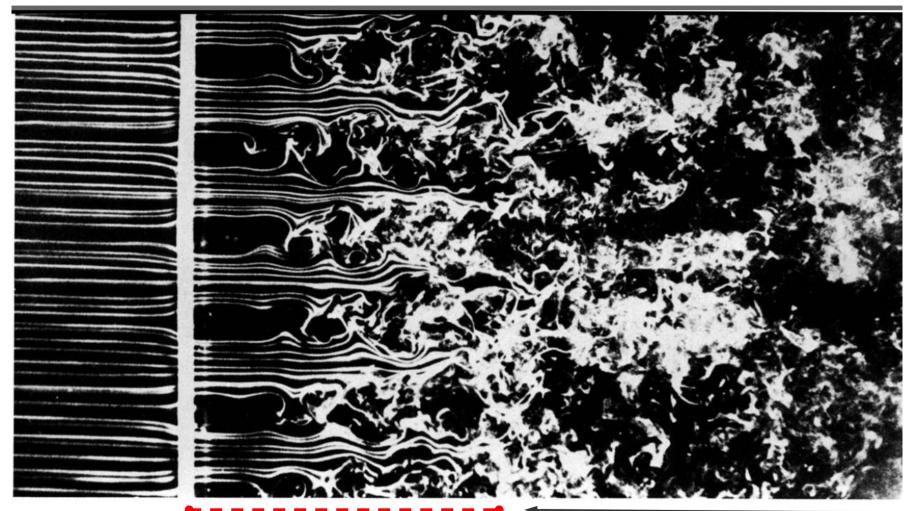


117. Неустойчивость круглой струи. Эта теневая фотография демонстрирует струю углекислого газа диаметром 1/4 дюйма, вытекающую в воздух при скорости 127 фут/с. Когда струя вытежает из сопла при числе Рейнольдса, равном примерно

30 000, она ламинарна. На расстоянии одного диаметра вниз по потоку струя обнаруживает неустойчивость, после чего происходит образование вихревых колец и переход к турбулентности. Фото Fred Landis, Ascher H. Shapiro

Развитие турбулентности и "развитая турбулентность"

От ламинарного – к турбулентному: развитие вниз по потоку – <u>перемешивающая</u> <u>решётка</u> – множественные струи



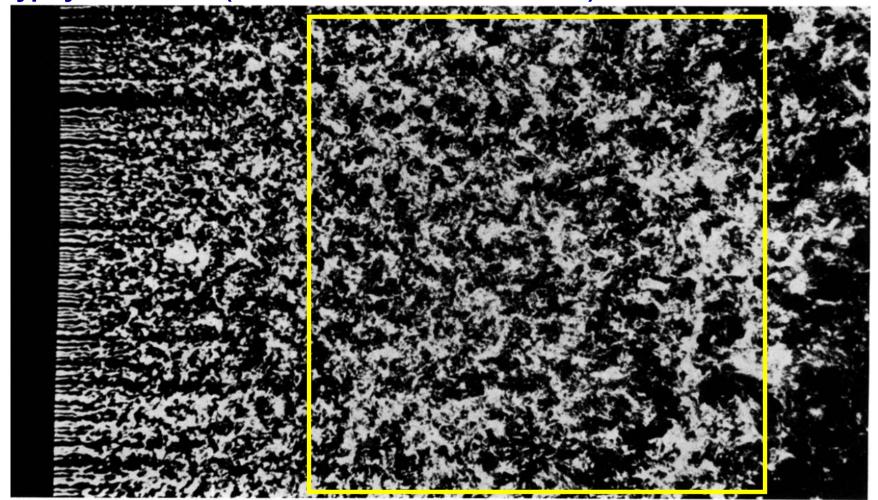
Длина установления

152. Порождение турбулентности решеткой. Дымовые проволочки демонстрируют прохождение однородного ламинарного потока через пластинку толщиной 1/16 дюйма с квадратными перфорациями размером 3/4 дюйма. Число Рейнольдса, рас-

считанное по однодюймовому размеру ячейки решетки, равно 1500. Неустойчивость сдвиговых слоев приводит к развитию турбулентности вниз по потоку. Фото Thomas Corke, Hassan Nagib

Развитие турбулентности и "развитая турбулентность"

Однородная, изотропная турбулентность – излюбленный объект теоретических изысканий и прямого численного моделирования турбулентности (Direct Numerical Simulation)

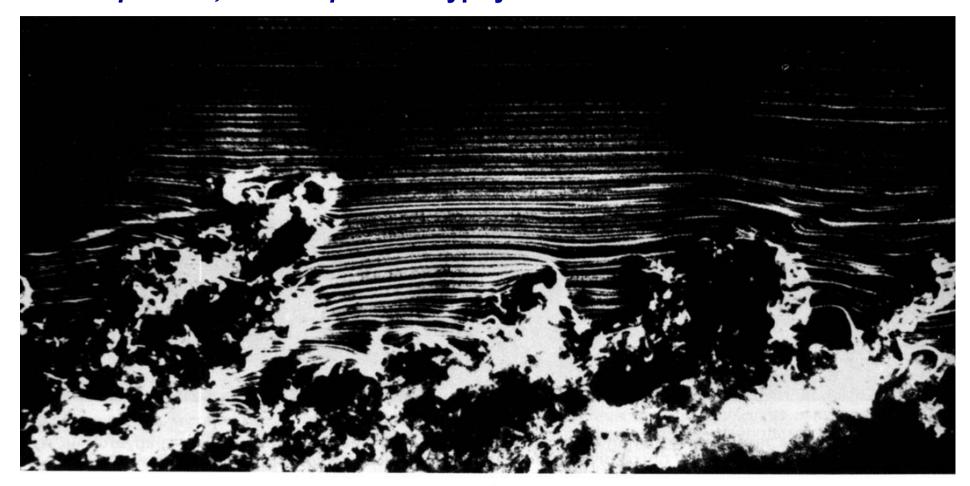


153. Однородная турбулентность за решеткой. За решеткой более частой, чем на предыдущем снимсе, сливающиеся неустойчивые следы быстро образуют однородное поле. По мере затухания

вниз по потоку это поле становится полезным приближением идеализированной модели изотропной турбулентности. Фото Thomas Corke, Hassan Nagib

Локализованная и перемежающаяся турбулентность

Турбулентный погран. слой – камень преткновения моделей турбулентности – неоднородная, неизотропная турбулентность



157. Турбулентный пограничный слой, вид сбоку. Здесь турбулентный пограничный слой развивается естественным образом на плоской пластинке длиной 3,3 м, подвешенной в аэродинамической трубе. Линии меченых частиц, идущие от дымовой проволочки, поставленной вблизи острой перед-

ней кромки, освещаются вертикальным световым ножом. Число Рейнольдса, рассчитанное по тол-щине потери импульса, равно 3500. Хорошо видна перемежающаяся структура слоя в его внешней части. Фото Thomas Corke, Y. Guezennec, Hassan Nagib

Влияние турбулентности – это главное в гидродинамике турбулентного потока

- Турбулентность как гидродинамическая неустойчивость возникает "почти всегда" в теплообменных аппаратах АЭС и др., где силы в потоке достаточно велики для трансформации ламинарного течения в турбулентное;
- Т. во многом определяет картину течения и характеристики потока;
- Т. влияет на перенос и приграничный обмен: импульс, энергия, масса;
- Т. зависит от условий (границы, скорости в потоке, объёмные силы, ...);
- В вычислительной гидродинамике (**CFD**) детали турбулентного потока в практически важных случаях не могут быть определены. Но в технике эти детали часто несущественны (описываются статистически) важны средние;
- Осреднённое описание даётся моделями турбулентности.

Для проведения и понимания результатов моделирования турбулентных течений необходимы знание и опыт работы с моделями турбулентности

Классификация турбулентности: (ан)изотропия, (не)однородность, время

Пристеночная турбулентность, анизотропия структуры потока *у стенки*:

- Поток в круглой трубе и щели Re>2300 ... (неустойчивость, метастабильность при гладких стенках до Re=50000)
- Конвекция в большом объёме с простыми границами (плоские ...)

Свободная турбулентность (частично может быть однородной и изотропной):

- Вихревая дорожка за цилиндром переходит в "турбулентный след" при росте скорости потока взаимодействие вихрей, "спектр заполняется" ...;
- Затопленные струи; перемешивающие решётки ("много струй");
- Конвективные струи: термики, шлейфы (факелы) аналогично ...;
- Конвекция Рэлея-Бенара (Р-Т неустойчивость) "много термиков";

Развитие и вырождение турбулентности во времени и пространстве

Постепенность установления турб., в ряде случаев – "неразвитость" :

- постепенность при росте скорости потока, во времени и вдоль по потоку "развитие" (примеры: струя, диффузор, ...);
- обычно, у сложных границ «перемежаемость» (см. у Хинце и др.);
- затухание при уменьшении источника энергии потока "вырождение";

Практически все течения, рассматриваемые в статистической теории, относятся к развитой квазистационарной и изотропной турбулентности. Сравнительно проста пристеночная турбулентность, когда стенка формирует поток.

Турбулентность – гидродинамическое (не микро-) явление. Её описание – в рамках МСС, обычно – не детальное, а *модельное*

- Полагается, что уравнения Навье-Стокса (УНС) описывают всё турбулентное течение вязкой жидкости (s_{ik}~∇_iu_k), существует минимальный масштаб δ пульсаций в турбулентности и δ >> λ, длины пробега молекул. То же для масштаба времени нет необходимости уточнять или вводить новые уравнения (хотя линейность закона трения слабое место УНС при сильной турбулентности ...)
- Предположение о выполнимости УНС позволяет также рассчитывать на успех применения анализа размерностей.
- Но УНС не могут быть решены аналитически, а только численно. Причём, решения могут не быть корректными по Адамару (существование аттрактора Лоренца: динамический хаос) неточность нарастает во времени.
- Современная CFD не способна в практически важных случаях разрешать масштаб δ (DNS: исследовательские расчёты, малые Re, малые размеры). Поэтому почти всегда –
- Количественное описание турб. статистическое (усреднённое). Гидродинамика турбулентности – это "Статистическая гидромеханика" и –
- Уравнения ГД дополняются моделями турбулентности. Методология CFD модифицируется, включая эти модели это дополнительные уравнения. Какие именно уравнения? Poi segue ...

Цели, задачи, план семестрового курса

- Общая характеристика турбулентных течений (ТТ), ориентированная на модели турбулентности;
- Происхождение моделей Т. «порядок в хаосе» и его «модели» как эвристика;
- Существование ТКЭ и уравнение её транспорта. Незамкнутость модели;
- RANS модели и LES модели: логика формулировок и область применимости;
- <u>CFD (computational fluid dynamics)</u> что это такое? (Далее в применении к слабосжимаемым TT газодинамика не затрагивается);
- Сетка, сеточные примитивы (ясное понимание простых вещей!)
- **Базовые возможности, структура меню etc. CFD кода** (на примере FLUENT);
- Как решаются уравнения H-C в CFD-кодах схема двух основных подходов;
- <u>Граничные условия. Пристеночные функции</u> как моделируется пристеночная турбулентность?
- Особенности турбулентных **свободно-конвективных течений**;
- Решение задач: простые примеры турбулентных течений:
 - а) напорные (труба, обратная ступенька, труба с уступом и теплообменом)
 - б) свободно-конвективные (РБК, вертикальная стенка, ...)

Занятия и порядок сдачи зачёта (дифференцированный)

- Занятия посвящены в основном теории, с примерами из практики CFD;
- Практические занятия (код ANSYS FLUENT) не проводятся;
- Но простые примеры процесса решения задач демонстрируется, т.к. ANSYS FLUENT типичный представитель коммерческого CFD кода;
- Самостоятельная работа по этой части приветствуется, но не более того;
- Занятия завершаются зачётом с оценкой;
- Зачётное задание: два вопроса по теории и задача. Максимальная сумма баллов = 10;
- Принесённая самостоятельно и успешно решённая с помощью CFD кода задача даёт 6 баллов, но требует разбора;
- Набор зачётных задач будет сформирован несколько позже.

- Как счесть деревья? смеясь, сказал Степан Аркадьич ...
- Сочесть пески, лучи планет хотя и мог бы ум высокий...
- Ну да, а ум высокий Рябинина может. И ни один купец не купит, не считая ...

Л.Н.Толстой. Анна Каренина

Книга по математике начинается словами "Мы знаем ..."

И.Ильф, Записные книжки

Общие сведения о подходах к моделированию

- Уравнения гидродинамики
- Предположения статистических моделей турбулентности

Уравнения движения жидкости (для сжимаемой – и ур-е энергии)

• Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = m \ (=0)$$

• Ур-е движения – Навье-Стокса :

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_k}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial s_{ik}}{\partial x_k} + G_i = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} u_i + (\mu_2 + \frac{\mu}{3}) \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_i} u_j + G_i$$

• Несжимаемая жидкость:

линейный з-н сопротивления, пост. вязкость

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_k}{\partial x_k} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + v \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} u_i + g_i$$

• <u>Граничные условия ...</u>

 ρ – плотность, p – давление , $u_{\rm i}$ – компоненты скорости , $g_{\rm i}$ – плотность внешних сил, μ – динамическая вязкость, тензор напряжений: $\sigma_{\rm ik}$ = $-1/3p\delta_{\rm ik}$ + $s_{\rm ik}$

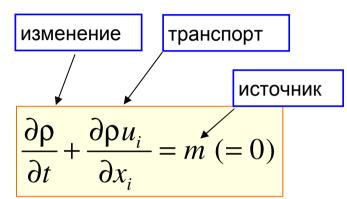
Замечание: интерпретация слагаемых общего балансного закона

В эйлеровой системе отсчёта – неподвижная система координат, «сетка» контрольных объёмов etc., «сквозь» которую движется сплошная среда – жидкость, твёрдое деформируемое тело, газ ...

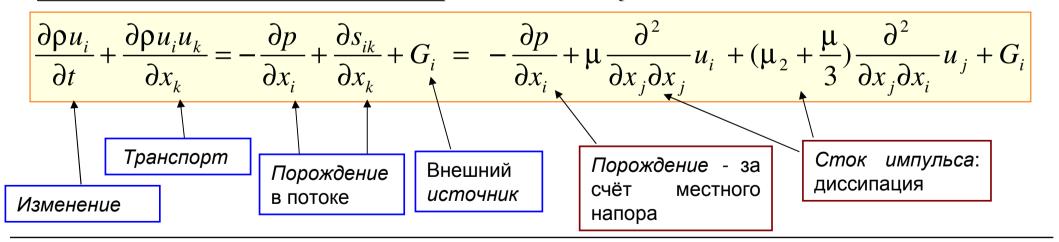
<u>"Балансы" и запись слагаемых</u>

– это суть уравнений среды:

Уравнение неразрывности – баланс массы «в точке»



• Ур-е движения – Навье-Стокса – баланс импульса



Замечание. Уравнения МСС – на ед. объёма. Параметры состояния отнесены к ед. массы и везде умножены на плотность [кг/м³].

Почему "модель" турбулентности в детерминистическом описании?

• <u>Что понимается</u> под термином "<u>модель</u>" в описании турбулентного движения с помощью УН-С и модели турбулентности? Это –

Дополнительные предположения о турбулентном течении, позволяющие рассчитать его средние характеристики также по УН-С, но с добавлением источниковых и др. слагаемых или иных "моделирующих" модификаций.

• Задача разработки модели — задать вид модификации УНС, имеющей заданную точность, допускающей экспериментальную проверку — вид уравнений, способ вычисления коэфф-тов и др.

- Условия построения большинства моделей турбулентности:
- <u>Рассматривается установившееся течение</u> становление турбулентности во времени не рассматривается структура потока в среднем неизменна (см. также "эргодичность" турб. потока ...)
- <u>"Пространственная структура турбулентного потока"</u> далее обычно понимается в смысле структуры, средней *во времени* для каждой точке потока

Предположения всех статистических моделей турбулентности

Опыты с турбулентными течениями позволяют заключить, что –

- Существует "среднее" течение : в установившемся турб. течении нет полного хаоса есть средние значения и (средние) отклонения от них;
- Эргодичность для вычисления средних по результатам измерений

$$\left\langle \theta(x, t_0) \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \theta(x, t_0) \omega(\theta) d\theta \quad \Leftrightarrow \quad \left\langle \theta(x) \right\rangle = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \theta(x, t + \tau) d\tau \,, \quad T >> \tau_{correl}$$

• Существуют min, max масштабы турбулентного течения : пространственные масштабы ($\delta << R$) и масштабы времени t,T (масштаб усреднения) — δ и t можно установить по анализу пульсаций ... :

$$R\sim$$
 (размер сечения), $\delta\sim(v^3/\epsilon)^{1/4}$, $t\sim\delta/u$, $T\sim R/U$

• Квазипериодичность, существование "спектра пульсаций" величин $\Phi(k,t)$ и $F(x,\omega)$ в турбулентном течении (характеризуют структуру потока в пространстве скоростей и частот)

$$f(\mathbf{x},t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\mathbf{k},t) e^{ikx} d\mathbf{k} , |\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda , \qquad f(\mathbf{x},t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\mathbf{x},\omega) e^{2\pi i \omega t} d\omega$$

• Замечание. Спектр пульсаций непрерывен только приближённо – даже в развитой турбулентности спектр "псевдозаполнен". Но интегральное представление удобно.

Подходы к численному моделированию турбулентности

- <u>DNS direct numerical simulation</u> "безмодельное" численное решение УНС, свободное от предположений, но *удовлетворяющее физическим критериям* пригодности расчётных сеток и требованиям к качеству схем аппроксимации (важно, т.к. под "DNS" разные авторы могут понимать разные его реализации). Этот критерий в DNS оценка мин. допустимого размера сетки: N~Re^{9/4} (Фрик) см. ниже.
- <u>RANS</u> Reynolds averaged Navier-Stokes (1883) осреднение УНС (см.ниже); <u>Замечание</u>: проводим различие между "Усреднением" (получение средних) и "Осреднением" (формулировка в терминах средних величин)
- "Алгебраические модели" частный, простейший случай RANS;
- <u>LES</u> <u>Large eddies simulation</u> (версии: VLES, DES etc.) если осреднение Рейнольдса проводить с учётом распределения пульсаций по частотам, не включая те, что разрешаются сеточным разбиением, то получится заготовка для LES-модели. (Детали см. обширную литературу ...)
- "Transitional" модели расширения RANS для перемежающейся турбулент.

<u>Нет универсальной и "точной" для всех случаев модели турбулентности</u>

Схема построения RANS модели турбулентности

- (1) Reynolds Averaged Navier-Stokes Осреднение уравнения Навье-Стокса, сведение влияния турбулентности на движение (импульс) к источнику тензорный объект r_{ik} . Аналогично для уравнений переноса скаляра (температура, концентрация).
- (2) <u>"Проблема замыкания"</u> как определить компоненты тензора напряжений Рейнольдса r_{ik} ? Предположения: простая и повсеместно используемая **гипотеза** Буссинеска и её аналоги введение "турбулентной вязкости". (Замечание гипотеза Буссинеска и её недостатки разглядываются и критикуются уже десятки лет, но альтернативной работоспособной в CFD модели пока нет ...)
- (3) <u>Как определить эту турб. вязкость?</u> (А) "Алгебраически". (Б) Ввести для неё ещё уравнение. Выражается через турбулентную кин. энергию характеристику потока: <u>Уравнение для ТКЭ</u>. К этому вводится *диссипация* ТКЭ и <u>уравнение для диссипации ТКЭ</u>: μ_т ~ ρ k^2 /ε ~ ρk/ω "замыкание" модели турбулентности.
- (4) В итоге семейство **двухпараметрических RANS моделей:** k-ε, k-ω, их версии.

Этим ограничивается введение в CFD модели турбулентности (основанные на RANS). После чего – некоторые важные факты из теории и практики CFD на примерах решения типовых задач. Дальнейшее изучение – см. литературу.

Всё встряхни, пригладь, оправь, Ни морщинки не оставь ...

(Стихотворение из детства)

RANS-модели – Reynolds averaged Navier-Stokes Рейнольдсово осреднение транспортных уравнений: импульса, энергии, концентрации

Вместо сложного решения более простых уравнений N.-S. получают простое решение более сложных уравнений RANS

Замечание. Рассмотрение — для режимов слабой сжимаемости. Более общее — осреднение по Фавру — для энергии, температуры, скорости берутся несколько другие определения средних величин, чем для давления и плотности. Результат — практически тот же ...

Зачем нужны осреднённые уравнения, RANS etc.?

- Возможные способы решения практической задачи гидродинамики:
 - (1) Получение (численно) решения в деталях и его усреднение (по пространству, по времени), т.к. обычно нужно не ~10¹² чисел, а несколько интегралов и пространственных/временных зависимостей.
- Возможно **только в простых случаях**, представляющих "академический интерес" как тестовые примеры или способ исследования турбулентных решений УНС.
 - (2) Получение сразу осреднённого решения для инженерных приложений.
 - Вид этого уравнения? Обоснование процедуры осреднения? Строится <u>статистическая модель</u> – общие предположения и формулы.
- Таким образом: вместо "усреднения" "осреднение" детали строения потока суммированы "в среднем" уравнении (r_{ik}) , которое надо получить;
- *Не уничтожаются ли важные детали*? вопрос важный, но конкретный, решается "по месту" с моделями турбулентности разного класса
 - Важнейшая роль проверкам методики и получаемых результатов: "V&V" "верификация и валидация" что достойно отдельного обсуждения.

- Случайная величина в точке, $\theta(x,t)$: задана функцией плотности вероятности $\omega(\theta(x,t))$
- Усреднение ("по ансамблю") $\theta(x,t)$: $\theta^m \equiv \overline{\theta} \equiv \langle \theta(x,t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \theta(x,t) \omega(\theta) d\theta$ (операция получения среднего)
- Правила усреднения: действие оператора усреднения в разных случаях —

Дано:
$$a = \overline{a} + \alpha$$
, $b = \overline{b} + \beta$, $\langle \alpha \rangle = \langle \beta \rangle = 0$ Имеем $\langle a \rangle = \langle \overline{a} + \alpha \rangle = \overline{a}$ Далее:

$$\langle \langle a \rangle \rangle = \langle \langle a \rangle + \alpha \rangle = \langle a \rangle \qquad \langle c\alpha \rangle = c \langle \alpha \rangle \qquad \langle a + b \rangle = \langle a \rangle + \langle b \rangle, \ \langle ab \rangle = \langle a \rangle \langle b \rangle + \langle \alpha \beta \rangle$$

Предельный переход и дифференцирование:

$$\left\langle \frac{\partial a}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \left\langle a \right\rangle}{\partial t}, \quad \left\langle \frac{\partial a}{\partial x_k} \right\rangle = \frac{\partial \left\langle a \right\rangle}{\partial x_k}$$

• Двухточечное среднее функции:

$$\left\langle f(\theta_1(x_1,t),\theta_2(x_2,t),t)\right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1,x_2,t) \omega(\theta_1,\theta_2) d\theta_1 d\theta_2$$

• 2-точечный момент (корреляция):

$$M_{12} = \langle \theta_1 \theta_2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \theta_1 \theta_2 \omega(\theta_1(x_1, t), \theta_2(x_2, t)) d\theta_1 d\theta_2$$

• Центральный 2-момент:

$$| m_{12} = \left\langle (\theta_1 - \theta_1^m)(\theta_2 - \theta_2^m) \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\theta_1 - \theta_1^m)(\theta_2 - \theta_2^m) \omega(\theta_1(x_1, t), \theta_2(x_2, t)) d\theta_1 d\theta_2$$

• Средние и пульсационные составляющие:

$$u_i = \langle u_i \rangle + v_i = U_i + v_i, \quad p = \langle p \rangle + \beta = P + \beta, \quad \rho = \langle \rho \rangle + \gamma, \quad G_i = g_i + f_i$$

• Осреднение уравнения неразрывности (слагаемое с γ – мало ...)

$$\left\langle \frac{\partial (\langle \rho \rangle + \gamma)}{\partial t} + \frac{\partial (\langle \rho \rangle + \gamma)(U_i + v_i)}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} + \left\langle \frac{\partial \gamma}{\partial t} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial (\langle \rho \rangle U_i + \gamma U_i + \langle \rho \rangle v_i + \gamma v_i)}{\partial x_i} \right\rangle =$$

$$= \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \rho \rangle U_i}{\partial x_i} + \left\langle \frac{\partial \gamma U_i}{\partial x_i} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \langle \rho \rangle v_i}{\partial x_i} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \gamma v_i}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \rho \rangle U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \langle \gamma v_i \rangle}{\partial x_i} = 0$$

• Осреднение уравнения импульса – подстановка :

$$\frac{\partial(\langle \rho \rangle + \gamma)(U_i + v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\langle \rho \rangle + \gamma)(U_i + v_i)(U_k + v_k)}{\partial x_k} =$$

$$= -\frac{\partial(P + \beta)}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} (U_i + v_i) + \frac{\mu_2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial(U_j + v_j)}{\partial x_j} + g_i + f_i$$

$$u_i = \langle u_i \rangle + v_i = U_i + v_i, \ p = \langle p \rangle + \beta = P + \beta, \ \rho = \langle \rho \rangle + \gamma, \ G_i = g_i + f_i$$

• Осреднение уравнения импульса – правая часть:

$$\left\langle -\frac{\partial(P+\beta)}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} (U_i + v_i) + \frac{\mu_2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial(U_j + v_j)}{\partial x_j} + g_i + f_i \right\rangle =$$

$$= -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\mu_2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_j} + g_i$$

• Осреднение уравнения импульса – левая часть:

$$\left\langle \frac{\partial (\langle \rho \rangle + \gamma)(U_i + v_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\langle \rho \rangle + \gamma)(U_i + v_i)(U_k + v_k)}{\partial x_k} \right\rangle =$$

$$= \frac{\partial \langle \rho \rangle U_i}{\partial t} + \frac{\partial \langle \gamma v_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \rho \rangle U_i U_k}{\partial x_k} + \frac{\partial \langle \rho \rangle \langle v_i v_k \rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial \langle \gamma v_i \rangle U_i}{\partial x_i$$

• Порядок величины пульсаций плотности,

связанных с пульсациями давления:

$$\left| \frac{\gamma}{\langle \rho \rangle} \sim \frac{\beta}{\langle \rho \rangle} \sim \frac{\beta}{\langle \rho \rangle c^2} \sim \frac{\langle \rho \rangle v^2}{\langle \rho \rangle c^2} = \frac{v^2}{c^2} = \eta^2 \frac{U^2}{c^2}, \quad \eta = v/U$$

<u>Порядок величины турбулентных слагаемых с пульсацией плотности ?</u>

• Пять слагаемых с пульсациями, только в одно *не* входит $\gamma \sim \rho \eta^2 (U^2/c^2)$:

$$\frac{\partial \left\langle \gamma v_i \right\rangle}{\partial t}, \frac{\partial \left\langle \gamma v_k \right\rangle U_i}{\partial x_k}, \frac{\partial \left\langle \gamma v_i \right\rangle U_k}{\partial x_k}, \frac{\partial \left\langle \gamma v_i \right\rangle U_k}{\partial x_k}, \frac{\partial \left\langle \gamma v_i v_k \right\rangle}{\partial x_k}, \frac{\partial \left\langle \rho \right\rangle \left\langle v_i v_k \right\rangle}{\partial x_k}$$

- Интенсивность турбулентности по определению: $\eta = |v/U|$. Обычно $\eta < 0,1$, т.е. $\gamma << \rho$ при M<1, и существенно только одно слагаемое из этих пяти.
- Уравнение Рейнольдса (RANS):

$$\frac{\partial \langle \rho \rangle U_i}{\partial t} + \frac{\partial \langle \rho \rangle U_i U_k}{\partial x_k} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\mu_2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle \rho \rangle \langle v_i v_k \rangle}{\partial x_k} + g_i$$

• Далее будет говориться в основном о несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial \langle \rho \rangle U_i}{\partial t} + \frac{\partial \langle \rho \rangle U_i U_k}{\partial x_k} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \langle \rho \rangle \langle v_i v_k \rangle}{\partial x_k} + g_i \equiv -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial r_{ik}}{\partial x_k} + g_i$$

• Вводится тензор напряжений Рейнольдса (ТНР):

$$r_{ik} = -\langle \rho \rangle \langle \upsilon_i \upsilon_k \rangle$$

(1-корреляции компонент пульсаций скорости – это тензорная величина)

Резюме – что получено?

Напомним последовательность предпосылок и действий. Сказано, что:

- Уравнение Навье-Стокса описывает всю гидродинамику ньютоновской жидкости, включая детали турбулентного течения;
- Турбулентность как физ. явление *допускает* описание в среднем, при этом средние параметры как правило и представляют основной интерес;
- Не надо пытаться получать средние из точных решений, они избыточны. Стоит получить сразу осреднённое уравнение для самих средних.

В результате осреднения получено уравнение RANS:

- "Reynolds averaged Navier-Stokes" отличается от Navier-Stokes дополнительным слагаемым, в котором и содержатся особенности, связанные с турбулентностью всё ли уже есть для её описания в среднем?
- Нет, новые слагаемые неизвестны, это *макет* модели турбулентности. Необходимо её «замыкание» – выражения для компонент ТНР;
- Далее, действуя в этом направлении, следует осреднить и уравнения переноса других величин — их отличия от исходного уравнения интерпретируются так же — как слагаемые, описывающие турб. эффект. Проблема замыкания встанет и для этих осреднённых уравнений.
- Эти «замыкающие соотношения» были получены из аналогий и анализа, на которые полезно взглянуть ...

RANS и другие уравнения: проблема замыкания модели осреднения

- **Нужны выражения для** компонент **ТНР** (тензор напряжений Рейнольдса) и это уже за пределами формализма.
- Естественно разложить тензор на шаровую и девиаторную составляющие: турбулентные «давление» и «касательные напряжения»:

$$-\langle \rho \rangle \langle \upsilon_{i} \upsilon_{k} \rangle = r_{ik} = \frac{1}{3} r_{jj} \delta_{ik} + \left(-\frac{1}{3} r_{jj} \delta_{ik} + r_{ik} \right) \equiv -\frac{1}{3} \langle \rho \rangle 2 \kappa \delta_{ik} + \tau_{ik} , \quad \kappa = \frac{1}{2} r_{ik} = \frac{1}{2} \langle \upsilon_{i} \upsilon_{i} \rangle$$

«Давление» - это *турбулентная кинетич. энергия (ТКЭ)* — **на ед. массы.** Касательные турб. напряжения в *паминарном* потоке ответственны за вязкое трение, откуда —

• Простая формально и прозрачная физически : гипотеза Буссинеска (1877г., до Рейнольдса) о турбулентной вязкости: $\tau_{ik} = 2\mu_{ij}^T \dot{e}_{ik} \to = \mu_T \dot{e}_{ik}$

У Буссинеска μ_T не зависело от коорд., что неправильно, т.к. это не вязкость, не свойство жидкости, а свойство потока. Как правило, в приложениях турб. вязкость — скалярная функция координат: $\mu_T(x)$. С формальной точки зрения она должна быть тензором 4-го ранга $\mu_{ijkl}(x)$. В обобщениях - берётся тензором 2-го ранга ... Итак, общепринятый феноменологический подход —

Найти функцию $\mu_T(x)$ (в обобщениях – компоненты тензора $\mu_{ik}(x)$...). К ней же можно свести и определение турбулентного переноса других величин.

Осреднение уравнений конвективной диффузии: тепло и концентрация (1/2)

• Энтальпия (теплосодержание):

$$h(T) = H / \rho = \int_{T_{REF}}^{T} C(T) dT \equiv C(T_{M}) (T - T_{REF})$$

• Средние и пульсационные составляющие:

$$u_i = U_i + v_i, T = \langle T \rangle + \theta$$

• <u>Уравнение для энтальпии</u> – осреднение – используя <θ>=0 и др. :

$$\left\langle \frac{\partial \rho C(\langle T \rangle + \theta)}{\partial t} + \frac{\partial \rho C(U_k + v_k)(\langle T \rangle + \theta)}{\partial x_k} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} \lambda \frac{\partial (\langle T \rangle + \theta)}{\partial x_i} + S_H \right\rangle$$

• Слабая зависимость $\rho C(T)$ от температуры позволяет ввести ур-е для T:

$$\rho C_m \left(\frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \frac{\partial U_k \langle T \rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial \langle v_k \theta \rangle}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \lambda \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} + S_H$$

- Уравнение для концентрации (парциальной плотности, массовой доли):
- транспорт и диффузия компонента в несж. жидкости:

(FLUENT – ур-е для
$$\rho\langle\alpha\rangle$$
 $\langle\alpha\rangle$ – *массовая* доля)

$$\rho \left(\frac{\partial \langle \alpha \rangle}{\partial t} + \frac{\partial U_k \langle \alpha \rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial \langle v_k \alpha \rangle}{\partial x_k} \right) = \rho \frac{\partial}{\partial x_i} D \frac{\partial \langle \alpha \rangle}{\partial x_i} + S_{\alpha}$$

Осреднение уравнений конвективной диффузии: тепло и концентрация (2/2)

• Замыкание уравнения транспорта скаляра (T или α) – по аналогии с гипотезой Буссинеска полагается пропорциональность турбулентного потока тепла или массы градиенту. То же – для масс. доли (аналогично переносу импульса):

$$\langle v_k \theta \rangle = \frac{\lambda_T}{\rho C} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} = \kappa_T \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i}$$

$$\left\langle v_{k} \theta \right\rangle = \frac{\lambda_{T}}{\rho C} \frac{\partial \left\langle T \right\rangle}{\partial x_{i}} = \kappa_{T} \frac{\partial \left\langle T \right\rangle}{\partial x_{i}} \qquad \frac{\partial \tilde{u}_{i}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_{k} \frac{\partial \tilde{u}_{i}}{\partial \tilde{x}_{k}} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_{i}} + \Delta u_{i} - \frac{\operatorname{Ra}}{\operatorname{Pr}} (\tilde{T} - \tilde{T}_{0})$$

где $\lambda_{\rm T}$ = турбулентный коэфф. теплопроводности, κ_{T} = коэфф. турбулентной температуропроводности

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}_k} = \frac{1}{\Pr} \Delta \tilde{T} + \tilde{Q}$$

• Вводятся турбулентные аналоги чисел Прандтля и Шмидта:

$$\Pr = \frac{v}{\kappa}$$
, $Sc = \frac{v}{D}$ – известны. По аналогии:

$$\operatorname{Pr}_{T} = \frac{\mathbf{v}_{T}}{\mathbf{\kappa}_{T}}$$
, $\operatorname{Sc}_{T} = \frac{\mathbf{v}_{T}}{D_{T}}$

• Кинетические коэффициенты вычисляются:

$$\kappa_T = \frac{v_T}{Pr_T}$$
 , $D_T = \frac{v_T}{Sc_T}$

• Сами Pr_т и Sc_т – как в газе, ~1 (подлежит проверке!) :

$$Pr_T \approx Sc_T = 0,7 - 0,85 - 0,9 - ...$$

Таким образом, турбулентная вязкость представляет все коэффициенты турбулентного переноса - интерпретация "аналогии Рейнольдса"

Замечание: аналогия Рейнольдса в обычном и расширенном толковании

Обычно – относится к теплообмену в канале – аналогия между переносом импульса и переносом тепла.

В частности, обычно это сводят к одинаковому закону нарастания динамического и теплового (и диффузионного) погранслоёв.

Но аналогию можно распространить на все транспортные уравнения, которые получены для изотропной турбулентности.

При добавлении пристеночных соотношений (см. ниже) они могут описывать и пристеночный теплообмен, но близкий вид транспортных уравнений позволяют распространить эту аналогию и на перенос вообще.

Глубокая причина – в турбулентном потоке перенос обусловлен вихрями, которые заключают в себе и средний импульс, и температуру, и концентрации компонентов

Газокинетическая аналогия в турбулентной вязкости и т.п.

• **Длина пути смешения** – газокинетическая аналогия для турбулентной вязкости (в несж. жидкости) — "mixing length" (используется и в RANS-моделях ...)

Аналог – трение в газе (дрейф молекул и "дрейф пульсаций" – см. у Хинце):

$$\tau_{ik} = \mu_T \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$$

$$\tau_{ik} = \mu_T \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$$

$$\mu_T = \frac{1}{2} \langle \rho \rangle v_{MIX} l_{MIX} \left(= \frac{1}{2} \langle \rho \rangle v_{MIX}^2 \tau_{MIX} \right)$$

где l_{MIX} – "длина пути смешения" (пробега), v_{MIX} – средняя "скорость движения пульсаций" – газокинетический аналог гипотезы Буссинеска (импульс и момент имп.)

• Турбулентная кинетическая энергия (ТКЭ) коррелирует с υ_{MIX} :

$$\kappa = \frac{1}{2} \langle v_i v_i \rangle \approx v_{MIX}^2$$

$$\mu_T \sim \langle \rho \rangle \kappa^{1/2} l_{MIX}$$

$$\mu_T \sim \langle \rho \rangle \kappa^{1/2} l_{MIX}$$

– эксперименты показывают, что пульсации $v_{\rm i}$ и $v_{\rm k}$ имеют один порядок ... Несмотря на поверхностность газокинетической аналогии, она даёт полезную феноменологию – соотношение между величинами κ , μ_{T} и введённой l_{MIX} (используется в моделях)

Уравнение для κ выводится, для полного замыкания потребуется $l_{
m MIX}$

• Ещё масштаб скорости: т.н. "скорость трения" (u_{FR}) : (используется для обезразмеривания у стенки)

$$u_{FR} = \left(\frac{\tau}{\langle \rho \rangle}\right)^{1/2} \approx v_{MIX}$$

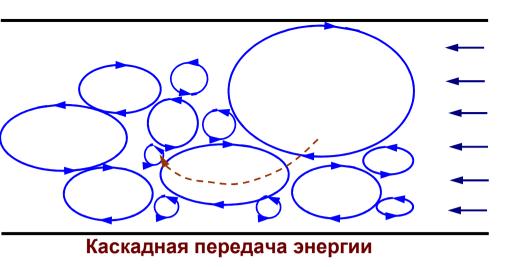
RANS-модели: разновидности

- <u>Алгебраические модели</u> (непосредственное введение турб. вязкости) исторически первые, использовали понятие длины пути смешения (Прандтль)
- Модели, основанные на уравнении для кин. энергии турбулентности: ТКЭ
- 1-параметрические одно уравнение в част. производных (ЧДУ)

В качестве неизвестного параметра – ТКЭ или турб. вязкость, остальное – в настроечных константах модели;

- 2-параметрические (и более) два ЧДУ (к ним, возможно дополнительные) :
 - 2 : Параметры: ТКЭ и её диссипация, феноменологически связанные с $l_{
 m MIX}$
- Дополнительно могут быть: "перемежаемость" и др. (transitional модели)
- **RSM модели** аппроксимация каждой компоненты THP. Линейная или нелинейная по скорости деформаций (при этом теплопроводность и диффузия обычно описываются через один скалярный коэффициент те же Pr_T и Sc_T тут в модели нет анизотропии).

Далее – уравнение для ТКЭ и завершение построения 2-параметрической модели



•••

Вот пес без хвоста, Который за шиворот треплет кота, Который пугает и ловит синицу,

...

Которая в тёмном чулане хранится в доме, Который построил Джек.

The House that Jack built, Пересказ С.Я.Маршака

RANS модели, основанные на уравнении для турбулентной кинетической энергии (ТКЭ)

- 0. ТКЭ и её диссипация: они существуют и важны для описания
- 1. Уравнение для ТКЭ вывод уравнения:

 $\langle y p a b n e n u e для \langle K \rangle = y p a b n e n u e для \langle K \rangle$

- 2. Уравнения для диссипации ТКЭ ввод уравнения ...
- 3. Двухпараметрические модели турбулентности k- ϵ и k- ω

Структура турбулентности и турбулентная кин. энергия потока

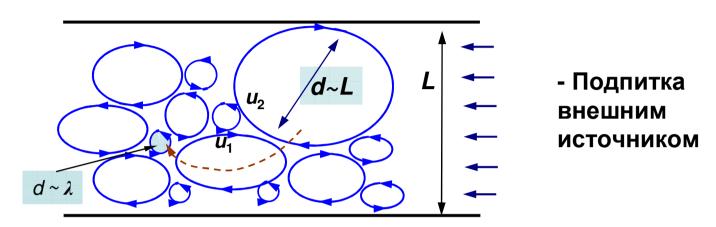
- Чем выделена *турбулентная кинетическая энергия* в общей энергии турбулентного течения (TT)?
- Формально (и на этом основана процедура вывода уравнения) ТКЭ выделена как средняя кин. энергия пульсаций Что это даёт для построения модели?
- Для ответа вспомним некоторые основные представления о ТТ:
- ТТ является следствием неустойчивости Кельвина-Гельмгольца в потоке пульсации сглаживаются трением, но при больших Re оно недостаточно для стабилизации потока: неустойчивость вихри. Вихрь сохраняет свой момент импульса и в определённых пределах это устойчивый элемент новой структуры потока.
- На границах больших вихрей образуются меньшие вихри, они порождают ещё меньшие. Формируется «каскад» вихрей, возникающих и распадающихся. Распределение их средних размеров характеризуется зависимостью количества вихрей от их размера или спектром: энергии от волнового числа вихря.
- Энергия в поток поступает извне «подпитка» турбулентности. В стационарном потоке вся она диссипирует переходит в тепло. Переход в тепло путём: (а) передачи кин. энергии от больших к меньшим вихрям "каскад", и (б) диссипации ε вследствие трения. Каскад в средних вихрях, диссипация в очень малых, которые уже не порождают меньших.
- Таким образом –
- Часть энергии движения потока отдаётся в устойчивое вихревое движение;
- Вихревое движение необратимо и тем выделено. Его кин. энергия это ТКЭ.

Структура турбулентности и трансформация мех. энергии в потоке

• Каскад Ричардсона и существование конечного микромасштаба турбулентности

Каскадная передача энергии в потоке

Установление структуры турбулентного потока -



Большие вихри порождают малые, но, как в шестернях, линейная скорость |u| конечна. Касательная сила на границе вихря порождает новый вихрь — меньшей величины ... Касательное напряжение ~ $\mu |u_1|/d$, $|u_1| \sim |u_2|$ - скорости Напряжения и вязкие потери в объеме вихря ~V/A ~ 1/d — растут с уменьшением размера При $d \to 0$ трение охватывает весь объём вихря — диссипация! Масштаб турбулентности снизу ограничен: $d \to \lambda$, $\lambda > 0$.

Большие вихри передают энергию меньшим *почти без диссипации* Преобразование энергии – на входе в поток и – в самом потоке. Это описывают в терминах не координатного, а – "пространства масштабов": Энергия передается "от масштаба – к масштабу", описываемым волновым вектором

Объекты исследования при построении основ стат. теории турбулентности

Однородная и изотропная турбулентность:

- границы "далеко" и не влияют;
- размеры пульсаций от λ до L , $\lambda << L$;
- спектр размеров пульсаций заполнен :

Изотропия: относится к скоростям движения;

Однородность: вдалеке от границ.

Способ изучения (DNS): малый объём с периодическими гран. условиями – кубик D× D× D. Далее: разложение в ряд Фурье

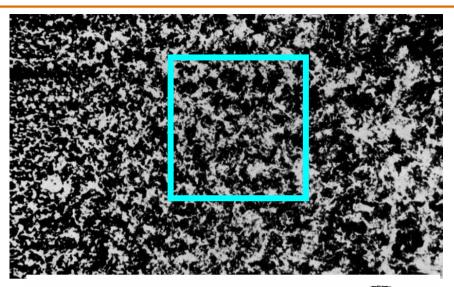
$$f(t, \, oldsymbol{r}) = \sum_{n, \, m, \, q} \widehat{f}_{nmq}(t) e^{rac{2\pi i}{D}(nx+my+qz)} = \sum_{oldsymbol{k}} \widehat{f}_{oldsymbol{k}}(t) e^{ioldsymbol{k}oldsymbol{r}}$$

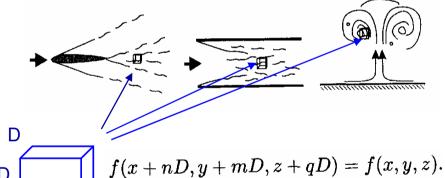
Волновые векторы: $\mathbf{k_i} = (2\pi/\lambda) \mathbf{j}$

$$\widehat{f}_k(t) = \frac{1}{D^3} \int_0^D \int_0^D f(t, \mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{r}.$$

Энергия (на ед. массы):

$$E(k) = \sum_{|\mathbf{k}| = k} \langle |\widehat{f}_k|^2 \rangle.$$



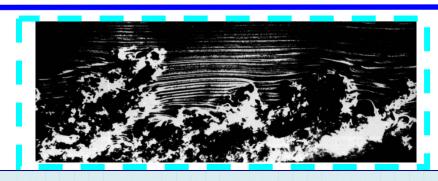


(см. П.Г. Фрик)

Турбулентный поток у плоской границы - погранслой:

- размеры пульсаций уменьшаются к границе;
- трение у стенки;

Анизотропия: выделенное направление, неоднородность; Турбулентный погран. слой – отдельная теория



Пульсации, масштабы, спектр, энергия, ... (см. П.Г. Фрик)

Исходные уравнения Навье-Стокса:

$$\begin{split} \partial_t v_i + v_j \partial_j v_i &= -\rho^{-1} \partial_i p + \nu \partial_{jj}^2 v_i + F_i, \\ \partial_k v_k &= 0. \end{split}$$

Фурье-трансформанты:

$$f(m{r},\,t) = rac{1}{8\pi^3} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \widehat{f}(m{k},\,t) e^{im{k}m{r}} \, dm{k}, \ \widehat{f}(m{k},\,t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(m{r},\,t) e^{-im{k}m{r}} \, dm{r},$$

Преобразованное уравнение импульса (скорости, т.к. ρ =const):

$$\partial_t \widehat{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{k}) + \frac{i}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\boldsymbol{k} \times (\widehat{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{q}) \times \boldsymbol{k})]}{k^2} [\widehat{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{q})(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{q})] d\boldsymbol{q} = -\nu k^2 \widehat{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{k}) + \widehat{\boldsymbol{F}}'(\boldsymbol{k})$$

Умножая на $\widehat{v}(k)$ и суммируя, можно получить ур-е для плотности ТКЭ(k):

$$E(k) = \sum_{|\mathbf{k}|=k} \langle |\widehat{f}_k|^2 \rangle.$$

В итоге – три слагаемых – *источники* кинетической энергии потока – *спектральные величины, зависят от k*:

Турбулентная энергия

(тут - с дискретным спектром)

Изменение во времени:

$$\partial_t K_T(k) = T(k) - D(k) + F(k)$$

Стационарное состояние:

$$0 = T(k) - D(k) + F(k)$$

Составляющие турбулентной кинетич. энергии в пространстве масштабов

• Формально пространственный масштаб в преобразовании Фурье, это обратное волновое число k. Изменение спектральной плотности мощности ТКЭ (K_T), включает три источника — функций k. В стационарном потоке:

$$\partial_t K_T(k) = T(k) - D(k) + F(k) = 0$$

Приток энергии извне (F) преобразуется в поток ТКЭ (T), уходит в диссипацию (D), но в разных диапазонах масштаба пульсаций: F(k)=0 при больших k, D(k)=0 при малых k —

D(k), F(k) – <u>сток и источник ТКЭ</u> на краях всего интервала масштабов пульсаций в потоке;

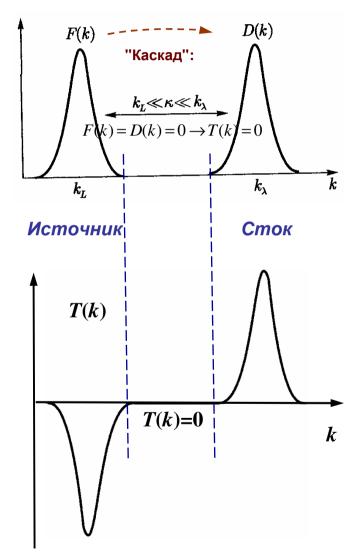
T(k) — приход и уход ТКЭ в данный интервал (k, k+dk), что отвечает взаимодействию вихрей.

Эта величина на краях отвечает F(k) и D(k), поскольку энергия диссипирует на малых масштабах и вкачивается — на больших.

В инерционном интервале диссипация мала – полагается =0

Спектр T(k) в инерционном интервале может быть оценен — Это важно для многих приложений (см. ...)

С точки зрения числ. модели – очень полезная интерпретация ...



Итак: структура турбулентности, масштабы, характеристики потока

- Турбулентный поток в данной области геометрического пространства. В пространстве масштабов выделяют три интервала, на которых происходят: подпитка, каскадная передача энергии от больших к меньшим вихрям и диссипация. "Ключевой момент теории мелкомасштабной турбулентности" (П.Г.Фрик)
- Пространственные масштабы (размеры вихрей) коррелируют с процессами в турбулентном потоке. Выделяют *интервалы* масштабов:
 - **внешний** *L* : масштаб сечения потока, на котором действует сила в потоке
 - инерционный l_{T} : на котором происходит каскадная передача движения
 - диссипативный λ: микромасштаб, колмогоровская длина, на которой в основном происходит диссипация (ε сток ТКЭ) энергии движения.
- При развитой турбулентности: $\lambda << l_{\rm T} << L$ инерционный интервал «широкий» (Масштаб $l_{\rm T}$ при осреднении соответствует и некоторым другим определениям ...)
 - И наряду с ТКЭ, вторая необходимая величина последовательных RANS моделей это диссипация (мощность стока) ТКЭ в потоке на ед. массы: «скорость диссипации» ε или относительная скорость диссипации: $ω = ε/K_T$.

Полная мощность диссипации = вводимой мощности, формирующей поток

Структура турбулентности формирует требования к моделированию

Феноменология трансформации ТКЭ в потоке позволяет сделать важные выводы относительно разработки и применения моделей турбулентности:

- *Наличие структуры турбулентности* важно, т.к. каскадная передача энергии движения формирует сам объект турб. течение и область (по *k*) диссипации энергии, вкачиваемой в поток;
- Для анализа динамики турбулентного потока *ТКЭ и её диссипация* важны не только как формальные параметры модели, но и как физические величины;
- То, что диссипация ТКЭ происходит на самых малых масштабах, определяет *требования к прямому моделированию (DNS) до микромасштаба*, т.к. диссипация ТКЭ "обратная сторона" притока энергии обе важны для динамики;
- В переносе (примесей, температуры, ...) микромасштаб, вероятно, не так важен, т.к. перенос вихрями не диффузионный, а "прыжковый": от вихря к вихрю есть примеры успешного применения "квазиDNS" и LES для расчёта объёмного теплообмена etc.;
- Но модели типа LES охватывают только часть инерционного интервала. LES может быть полезно в моделировании переноса свободной турбулентностью, но диссипативный интервал не захватывает, в частности некорректно у стенок в погранслое. Это соответствует многолетней практике применения LES: при развитой турбулентности для расчёта пристеночного трения нужны подходы а la RANS;
- Пока единственные полностью замкнутые модели для технических приложений это (полу)эмпирические типа RANS; DNS не в счёт, по упомянутым причинам

Классификация всех моделей турбулентности по разрешаемому масштабу

При развитой турбулентности: $\lambda << l_{\rm T} << L$ — инерционный интервал широкий, и в нём "помещаются" все модели турбулентности:

- RANS: масштаб сечения потока $\sim L$: масштаб "закачки" энергии в поток;
- LES: до масштаба l_T : l_T << L (желательно); при развитой турбулентности l_T >> λ ;
- DNS: до микромасштаба λ все неоднородности потока

Размерные оценки в мелкомасштабной турбулентности (см. [Фрик])

Предположения теории Колмогорова и анализ размерностей. Масштабы: $\lambda, l << L$

- •Статист. свойства на масштабах l << L не зависят от способа возбуждения турбулентности и определяются: скоростью диссипации ϵ , кинематической вязкостью ν и длиной l.
- •Статист. свойства в инерционном интервале $\lambda << l << L$ универсальны и зависят только от скорости диссипации энергии ϵ и масштаба l (не зависят от вязкости);
- Скорость диссипации энергии Е для данного течения в любой момент времени и в любой точке пространства одна и та же (в изотропной турбулентности). Величина Е определяется энергией, вводимой в поток за ед. времени на единицу массы, передаваемой до диссипативных масштабов (здесь не учитываются флюктуации Е, связанные с перемежаемостью см. у П.Фрика);

Пользуясь этими гипотезами, можно составить размерные комбинации между немногими характеристиками турбулентности, которые остаются в предположении универсальности.

•Закон Колмогорова-Обухова для пульсаций скорости δu_l – одна безразмерная комбинация существенных в инерционном интервале величин δu_l , ϵ , l (или – волновой вектор k) :

$$\delta u_l \sim (\varepsilon l)^{1/3}$$

• Энергетический спектр изотропной турбулентности (з-н Колмогорова, з-н «пяти третей») Спектр. плотность ТКЭ в инерционном интервале зависит от масштаба k и диссипации в данной точке:

$$K_{T}(k) \sim C \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$
 (здесь $K_{T}dk$ — будет удельной энергией)

Размерные оценки и возможности уточнённых подходов

• Оценка микромасштаба турбулентности λ . Исходя из 1-го предположения, этот масштаб может зависеть только от ϵ и вязкости ν . Подбором размерности –

$$\lambda \sim (v^3/\epsilon)^{1/4}$$
 — это т.н. "колмогоровский масштаб"

• Оценка через макропараметры *L*, среднюю скорость *U*, и число Рейнольдса R=Re:

$$\lambda \sim (v^3/\epsilon)^{1/4} \sim (v^3L/U^3)^{1/4} \sim (v^3L^4/U^3L^3)^{1/4} \sim LR^{-3/4}$$

• Если оценить количество возбуждённых степеней свободы в потоке как $(L/\lambda)^3$ (в каждой точке возможен микровихрь), то оценка минимального размера кубической сетки для прямого моделирования (DNS) всей структуры турбулентного потока:

$$N \sim (L/LR^{-3/4})^3 \sim R^{9/4}$$
 — что при R=Re $\sim 10^4$ даёт $N \sim 10^9$.

Таким образом, <u>DNS как универсальный метод анализа турбулентных течений никогда не войдёт в</u> <u>инженерную практику</u> – область применения (числа Re) ограничена, издержки нереально велики, как и требования к квалификации (к оценке достоверности) результатов расчёта.

DNS в *научных исследованиях* применяется уже давно как заменитель эксперимента, но в простых задачах: для вычисления неизмеримых величин в турбулентности, влияния частиц и др.

LES частично описывает структуру потока на масштабах < L, но надо смотреть, нужно ли это: в свободной турбулентности — полезно, но в технике границы потока обычно существенны, здесь точность LES в основном объёме избыточна, у границ же она недостаточна, и здесь всё равно используются RANS подходы — каковы цена/качество?

Резюме и введение: уравнение для ТКЭ в RANS-модели _1

- Механическая (кинетическая) энергия *турбулентного* движения ключевое понятие. Её эволюция в потоке каскад Ричардсона и механизм диссипации то немногое, что наглядно в ТТ. Кин. энергия пульсационного движения может быть выделена аналогично теплу –
- Необратимость перехода энергии поступательного движения во вращательное, мелкомасштабное: <u>порождение ТКЭ, затем диссипация.</u> Наглядный показатель необратимости (не энергетический) –
- Интеграл от завихрённости энстрофия (получается из уравнения для КЭ) «пульсационный» аналог энтропии в малом объёме V:

$$\Omega(V(x)) = \frac{1}{2} \int_{V} |rot \vec{u}|^2 dV$$
, $\Omega(k) \sim k^2 E(k) \sim \epsilon^{2/3} k^{1/3}$ (k — волновое число!)

 Ω растёт от больших к малым вихрям, и дробление потока – это энстрофия;

- В двухпараметрических RANS-моделях ур-я генерации, транспорта и диссипации ТКЭ, т.е. величин k, ϵ или т.п. важны для замыкания модели;
- Уравнение для ТКЭ потока есть следствие уравнения движения. Кин. энергия формально учтена в полном уравнении энергии. Но средняя кин. энергия, ТКЭ, достойна отдельного уравнения и вычленяется из полной энергии см. далее.

Уравнение для ТКЭ в RANS-модели _2: план получения

В RANS-модели уравнения для ТКЭ и диссипации ТКЭ есть во всех 2-х параметрических моделях и их расширениях.

Получение уравнения для ТКЭ – последовательность :

• Полная, тепловая и кинетическая энергия потока: *кинетическая* (энергия движения) и *внутренняя* (потенциальная+тепловая):

$$E = I + K = E_P + E_T + K$$

• Изменение энергии — транспорт, работа внутренних сил, представленных тензором напряжений σ_{ik} , внешние источники — приток тепла и работа внешних сил = S_e (σ_{ik} = $-p\delta_{ik}$ /3+ s_{ik}):

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial u_k E}{\partial x_k} = -\frac{\partial u_k p}{\partial x_k} + \frac{\partial u_i s_{ik}}{\partial x_k} + S_e$$

- Можно выделить уравнения: а)для энтальпии (тепло); б) для всей внутренней энергии; в) для полной *кинетической энергии* (КЭ) потока
- Вводится средняя КЭ (СКЭ), связанная со средней скоростью, и ТКЭ: КЭ пульсаций (как в RANS). Уравнение для КЭ разделяется на уравнения СКЭ и ТКЭ

Уравнение для ТКЭ в RANS-модели _3: полная КЭ потока

• Кинетическая энергия потока:

$$K = \frac{\rho u_k u_k}{2}$$

Тождество:

$$2(\frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial u_k K}{\partial x_k}) = (\frac{\partial \rho u_i u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_k \rho u_i u_i}{\partial x_k}) = 2u_i(\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_k u_i}{\partial x_k})$$

• Уравнение для кинетической энергии может быть получено из уравнения

импульса (скорости) его свёрткой с вектором скорости и подстановкой из этого тождества :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial u_k K}{\partial x_k} = -u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial s_{ki}}{\partial x_k}$$

• Оно описывает всю кинетическую энергию потока. Внося определяющее соотношение для тензора вязких напряжений -

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial u_k K}{\partial x_k} = -\frac{\partial u_k p}{\partial x_k} \left(-p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \left(-\frac{2}{3} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta_{ik} \right) \right)$$

• Для несжимаемой жидкости уравнение полной КЭ примет вид –

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial u_k K}{\partial x_k} = -\frac{\partial u_k p}{\partial x_k} + u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$$

Уравнение для ТКЭ в RANS-модели _4: КЭ пульсаций

• Уравнение для к.э. cpedhezo deumenus – так же: cepthese RANS c U_i :

(вязкость постоянна)

$$\frac{\partial \langle K \rangle}{\partial t} + \frac{\partial U_k \langle K \rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k \langle K \rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial \rho \langle v_k v_i \rangle}{\partial x_k} = -\frac{\partial P U_i}{\partial x_i} + \mu U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2}$$

Вычтем из ур-я для полной КЭ: остаток будет описывать эволюцию ТКЭ

• Аппроксимация слагаемых: введём пульсационные составляющие:

$$u_i = U_i + v_i, \ p = P + \beta, \ K = \langle K \rangle + \kappa$$

• Осреднение уравнения полной кинетической энергии К:

$$\frac{1}{2} \left\langle \frac{\partial}{\partial t} \rho(U_k + v_k)(U_k + v_k) \right\rangle + \frac{1}{2} \left\langle \frac{\partial}{\partial x_k} \rho(U_k + v_k)(U_i + v_i)(U_i + v_i) \right\rangle =$$

$$= \left\langle -\frac{\partial (U_k + v_k)(P + \beta)}{\partial x_k} + \mu(U_i + v_i) \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial (U_i + v_i)}{\partial x_k} + \frac{\partial (U_k + v_k)}{\partial x_i} \right) \right\rangle$$

• К становится средней кинетической турбулентной энергией.

Уравнение для ТКЭ в RANS-модели _5: осреднение

• Преобразование левой части:

$$\begin{split} &\frac{1}{2} \left\langle \frac{\partial}{\partial t} \rho(U_k + v_k)(U_k + v_k) \right\rangle + \frac{1}{2} \left\langle \frac{\partial}{\partial x_k} \rho(U_k + v_k)(U_i + v_i)(U_i + v_i) \right\rangle = \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{\rho}{2} \left\langle U_k U_k \right\rangle + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\rho}{2} \left\langle v_k v_k \right\rangle + \left\langle \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\rho}{2} (U_k U_i U_i + v_k v_i v_i + U_k v_i v_i + 2 v_k v_i U_i) \right\rangle = \\ &= \frac{\partial \left\langle K \right\rangle}{\partial t} + \frac{\partial \rho \kappa}{\partial t} + \left\langle \frac{1}{2} \frac{\partial \rho U_k U_i U_i}{\partial x_k} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho v_k v_i v_i}{\partial x_k} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho U_k v_i v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \rho v_k v_i U_i}{\partial x_k} \right\rangle = \\ &= \frac{\partial \left\langle K \right\rangle}{\partial t} + \frac{\partial \rho \kappa}{\partial t} + \left(\frac{\partial U_k \left\langle K \right\rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k \rho \kappa}{\partial x_k} + \left\langle \frac{1}{2} \frac{\partial \rho v_k v_i v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \rho U_i v_k v_i}{\partial x_k} \right\rangle \right) \end{split}$$

Уравнение для ТКЭ в RANS-модели _6: осреднение

• Преобразование правой части (полагаем вязкость постоянной):

$$\left\langle -\frac{\partial (U_{k} + v_{k})(P + \beta)}{\partial x_{k}} + \mu(U_{i} + v_{i}) \frac{\partial}{\partial x_{k}} \left(\frac{\partial (U_{i} + v_{i})}{\partial x_{k}} + \frac{\partial (U_{k} + v_{k})}{\partial x_{i}} \right) \right\rangle =$$

$$= -\frac{\partial U_{k} P}{\partial x_{k}} - \left\langle \frac{\partial v_{k} \beta}{\partial x_{k}} \right\rangle + \mu U_{i} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \frac{\partial U_{i}}{\partial x_{k}} + \mu U_{i} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \frac{\partial U_{k}}{\partial x_{i}} + \mu \left\langle v_{i} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} \right\rangle + \mu \left\langle v_{i} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} \right\rangle =$$

$$= -\frac{\partial U_{k} P}{\partial x_{k}} + \mu U_{i} \frac{\partial^{2} U_{i}}{\partial x_{k}^{2}} - \left\langle \frac{\partial v_{k} \beta}{\partial x_{k}} \right\rangle + \mu \left\langle v_{i} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} \right\rangle =$$

$$= -\frac{\partial U_{k} P}{\partial x_{k}} + \mu U_{i} \frac{\partial^{2} U_{i}}{\partial x_{k}^{2}} - \left\langle \frac{\partial v_{k} \beta}{\partial x_{k}} \right\rangle + \mu \left\langle \frac{\partial}{\partial x_{k}} \frac{\partial v_{i} v_{i}}{\partial x_{k}} \right\rangle - \mu \left\langle \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} \right\rangle =$$

$$= -\frac{\partial U_{k} P}{\partial x_{k}} + \mu U_{i} \frac{\partial^{2} U_{i}}{\partial x_{k}^{2}} - \left\langle \frac{\partial v_{k} \beta}{\partial x_{k}} \right\rangle - \mu \left\langle \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} \right\rangle + \mu \frac{\partial}{\partial x_{k}} \frac{\partial \kappa}{\partial x_{k}} =$$

$$= -\frac{\partial U_{k} P}{\partial x_{k}} + \mu U_{i} \frac{\partial^{2} U_{i}}{\partial x_{k}^{2}} - \left\langle \frac{\partial v_{k} \beta}{\partial x_{k}} \right\rangle - \mu \left\langle \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} \right\rangle + \mu \frac{\partial}{\partial x_{k}} \frac{\partial \kappa}{\partial x_{k}} =$$

• Здесь учтено, что

$$\upsilon_{i} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \frac{\partial \upsilon_{i}}{\partial x_{k}} = \frac{\partial}{\partial x_{k}} \upsilon_{i} \frac{\partial \upsilon_{i}}{\partial x_{k}} - \frac{\partial \upsilon_{i}}{\partial x_{k}} \frac{\partial \upsilon_{i}}{\partial x_{k}} = \frac{\partial}{\partial x_{k}} \frac{\partial \upsilon_{i} \upsilon_{i}}{\partial x_{k}} - \frac{\partial \upsilon_{i}}{\partial x_{k}} \frac{\partial \upsilon_{i}}{\partial x_{k}}$$

Уравнение для ТКЭ в RANS-модели _7: отделение ТКЭ

• После преобразования – осреднённое уравнение для всей к.э. K= (K)+к:

$$\frac{\partial \langle K \rangle}{\partial t} + \frac{\partial U_k \langle K \rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial \rho \kappa}{\partial t} + \frac{\partial U_k \rho \kappa}{\partial x_k} + \left\langle \frac{1}{2} \frac{\partial \rho v_k v_i v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \rho U_i v_k v_i}{\partial x_k} \right\rangle = \\
= -\frac{\partial U_k P}{\partial x_k} + \mu U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2} - \left\langle \frac{\partial v_k \beta}{\partial x_k} \right\rangle - \mu \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right\rangle + \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} + \frac{\partial \rho U_i v_k v_i}{\partial x_k} = \\
= -\frac{\partial U_k P}{\partial x_k} + \mu U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2} - \left\langle \frac{\partial v_k \beta}{\partial x_k} \right\rangle - \mu \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right\rangle + \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} + \frac{\partial \rho U_i v_k v_i}{\partial x_k} = \\
= -\frac{\partial U_k P}{\partial x_k} + \mu U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2} - \left\langle \frac{\partial v_k \beta}{\partial x_k} \right\rangle - \mu \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right\rangle + \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} = \\
= -\frac{\partial U_k P}{\partial x_k} + \mu U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2} - \left\langle \frac{\partial v_k \beta}{\partial x_k} \right\rangle - \mu \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right\rangle + \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} = \\
= -\frac{\partial U_k P}{\partial x_k} + \mu U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2} - \left\langle \frac{\partial v_k \beta}{\partial x_k} \right\rangle - \mu \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right\rangle + \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} = \\
= -\frac{\partial U_k P}{\partial x_k} + \mu U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2} - \left\langle \frac{\partial v_k \beta}{\partial x_k} \right\rangle - \mu \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right\rangle + \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} + \frac{\partial \kappa}{$$

• Вычитаем из него почленно уравнение для средней к.э. потока (К) :

$$\frac{\partial \langle K \rangle}{\partial t} + \frac{\partial U_k \langle K \rangle}{\partial x_k} + U_i \frac{\partial \rho \langle v_k v_i \rangle}{\partial x_k} = -\frac{\partial P U_i}{\partial x_i} + \mu U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2}$$

• Получим "осреднённое уравнение" или "уравнение для средней" ТКЭ:

$$\frac{\partial \rho \kappa}{\partial t} + \frac{\partial U_k \rho \kappa}{\partial x_k} - U_i \frac{\partial \rho \langle v_k v_i \rangle}{\partial x_k} + \frac{\rho}{2} \left\langle \frac{\partial v_k v_i v_i}{\partial x_k} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \rho U_i v_k v_i}{\partial x_k} \right\rangle = \\
= -\left\langle \frac{\partial v_k \beta}{\partial x_k} \right\rangle - \mu \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right\rangle + \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k}$$

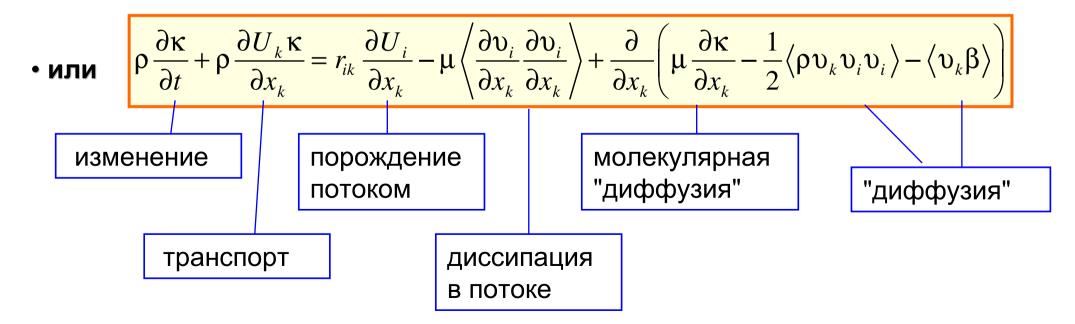
Уравнение для ТКЭ в RANS-модели _8: преобразование

• С учётом соотношения (r_{ik} – тензор напряжений Рейнольдса):

$$-U_{i}\frac{\partial\rho\left\langle\upsilon_{k}\upsilon_{i}\right\rangle}{\partial x_{k}} + \left\langle\frac{\partial\rho U_{i}\upsilon_{k}\upsilon_{i}}{\partial x_{k}}\right\rangle = \left\langle-U_{i}\frac{\partial\rho\upsilon_{k}\upsilon_{i}}{\partial x_{k}} + \frac{\partial\rho U_{i}\upsilon_{k}\upsilon_{i}}{\partial x_{k}}\right\rangle = \left\langle\rho\upsilon_{k}\upsilon_{i}\frac{\partial U_{i}}{\partial x_{k}}\right\rangle = -\left\langle r_{ik}\frac{\partial U_{i}}{\partial x_{k}}\right\rangle$$

• Получим уравнение для турбулентной кин. энергии к:

$$\left| \frac{\partial \rho \kappa}{\partial t} + \frac{\partial U_k \rho \kappa}{\partial x_k} = r_{ik} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \mu \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right\rangle + \left(\mu \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} - \frac{\rho}{2} \left\langle \frac{\partial v_k v_i v_i}{\partial x_k} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial v_k \beta}{\partial x_k} \right\rangle \right) \right|$$



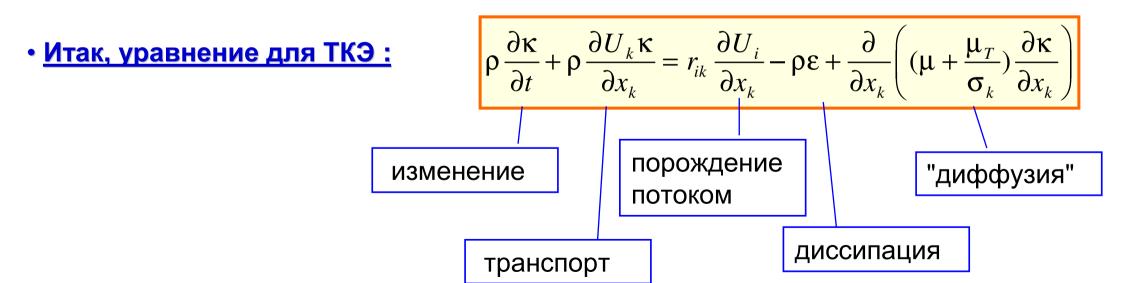
Уравнение для ТКЭ в RANS-модели _9: интерпретация

• Физическая интерпретация и преобразование «диффузионного» транспорта ТКЭ пульсациями: малость (DNS-расчёты) пульсаций давления β; приведение к виду переноса ТКЭ потоком – и полагается пропорциональность градиенту:

$$\frac{1}{2} \langle \rho v_k v_i v_i \rangle + \langle v_k \beta \rangle \approx \frac{1}{2} \langle \rho v_k v_i v_i \rangle \approx \langle \rho v_k \rangle \frac{1}{2} \langle v_i v_i \rangle = \langle \rho v_k \rangle \kappa \equiv -\frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k}$$

• <u>Определим скорость диссипации ТКЭ</u> ε:

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\rho} \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right\rangle = v \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right\rangle$$



(Давление сюда не вошло – почему?)

Уравнение для ТКЭ в RANS-модели _10: резюме

Физический смысл достигнутого: "энергетическое" замыкание модели турб.

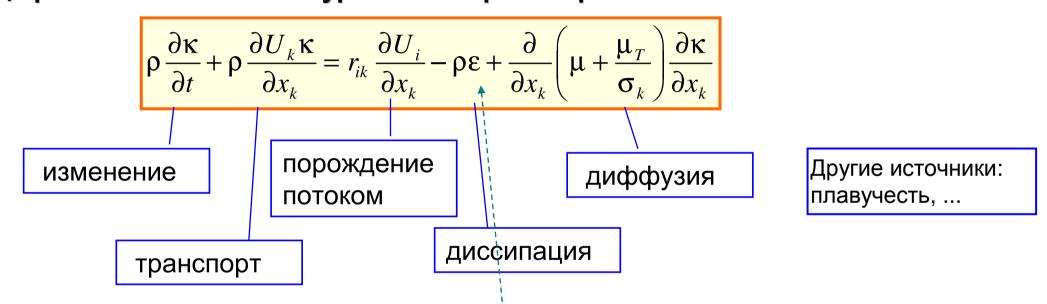
- Кин. энергия потока неинтересна, если точно известны скорости. Но известны лишь средние, и ТКЭ – "мера турбулизации" – выступает на первый план в осреднённом описании. Уравнение для неё получено путём –
- Выделение энергии пульсаций из полной кинетической энергии: ур-е ТКЭ;
- Далее "каскад" передача энергии движения от крупных к мелким вихрям, диссипация генерация ТКЭ к за счёт подпитки извне, перекачка в мелкие вихри, диссипация € она существует, но уравнения для неё пока нет;

Итак, необходимые элементы описания в терминах энергии: (κ) k, ε (или ω)

- "Скорость диссипации ТКЭ": ϵ и $\omega = \epsilon/k$ (относительная скор. диссипации);
- k и ϵ (или ω) функции координат: "пространство скоростей" в каждой точке (частице) потока, оно им формируется и переносится ...
- Интерпретация ω (А.Н.Колмогоров): это сред. частота пульсаций, она связана с вихревым движением, ω^2 характеризует среднюю кин. энергию вихря.

Нужно ещё одно уравнение. Для скорости диссипации ТКЭ

- Физический смысл *скорости* диссипации ТКЭ понятен есть генерация и транспорт ТКЭ есть и переход в тепло (исчезновение) ТКЭ. Сток ТКЭ связан с ТКЭ, но не вполне определён нужно ещё уравнение какое?
- Уравнение должно быть аналогичным уравнению для ТКЭ, т.е. –
- Ещё раз из чего состоит уравнение транспорта потоком:



<u>Формулировка дополнительного уравнения</u> – определение оставшегося независимого параметра модели (диссипация) – это две задачи:

- 1) В предположении слабой зависимости развитой турбулентности от свойств жидкости вывод соотношений между параметрами и –
- 2) Ещё уравнение транспортного типа для ε или ω.

Зная диссипацию ТКЭ получим и турб. вязкость – «замыкание»

- О получении выражения (уравнения) для диссипации ТКЭ и других : (Wilcox) ... "drastic surgery" ... получаемых уравнений моментов etc.
- При получении выражений руководствуемся принципом:
- ... to <u>avoid modeling the differential equations</u> rather than the physics of turbulence... (см. с.105)
- Ранее было соотношение

$$\mu_T \sim \langle \rho \rangle \kappa^{1/2} l_{MIX}$$

Εсть уравнение для k и в него вошло ε. Анализ размерностей:
 If both properties are assumed to be strictly functions of the turbulence <u>independent of natural fluid properties such as molecular viscosity</u>, then purely dimensional arguments [Taylor (1935)] show that

$$\mu_T \sim \kappa^2 / \varepsilon$$
 , $l_{MIX} \sim \kappa^{3/2} / \varepsilon$

- <u>И переходим к уравнению для ε:</u> конвект. диффузия, источники ...
- Исторически сначала было предложено уравнение для *относительной* скорости (мощности) диссипации ТКЭ относительно k: $\omega = \epsilon / \kappa$

k-ω модель турбулентности

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \frac{\partial U_k \omega}{\partial x_k} = -\xi \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \eta \mu_T \frac{\partial \omega}{\partial x_k}$$

- получено «из общих соображений»; записано прямо для ω , не для ω^2 , но сток ε пропорционален ω^2 : средней кин. энергии вихря (см. выше);
- позже (Wilcox, ...) были добавлены *production term* и молекулярная вязкость:

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \frac{\partial U_k \omega}{\partial x_k} = \alpha \frac{\omega}{\kappa} r_{ik} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \xi \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_k} (\mu + \eta \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_k}$$

- порождение (production) ω от *основного* потока диссипация *k* растёт на малых масштабах следствие каскадной передачи ТКЭ от больших вихрей
- молекулярная вязкость для постановки гран. условий у стенки в вязком подслое где турбулентность нулевая
- В таком виде близко к стандартной модели *k*- ω
- Определение коэффициентов модели из расчётов модельных задач, DNSрасчётов – отдельная большая задача ...

k- ω модель турбулентности в Fluent

• Система уравнений с выражениями для источников и коэффициентов:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k$$

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}$$

G_к, G_∞ – источник за счёт градиента средней скорости

Y – dissipation due to turbulence

 S_{ω} , S_{k} – пользовательские источники

(см. Fluent manual ...)

• Уравнения: The exact equation for ϵ is derived by taking the following moment of the Navier-Stokes equation [Wilcox]:

$$\overline{2
urac{\partial u_i'}{\partial x_j}rac{\partial}{\partial x_j}\left[\mathcal{N}(u_i)
ight]}=0$$

where $\mathcal{N}(u_i)$ is the Navier-Stokes operator defined in Equation (2.26).

• After a considerable amount of algebra, the following equation for ε results:

$$\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = -2\mu \left[\overline{u'_{i,k} u'_{j,k}} + \overline{u'_{k,i} u'_{k,j}} \right] \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - 2\mu \overline{u'_{k} u'_{i,j}} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_j} - 2\mu \overline{u'_{i,km} u'_{i,km}} - 2\mu \nu \overline{u'_{i,km} u'_{i,km}}$$

 $+rac{\partial}{\partial x_i}\left[\murac{\partial\epsilon}{\partial x_i}-\mu\,\overline{u_j'u_{i,m}'u_{i,m}'}-2
u\,\overline{p_{,m}'u_{j,m}'}
ight]$

- Слагаемые:
- Production of Dissipation
- Dissipation of Dissipation
- and the sum of Molecular Diffusion of Dissipation and Turbulent Transport of Dissipation, respectively.

<u>These correlations are essentially impossible to measure with any degree of accuracy</u> —> "drastic surgery" ...

k-ε модель турбулентности в Fluent

Система уравнений вместе с определениями источников и фиксированным набором коэффициентов – это «Standard k - ϵ model»

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \left(G_k + C_{3\epsilon} G_b \right) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} + S_{\epsilon}$$

k – здесь уже – ТКЭ;

G_к – источник за счёт градиента средней скорости;

G_b – источник за счёт архимедовых сил (важно для конвективных течений);

 S_{ϵ} , S_{k} – пользовательские источники;

 $G_{2\epsilon}$ и др. – коэффициенты ;

(см. FLUENT manual ...)

«Нет ничего практичнее хорошей теории» Курт Левин, психолог

«Мосты из снега над пропастями незнания ...»

К. Пирсон (мат. статистика) о генетике Г. Менделя

LES модели турбулентности (Large Eddy Simulation)

- Что это такое ?
- Чем хороши LES модели ?
- Чем плохи?
- Где они полезны, где бесполезны, применимость

РАЗДЕЛ НА РЕКОНСТРУКЦИИ

. . .

Каким ты был, таким ты и остался, Но ты мне дорог и такой ...

М. Исаковский, И. Дунаевский, песня из к/ф "Кубанские казаки"

RANS and CFD: истоки коммерческой вычислительной гидродинамики

Известны неточности RANS-моделей, что не отменяет подхода: CFD

(Wilcox):

- 1. flows with sudden changes in mean strain rate; (ступенька, диффузор ...)
- 2. flow over curved surfaces; (гибы)
- 3. flow in ducts with secondary motions; (канал прямоугольного сечения)
- 4. flow in rotating and stratified fluids; (вращающаяся труба, ...)
- **5. three-dimensional flows**; (разные ...)
- **6. flows with boundary-layer separation** (отрыв погран. слоя ...)
- 7. затопленная осесимметричная струя (отклонение от симметричности...)

Ho – 2-параметрические RANS-модели – это: "The working horses of the engineering calculations"

- Вычислительная гидродинамика: Computational Fluid Dynamics CFD
- Первый коммерческий пакет на основе k-е модели: Phoenix (70-е гг.)
- Руководитель работ B. Spalding: "The father of CFD"

Вычислительная гидродинамика: CFD (из лекций B.Smith'a, PSI)



Laboratory for Thermal-Hydraulics Nuclear Energy and Safety Department

Origins

With the advent of fast, digital computers in the 1960s, it became possible to attempt the numerical solution of the Navier-Stokes equations, the governing equations of fluid dynamics.

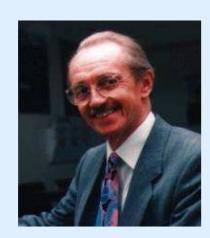
In the early days, the general policy was to write specific codes for specific tasks, and universities, research laboratories and industry followed this trend.

The result was a myriad of special-purpose codes, with each code almost exclusively operated by the person, or group, who wrote it. Documentation was usually poor, and often non-existent. There was almost always one key, central person, who was the sole source of knowledge of the software.

In 1974, Prof. D. B. Spalding of Imperial College, London founded a spin-off company called CHAM (Concentration, Heat And Momentum). Initially, CHAM followed the general trend of special- purpose software, but in 1980 adopted a single-code policy, with a central, robust solver, and then concentrated on model development. This new code system, PHOENICS, could be regarded as the first, genuinely multi-purpose CFD code, and a model for those that followed.

Exploitation of the commercial potential of this concept also began.

For these reasons, Brian Spalding is often referred to as the "Father of CFD"



4

Вычислительная гидродинамика _2



Laboratory for Thermal-Hydraulics Nuclear Energy and Safety Department

The new era of CFD: led by PHOENICS



Modular design: central solver pre-processor (mesh generator) post-processor (graphical display of results) and modules to link in, as needed for the application.

This strategy is now followed by all the main commercial CFD vendors.

5

Вычислительная гидродинамика _3



Laboratory for Thermal-Hydraulics Nuclear Energy and Safety Department

What is CFD?

Universal adage of science and technology

Everyone believes an experiment...except the guy who ran it And no one believes a calculation...except the guy who made it.

What actually is CFD?
And can it change these beliefs?

Various Definitions

Officially stands for... Computational Fluid Dynamics

Is accused of being... Colourful Fluid Dynamics

Is often (ab)used as... Colours For Directors

Or worse... Colourful Fantasy Dreams

Begins to be... Credible Fluid Dynamics

But is not always... Cost-effective Fluid Dynamics

Could add one more... Commercial Fluid Dynamics WHY?

Вычислительная гидродинамика _4



Laboratory for Thermal-Hydraulics Nuclear Energy and Safety Department

CFD Software Packages

Commercial

FLUENT originally developed by Creare Inc., USA, Sheffield Univ., UK and FDI, Chicago, USA

acquired by ANSYS Inc. in 2006

CFX originally developed by AEA Technology, Harwell, UK

acquired by ANSYS Inc. in 2003

STAR-CD originally developed at Imperial College, London, then by Computational Dynamics Ltd,

STAR-CCM ∫ marketed by the CD-ADAPCO group

PHOENICS originally developed at Imperial College, London, then by CHAM Ltd

Freeware

OpenFOAM originally developed at Imperial College, London, then by Nabla Ltd, but then made freely

available by OpenCFD in 2004. Unique feature: source code access (written in C++)

6

Используемое средство проведения численных расчётов CFD:

пакет («код» - code) FLUENT (ANSYS)

Универсальный коммерчески распространяемый код

Версии:

Fluent 6.2 (6.1 и более ранние) – до 2006 г.

Fluent 6.3 (последняя от Fluent Inc.), потом – ANSYS FLUENT:

ANSYS FFLUENT 12.1 (номенклатура ANSYS), ..., 14.5, 15.0, ..., 21.0 ...

Другие аналогичные CFD коды

Star CD (Ныне – Star CCM) , ANSYS CFX

Phoenix («пионер Commercial FD», сейчас – ??)

Кроме того – другие коды с близкими *основными* возможностями (2D, 3D, турбулентность, своб. границы), но, всё же, гораздо более слабые:

- открытые коды (open source codes: openFOAM ..., codeSATURNE, ...)
- «региональные» разработки (FlowVision, ЛОГОС, NEPTUNE CFD, ...)
- «лабораторные» коды (in-house codes) IBRAE: Conv2D/3D, ...

Возможности кода FLUENT

- Универсальный препроцессор (2D–3D), экспорт в /из стандартных форматов, совместимость с другими кодами
- Физические модели среды:
- турбулентность (RANS: Spalart–Almaras, k–ε, k-ω SST, SAS, transitional, RSM; LES, DES ...)
- многофазность
 - плавление-затвердевание;
 - лагранжевы модели: перенос частиц потоком, взаимодействие с потоком;
 - модель смеси (смешанное описание фаз);
 - полная эйлерова модель (раздельное описание фаз с условиями замыкания)
- свободные границы
 - модель подвижной границы контакта сред (метод VOF);
 - поверхностное натяжение; другие ...;
- смеси газов, горение и др. хим. реакции; внешние библиотеки (Chemkin)
- перенос излучения в полости общего вида, в среде с поглощением;
- МГД процессы (с ограничениями ...)
- другие процессы ...
- Развитый аппарат функций пользователя и уравнений (UDF, UDS)
- Устойчивый и эффективный решатель. Многосеточный подход, ...
- Модификации сетки (дробление, вырезы, сшивки, ...), подвижные сетки;
- Версия для параллельного счёта
- др. возможности ...

Решаемые уравнения: Flow equations and other PDEs

- Неразрывности (сохранения массы)
- Движения жидкости (сохранение импульса)
- Энергии (сохранения энергии)
- Дополнительные уравнения (общая физика ...)

Дополнительные уравнения: модели сложных состояний жидкости

- **турбулентность** (RANS и LES модели)
- многофазность (модели смеси, многожидкостные; межфазный обмен)
- свободные границы (реконструкция границ и гран. взаимодействия)
- конвективная диффузия (перенос концентрации компонентов)
- частицы в жидкости (движение под действием сил в потоке)
- внешние поля (электромагнетизм)
- теплообмен излучением (перенос излучения средой)

Дополнительные ОДУ, источники, гран. условия etc.

- реагирующие потоки (finite rate chemistry) пламёна, взрывы: кинетика;
- испарение-конденсация в потоке;
- сложные среды (пористая модель в разных вариациях);
- пользовательские модели физических явлений ...

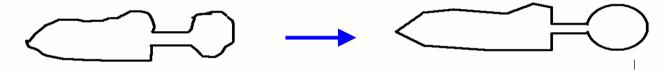
Общая методология численного решения задачи МСС

Дискретизация: переход от ч.д.у. к его дискретному аналогу (алгебр. система). Требования: аппроксимация, сходимость, устойчивость

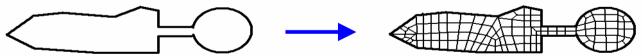
$$A(\frac{\partial}{\partial x_k}, \frac{\partial^2}{\partial x_k^2}, \dots, \frac{\partial}{\partial t}) \begin{pmatrix} u \\ \rho \\ E \end{pmatrix} = R(\{x_k\}, t)$$

$$\left\{ \sum_{k=0}^{\infty} a_{ik} U_k = R_i \right\}$$

Геометрическое моделирование: создание и хранение геометрических объектов (желательно - возможность универсального формата : CAD, VTK etc.)



Нодализация: разбиение геометрических объектов на ячейки (конечные элементы) заданных параметров — «сетка», «конечно-элементная модель»



Упрощённые модели сложных явлений (турбулентная конвекция, ...)

Решение больших (10⁴-10⁹) систем квазилинейных алгебраических уравнений (прямые методы — обращение матрицы — до 10⁵-10⁶ ; более — итерационные)

Этапы численного решения задачи МСС

- Постановка задачи и цели численного расчёта. Выбор физ. моделей течения (турбулентность) и других явлений
- Создание геометрической модели и её разбиение
- Выбор процедур численного решения (аппроксимация уравнений и т.п.) и параметров физических моделей
- **Численное решение** отслеживание сходимости и, выборочно, характеристик получаемых результатов. Коррекция методологии.
- Визуализация, проверка, сохранение результатов решения в нужной форме
- Контроль качества: доработка модели, вариантные расчёты, «best practise»

Цели расчётов могут быть:

- **Количественная** информация о процессе (параметры течения: CFD)
- Качественный вид решения (картина течения: Colorful Fantasy Dream)
- «Nice pictures» (демонстрационные цели: Colors For Directors)

Вычислительная техника для многомерных задач

В мире:

- многоядерные, многопроцессорные, "многокомпьютерные" (вычислительные кластеры), "GRID-системы", «Облака» ...
- "Параллелизация вычислений" возможна для задач с большими сетками (1- 10- 100- ... миллионов, известны расчёты с 50-ю млрд.)
- Ho! нестационарные задачи (много шагов по времени) всё равно считаются долго (т.к. расчёт принципиально последовательный)

В ИБРАЭ РАН:

- 4-8- ...ядерные персональные ЭВМ (в ассортименте ...)
- вычислительный кластер ~800 ядер (в работе, но медленный ...)
- доступы на внешние кластеры (меняется ...)

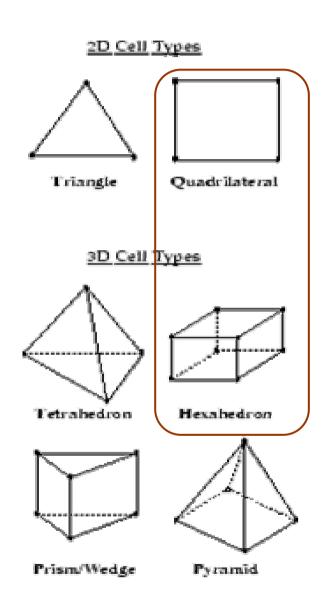
Название основного труда Ч.Пирса, основателя *прагматизма* в философии

Дискретная модель: о сетках и сеточных примитивах

Структурные элементы конечно-разностной (контрольно-объёмной) или конечно-элементной модели расчётной области

- 1. Дано система уравнений в частных производных на области Ω
- 2. Задана схема дискретизации сведение ч.д.у. к системе алг. ур-ий
- 3. Область Ω разбивается на дискретные элементы (ячейки) сетка. (Задание гран. условий, моделирование физически сложных задач etc. требуют детализации сеточного разбиения и формирования минимальных представлений о сетках и методе дискретизации)
- 4. От аппроксимации в элементе к аппроксимации всего решения.

Минимальный типовой набор элементов и примеры разбиения

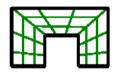


Face Meshing - Quad Examples

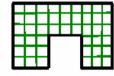
Quad: Map







Quad: Submap





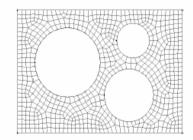


Quad: Tri-Primitive





Quad: Pave



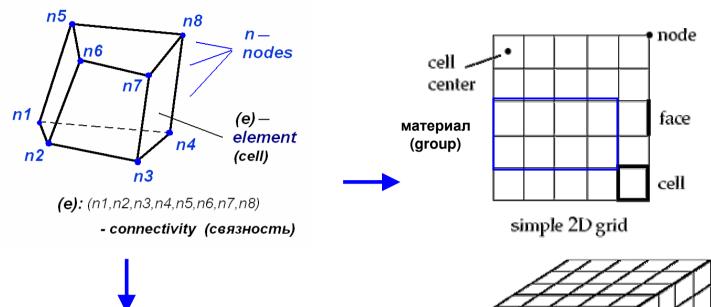
Подробнее о сетке: геометрические примитивы

Полный набор сеточных данных:

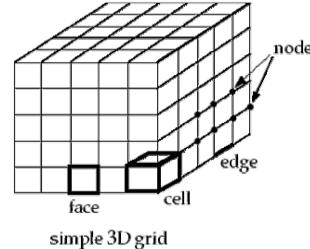
- координаты узлов,
- связности элементов,
- связности границ
- границы и материалы (подобласти)

<u>Дополнительные</u> <u>объекты:</u>

грани, рёбра, центры граней и т.п.



- Vertex узел, вершина (node)
- Edge сторона, ребро
- **Face** грань, **элемент** (2D)
- Volume объём, ячейка (3D)
- **Group** область, подобласть **(Материал)**



- Минимальная информация о сетке узлы (nodes) и связность (connectivity)
- Иерархия объектов по размерности: объём \rightarrow грань \rightarrow ребро \rightarrow вершина
- Объект высокого уровня содержит подобъекты низшего уровня

Подобъекты и элементы дискретной модели всего объекта

Domain – вся расчётная область
Thread – фазы (газ, жидкость, твёрдое тело)
Group (material) – подобласть

Cell - элемент face - centroid, vertex

Геометрическое моделирование и генерация сеток

Основные этапы создания расчётной сеточной модели

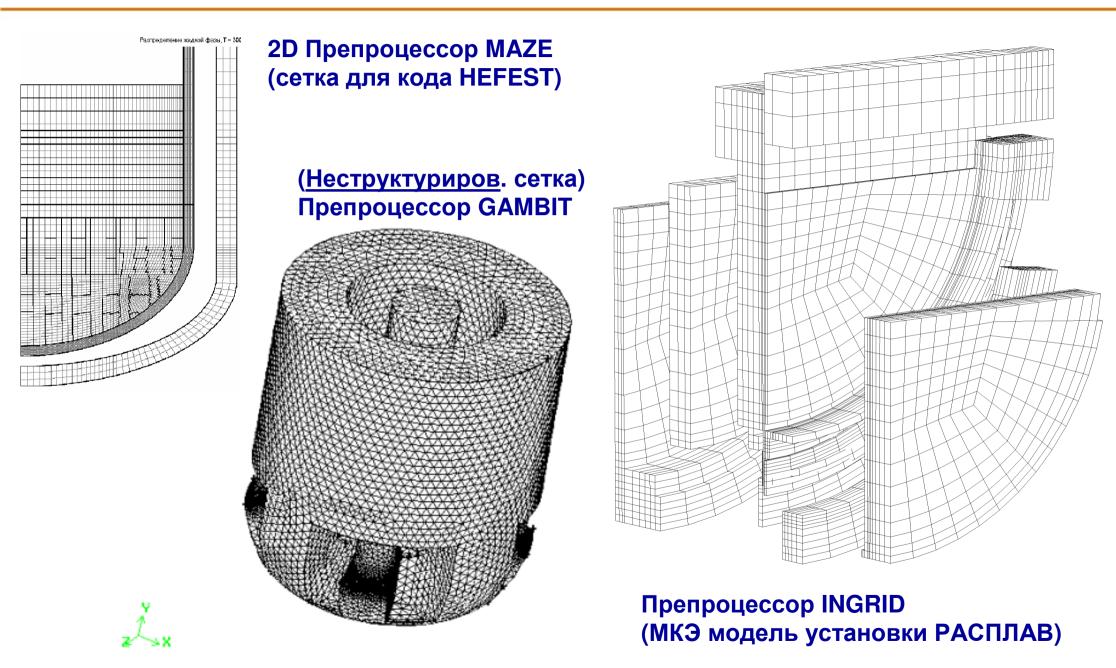
- Создание геометрической модели (CAD пакеты или в самом препроцессоре)
- Генерация сетки (сеточное разбиение модели)
- Проверка качества сетки
- Задание зон и границ (для Physics)
- Экспорт численной модели в выбранный формат (взаимозаменяемы, но ...)

Способы создания геометрических объектов препроцессором

- "Нисходящее" моделирование создаются сразу объекты высокого уровня, объединяются, вычитаются etc.
- "Восходящее" моделирование от точки к линии, к поверхности ...

Далее, возможно – преобразования сетки в самом CFD коде structured mesh (=grid) – структурированная сетка – 4-угольники или гексаэдры (часто – требование топологической эквивалент. параллелепипеду) unstructured mesh – неструктурированная сетка – смешанное разбиение (3-и 4-угольники или гексаэдры+тетраэдры и призмы)

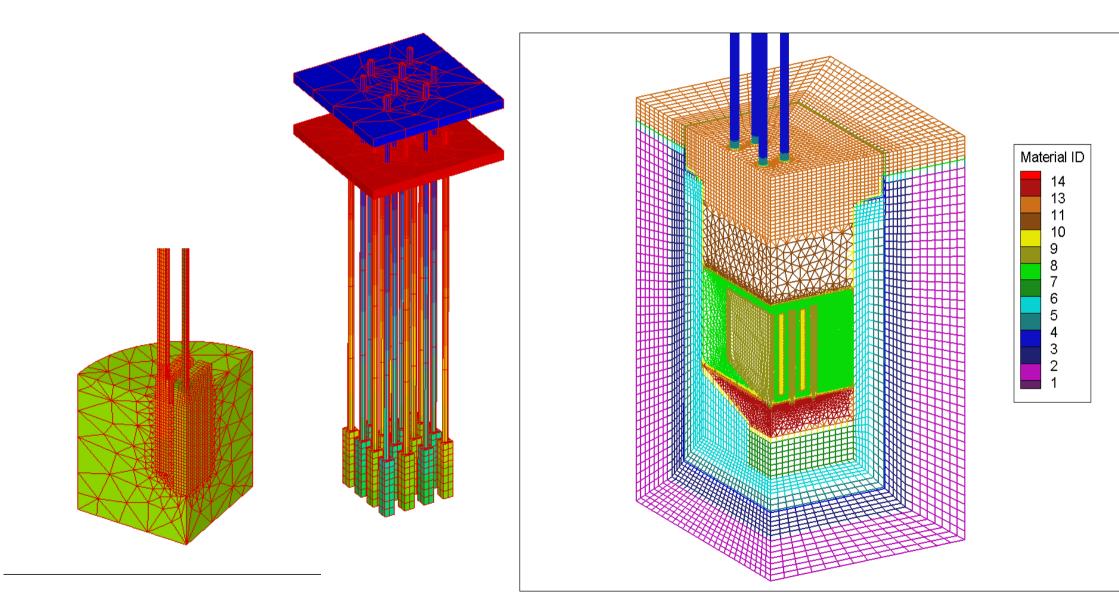
Простые 4-угольные, гексагональные, тетраэдрические сетки для тепловых и гидродинамических расчётов



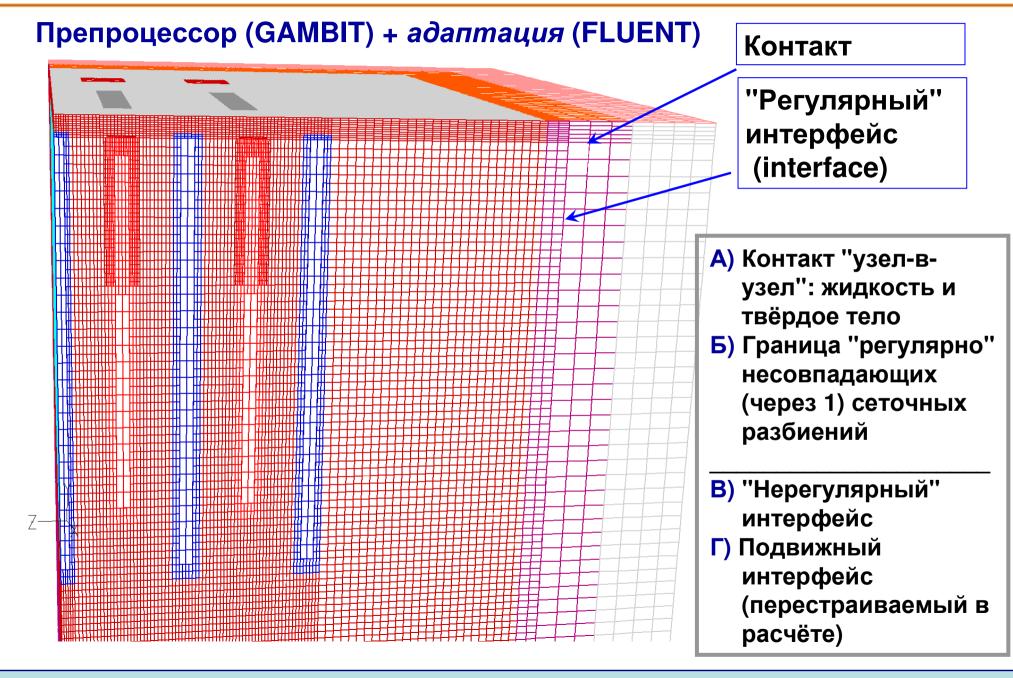
Конфигурации расчётных областей для опытно-экспериментальных установок (электролизёр) – *комбинации элементов*

Препроцессор ANSYS Prep7 -

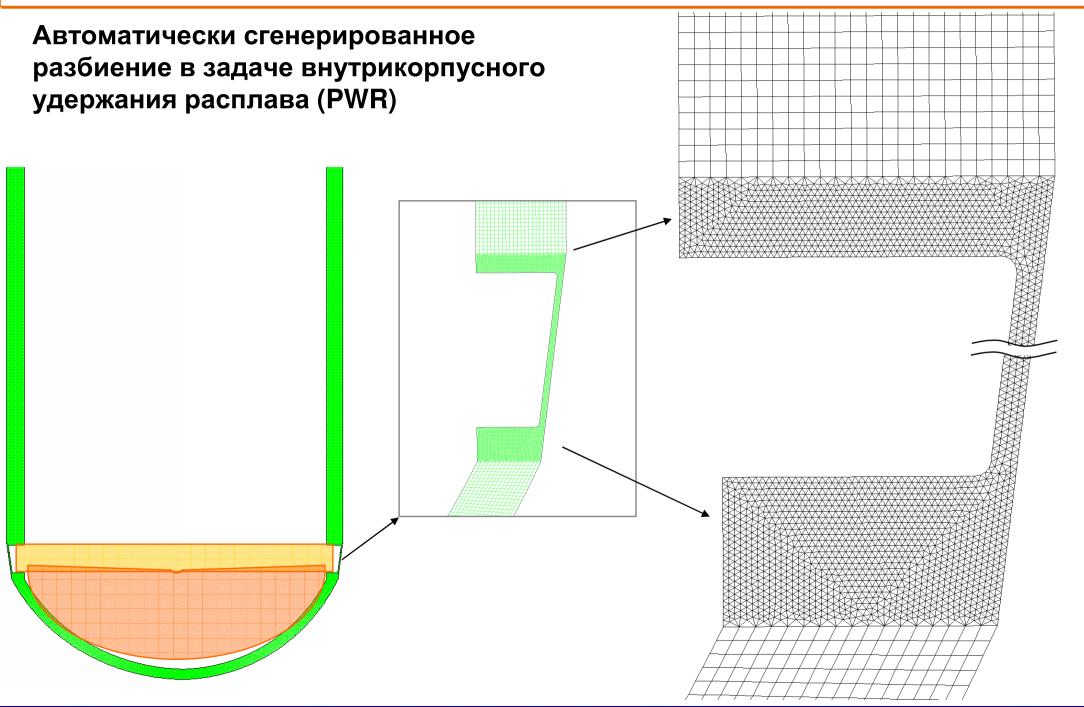
Неструктурированные сетки



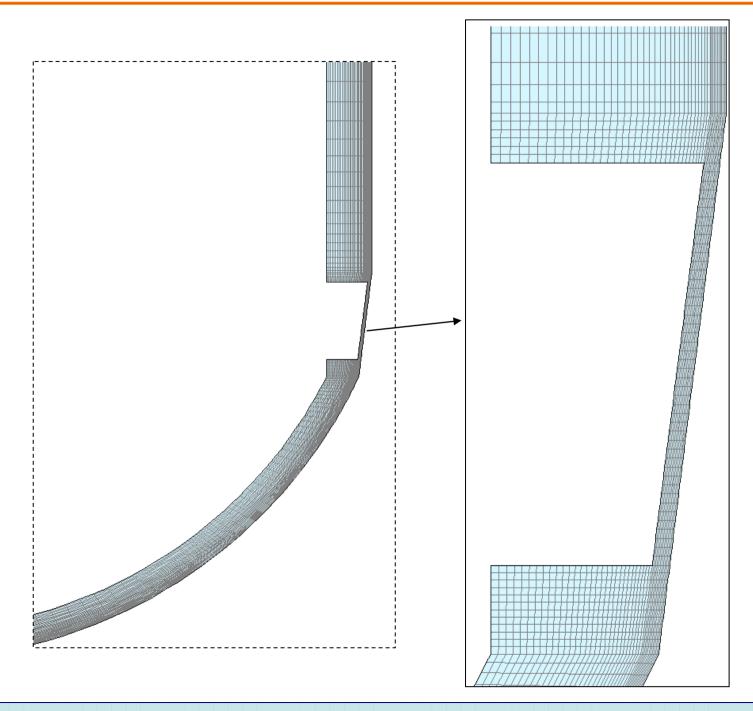
Адаптация сетки в ГД расчёте (измельчение подобласти) Интерфейс (разного типа): контакт разнородных областей



Замечание: оптимальные и неоптимальные (эта) сетки 1(2)



Замечание: оптимальные (эта) и неоптимальные сетки 2(2)



Разбиение без полной автоматики:

- *4-угольники* (важно для пластичности)
- сгущение в областях больших градиентов
- разрежение в областяхс малыми градиентами
- отсутствуют резкие перепады размеров

Полное количество КЭ – в несколько раз меньше, качество аппроксимации – лучше

(исходная область – чуть другая ...)

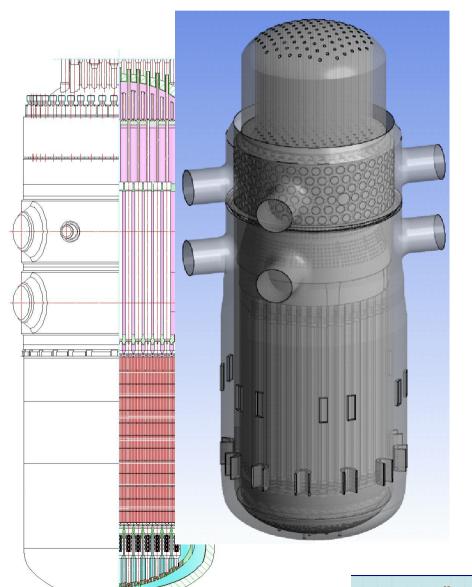
Пример: CFD-расчёты ВВЭР при нормальных условиях эксплуатации (НУЭ)

ВВЭР: расчёт стационарного течения теплоносителя при НУЭ

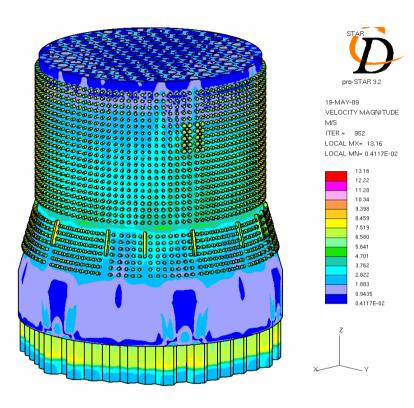
BB3P-1200

CFD-модель ВВЭР-1200

(ок. 180 млн. ячеек) (Препроцессор ICEM CFD

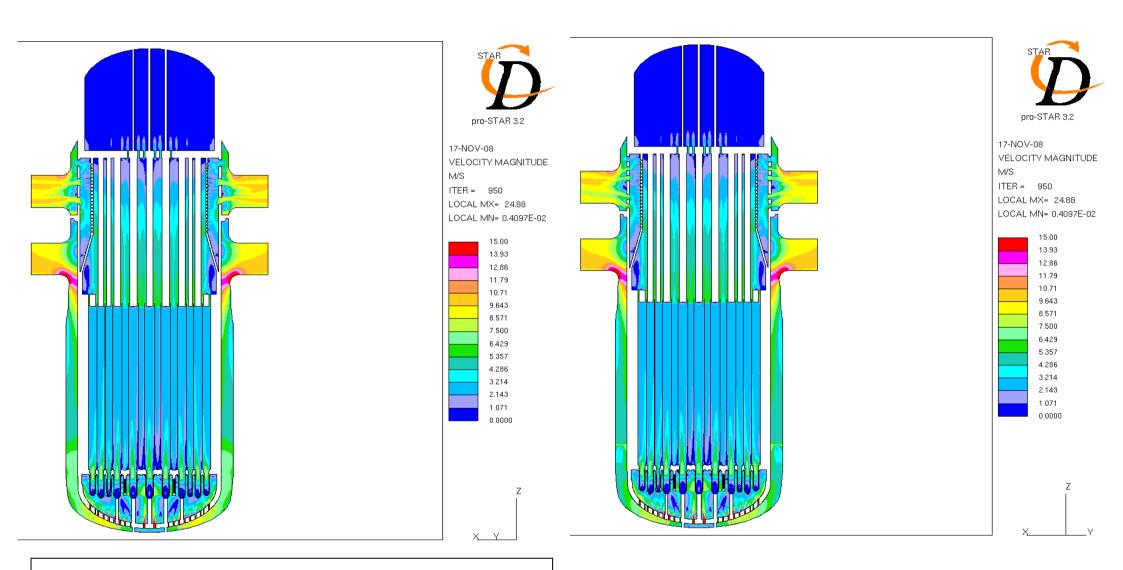


Модуль скорости потока



Расчёты проведёны кодом Star CD (А.Крутиков)

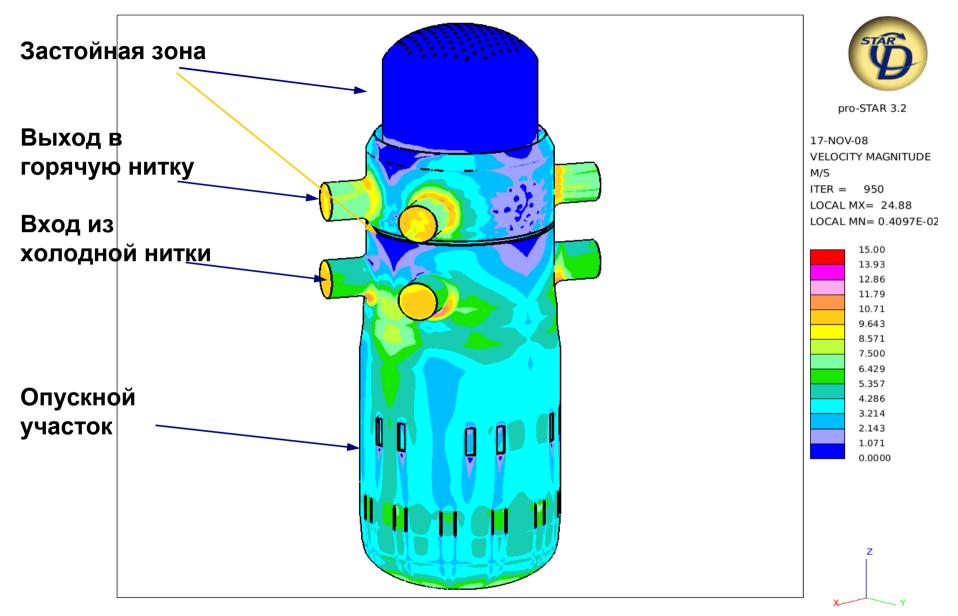
Результаты расчета



Поле скоростей в продольном сечении 1 и 3 петли реактора

Поле скоростей в продольном сечении 2 и 4 петли реактора

Результаты расчета



Общий вид поля модуля скорости у корпуса и во входных и выходных патрубках реактора

Некоторые примеры, относящиеся к численному моделированию аварийных режимов АЭС (проблемы водородной безопасности)

("Аварийный режим": АР)

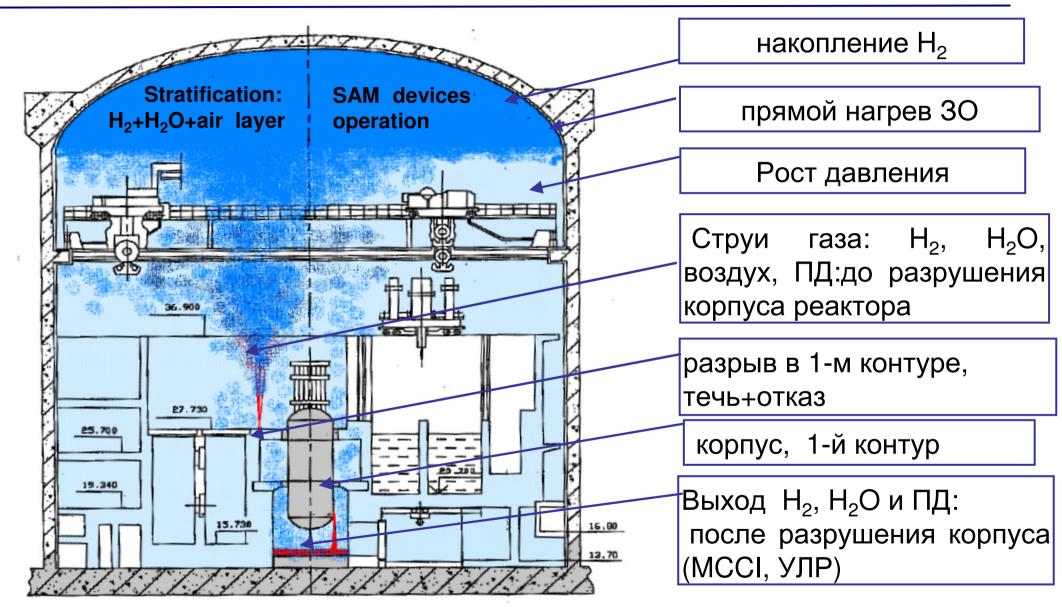
Отдельные события при AP, где 3D анализ может быть полезен _2

Item	Description	Score	Item	Description	Score
No.	Besonption	/36	No.	Bescription	/36
1	PTS	31	9	Hot-leg heterogeneities	21
2	Hydrogen mixing and combustion in containments	31	10	HTGR lower plenum mixing	16
3	Flows in complex geometries	29	11	HTGR core heat transfer	15
4	Boron dilution	28	12	HTGR reactor cavity cooling heat transfer	13
5	Sump strainer clogging	26	13	VHTR heat transfer issues	12
6	Aerosol deposition in containments	26	14	Flow behind blockages in LMFRs	9
7	Thermal fatigue	23	15	Flow-induced vibrations in LMFRs	8
8	Main Steam Line Break (leading to asymmetric flow)	22	16	Core barrel vibration in APWRs	6
	•••				

"Brian Smith table" (Paul Sherer Institute, Switzerland)

Процессы под 30 при аварии (PWR) с течью из 1-го контура

Рост давления, концентрации водорода – опасность разрушения 3О и выхода ПД



<u>Рассматриваемые длительности процессов – часы и дни</u>

Примеры активного использования CFD:

3D-расчёты экспериментов по теплогидродинамике газовых смесей в атмосфере под защитной оболочкой реактора: проект ERCOSAM-SAMARA

- (А) О поддерживающих экспериментах
- (Б) Пример минимальной презентации результатов исследования

(происхождение задачи, объект и цели его исследования, объект и его модель, качественные результаты, количественные (сравнение), выводы и перспективы)

Моделирование поддерживающих экспериментов

- Зачем они нужны? модель с меньшим размером (< 50×50×50 м ...)
- Зачем нужно численно моделировать эти эксперименты?
- **верификация (валидация)** расчётных кодов хотя бы на этом;
- расчётная поддержка подготовки экспериментов;
- оценка погрешности расчёта (everyone believes an experiment ...);

Исследование водородной опасности при аварии и пути её минимизации (Воспламенение и взрыв – авария ТМІ-ІІ – вышло 174 кг, но не взорвалось, авария Фукусима – водород вышел и воспламенился – разгерметизация ...)

- обширная, давно освоенная область экспериментальных исследований

Международный проект: моделирующие эксперименты, их пред-расчёты и пост-расчёты. **Цель**: разработка и проверка расчётных кодов

Участники: PSI(Switzerland), IRSN, CEA(France), NRG(Netherlands), KIT(Germany), AECL(Canada), ИБРАЭ РАН, ФЭИ

Эксперименты ERCOSAM-SAMARA 1/3

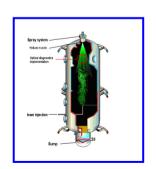
Экспериментальные установки. Общие цели программ

- 4 разные установки (15 экспериментов) + численный бенчмарк HYMIX;
- Единый сценарий экспериментов;

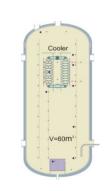
• 3 моделируемых систем безопасности (спринклер, конденсатор-теплообменник (КТО), ПАР);

· /,

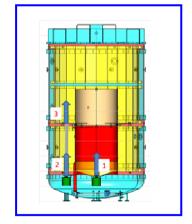
- Установление/разрушение стратификации;
- Эффект размера;
- Эффект конфигурации;



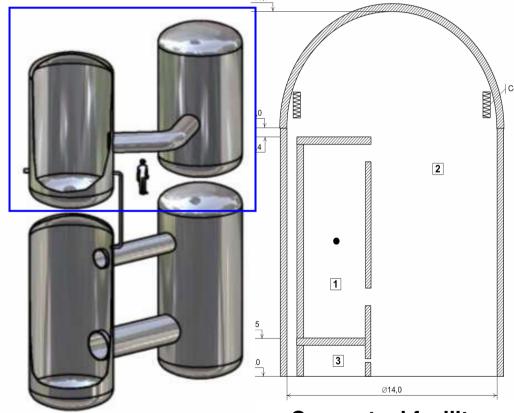
TOSQAN (IRSN), 7m³: 3 tests



СПОТ (ОКВМ Африкантов), **56**m³ : <u>2 tests</u>



MISTRA (CEA), 97 m³: 4 tests



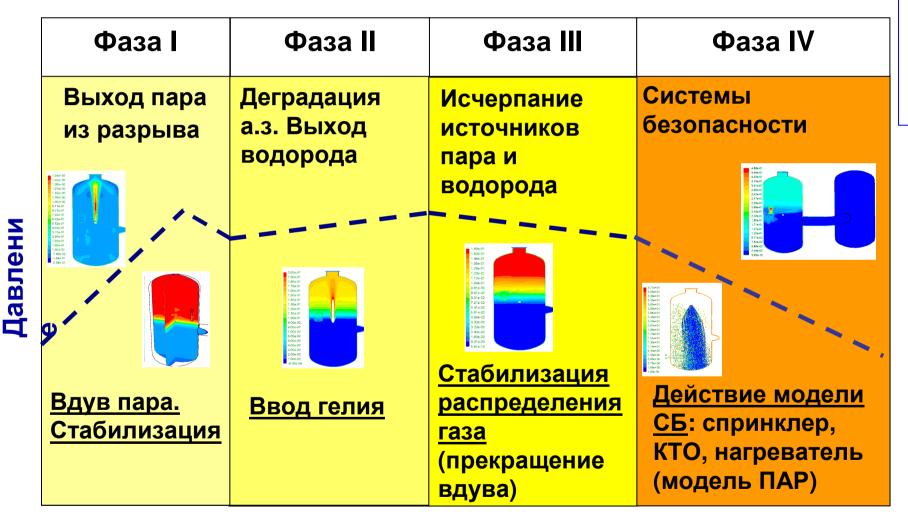
PANDA (PSI), сосуды 1-2, 183m³: <u>5 tests</u>

Conceptual facility HYMIX, 3181 m³: 2 numerical

<u>benchmarks</u>

Эксперименты ERCOSAM-SAMARA 2/3

Общий сценарий экспериментов



Установки:

- TOSQAN
- PANDA
- MISTRA 2011-2014гг.

Время

Эксперименты ERCOSAM-SAMARA 3/3

	T114	Spray	1
TOSQAN	T115	Spray	2
	T116	Spray	3
	MERCO-0	-	4
MISTRA	MERCO-1	Spray	5
	MERCO-2	Cooler	6
	MERCO-3	PAR	7
	MERCO-4		8
	PE1	Spray	9
	PE2	Spray	10
PANDA	PE3	Cooler	11
	PE4	Spray - Spray Cooler PAR 2 PARs Spray Spray	12
	PE5	Cooler	13
HYMIX	K1	Spray Spray Cooler PAR Cooler Spray Cooler Cooler	14
птина	K2		15
SPOT	S1	Cooler	16
SPUI	S2	Cooler	17

Всего: 15 интегральных экспериментов на 4-х установках и два численных бенчмарка (HYMIX). Все были смоделированы в ИБРАЭ РАН

<u>Фаза I-III экспериментов</u> образование стратификации, тепло- массообмен газа с конструкциями (конвекция, конденсация пара ...)

<u>Фаза IV экспериментов</u> – действие систем безопасности (одна) на уже подготовленную систему: спринклер, нагреватель (ПАР), КТО

Представлены эксперименты PANDA:

РЕ1 (С конденсацией на фазах I-III). То же – РЕ3 РЕ2 (Без конденсации на фазах I-III). То же – РЕ5

Физика, гидродинамика процессов в 30 в экспериментах E-S

Конвективные течения, структура потока/атмосферы (расчёт динамики):

- Установление стратификации при выходе вертикальной струи лёгкого газа;
- Размытие, разрушение стратификации (конвекция, свободная и вынужденная);

Тепло-массообмен:

- В твёрдом теле уравнение энергии (теплопроводность);
- Газа со стенкой конвективный и конденсационный: модель турбулентности (пристеночные функции), модель конденсации
- **Капель спринклера с потоком** *источники-стоки в уравнениях для энергии и компонентов смеси* по 2-фазным моделям
- В **КТО** (конвективный, конденсационный) по пользовательской модели (UDF)
- Радиационный перенос в среде и теплообмен стенок (модели FLUENT);

Конденсация:

• Пристеночная, объёмная – UDF; стекающие плёнки – модель FLUENT (14);

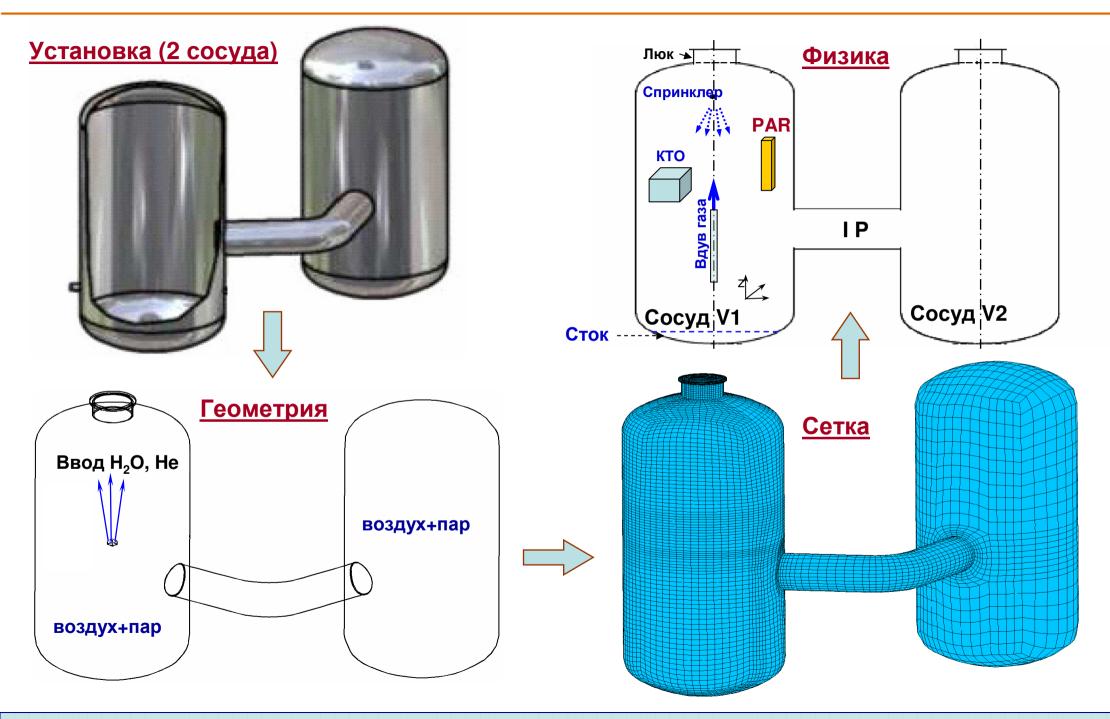
Движение в гетерогенной (пористой) среде, дисперсные течения:

• Сток импульса, 2-фазные дисперсные течения (капли);

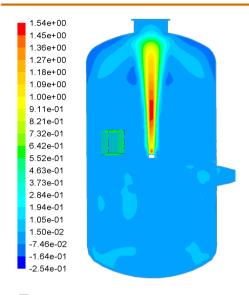
Многокомпонентные среды:

• Смесь газов без химических реакций (модель Species transport кода FLUENT).

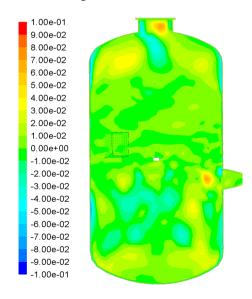
Пример: моделирование экспериментов на PANDA



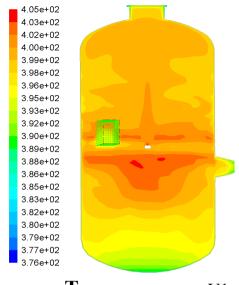
PANDA: фазы вдува Не и окончание фазы релаксации (III)



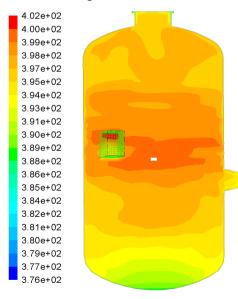
Верт. скорость в V1 в конце фазы II, t=1560s



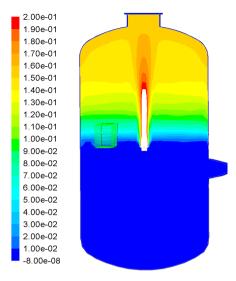
Верт. скорость в V1 в конце **фазы III**, t=2040 s.



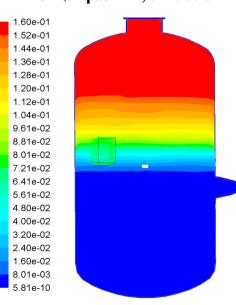
Температура в V1 в конце **фазы II, t=1560 s**



Температура в V1 в конце **фазы III**, t=2040 s.



Мольная доля Не в V1 в конце фазы **II**, **t=1560** s



PE5, Cocyд V1



Скорость:

 $\sim 0.1 \text{ M/c}$

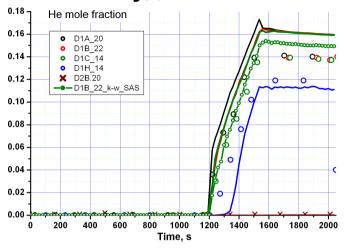
Температура:

близка к однородной, кроме локальн. максимумов

Мольная доля Не в V1 в конце **фазы III**, t=2040 s.

Стратификация и перераспределение газа (PANDA, с конденс.)

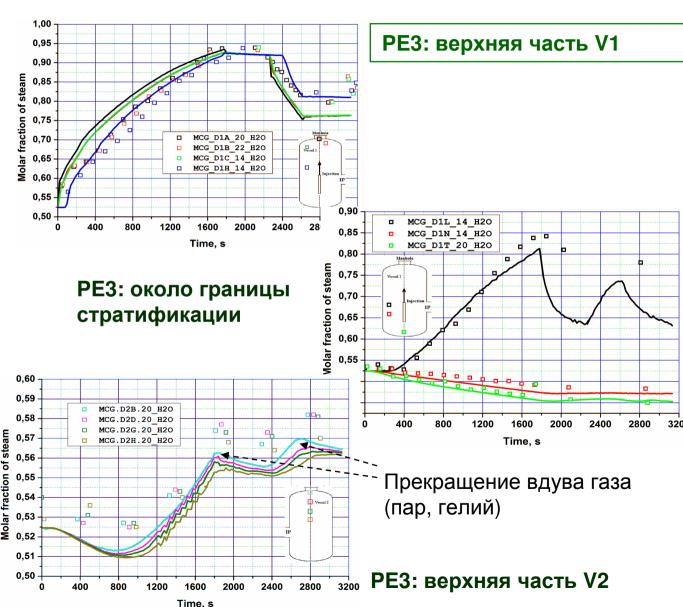
Эволюция мольной доли гелия в точках сосудов V1 и V2



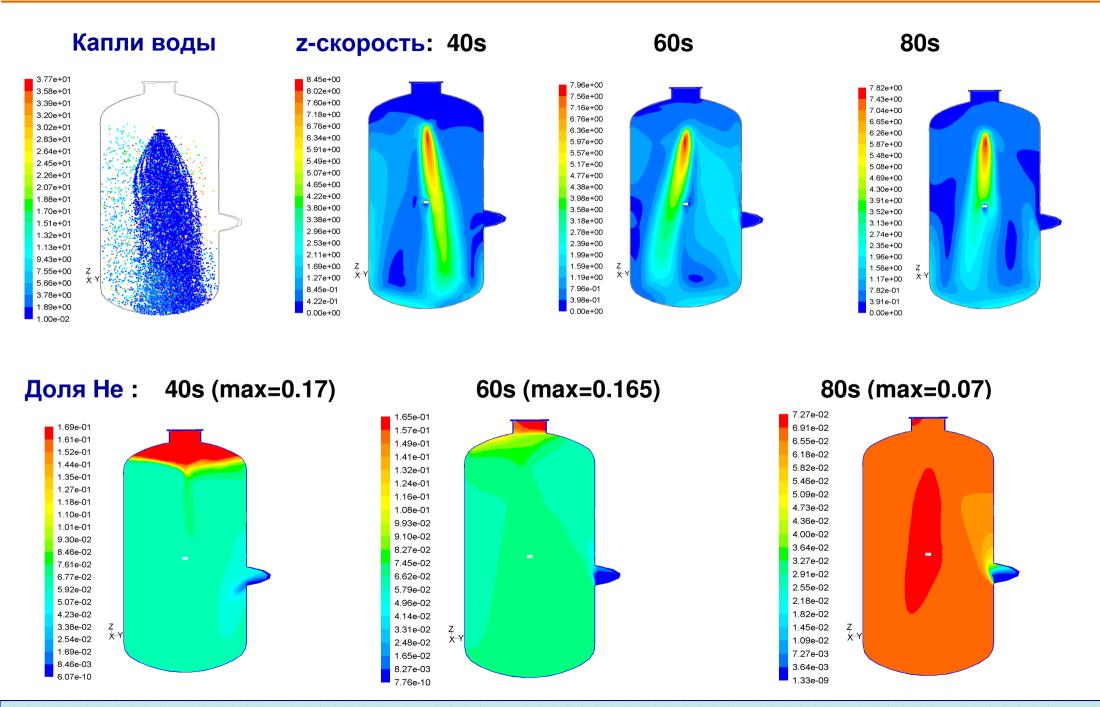
Верхняя часть сосуда V1



Зависимости мольной доли пара в точках



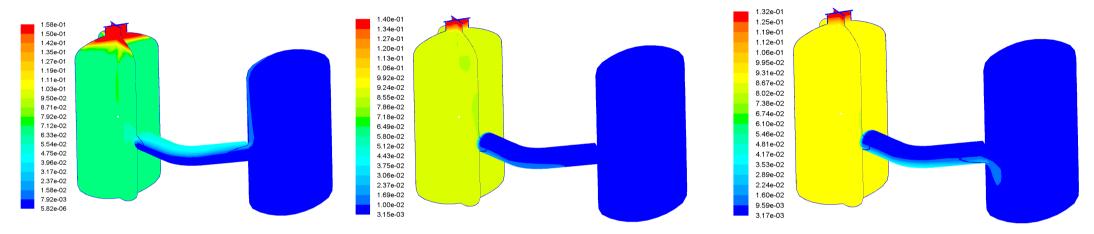
Спринклер: перемешивание гелия в эксперименте РЕ1



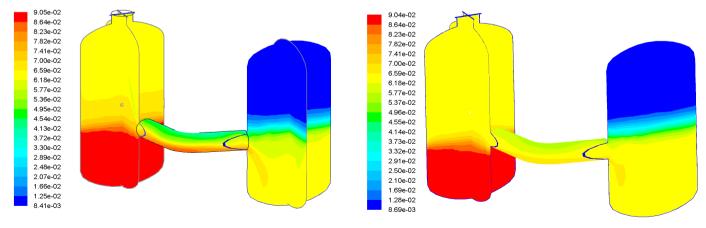
Перераспределение *гелия* во всей установке (PANDA)

"Нормальная" стратификация гелия до спринклера ightarrow перемешивание в V1 и инверсная стратификации из-за охлаждения и конденсации – max = 7-9%

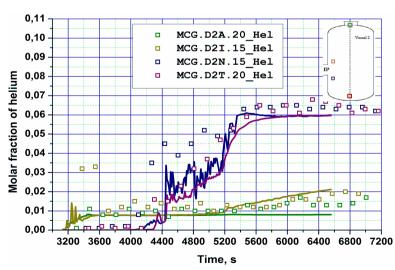
Как в эксперименте, так и в моделирующем его расчёте



Спринклер работает

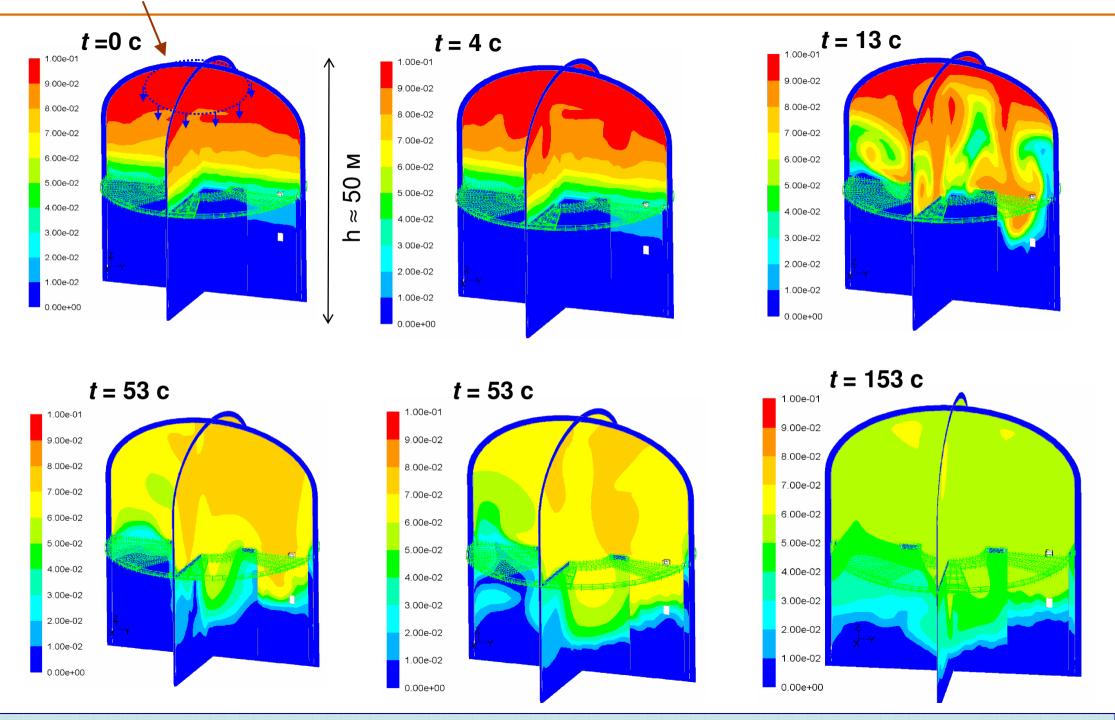


Спринклер выключен



Гелий в сосуде 2: Y(t)

Действие спринклера (купол 30 АЭС) : перемешивание водорода



Публикации (в рамках участия ИБРАЭ РАН в ERCOSAM-SAMARA) 1/2

- [1]. Григорьев С.Ю, Филиппов А.С., Щукин А.А., Разработка и верификация модели конденсации для СFD расчетов задач водородной безопасности АЭС, Известия АН. Энергетика, 2014
- [2]. A. Filippov, S. Grigoryev, N. Drobyshevsky, A.Kiselev, A. Shyukin, T. Iudina, CMFD SIMULATION OF ERCOSAM PANDA SPRAY TESTS PE1 AND PE2, CFD4NRS-5 workshop, 2014 (см. также статью в Nucl. Eng. Des. 2016)
- [3]. Filippov A.S., Grigoryev S.Y., Tarasov O.V., Iudina T.A., 2014. CFD simulation of PANDA and MISTRA cooler tests of ERCOSAM-SAMARA project. Proc. ICONE22, July 7-11, 2014, Prague, Czech republic, ICONE22-30557 (2014)
- [4]. Grigoryev S.Yu, Filippov A.S., 2014. Simulation of OECD/NEA—PSI CFD benchmark with FLUENT. Poster session of CFD4NRS-5 workshop, 2014
- [5]. A.S. Filippov, S.Y. Grigoryev, A.E. Kisselev, O.V. Tarasov, T.A. Yudina, I.V. Ivanov, Complete CFD Analysis of ERCOSAM-SAMARA Exercises: A Step Towards Advanced Modeling Of LWR Containment Under Severe Accident Conditions, Proceedings of ICAPP 2015, May 2015
- [6] J. Malet, R. Laissac, A. Bentaib, P. Lemaitre, E. Porcheron, Z. Liang, F. Dabbene, J. Brinster, S. Kelm, Z. Xu, A. Filippov, A. Kiselev, T. Yudina, A. Zaytsev, C. Boyd, D. Visser, M. Kamnev, O. Tyurikov, M. Andreani, S. Guentay, G. Mignot, D. Paladino, "Analysis of Stratification and Mixing of a Gas Mixture under Severe Accident Conditions with Intervention of Mitigating Measures", Proc. ICAPP 2015, *Paper 15381*.
- [7] T.Yudina, A. Filippov, A. Kiselev et al., "HYMIX benchmarking tests: code-to-code comparison". Proc. ICAPP 2015, *Paper 15363*
- [8] Andreani, M., Sharabi, M., Bleyer, A., Malet, J., Dabbene, F., Visser, D., Benz, S., Xu, Z., Liang, Z., Kelm, S., Filippov, A., Zaytsev, A., Kamnev, M., Tyurikov, O., Boyd, C. "Modelling of Stratification and Mixing of a Gas Mixture Under the Conditions of a Severe Accident with Intervention of Mitigating Measures", Proc. ICAPP 2015, *Paper 15348.*

Публикации (в рамках участия ИБРАЭ РАН в ERCOSAM-SAMARA) 2/2

- [9] D. PALADINO and A. E. Kiselev," Main outcomes from the EURATOM-ROSATOM ERCOSAM SAMARA parallel projects for hydrogen safety of LWR", Proc. ICAPP 2015, *Paper 153xx*.
- [10]. А.С.Филиппов, С.Ю.Григорьев, Т.А.Юдина. Численное моделирование эксперимента ВНИИТФ по стратификации водорода в «прочной» конструкции и сравнение с расчётами «лёгкой» конструкции. Семинар "Моделирование технологий ядерного топливного цикла", 25-29 января 2016, г. Снежинск
- [11] Григорьев С.Ю., Тарасов О.В., Юдина Т.А. CFD анализ экспериментов в легких конструкциях, проводимых РФЯЦ-ВНИИТФ. Семинар "Моделирование технологий ядерного топливного цикла", 25-29 января 2016, г. Снежинск
- [12] Тарасов О.В., Киселёв А.Е., Филиппов А.С., Юдина Т.А., Григорук Д.Г., Келлер В.Д., Кошманов Д.Е., Христенко Е.Б. «Разработка и верификация модели рекомбинаторов РВК-500 и РВК-1000 для задач СFD моделирования защитной оболочки АЭС с ВВЭР» ("Атомная энергия" ...)
- [13] D.Paladino ea. Outcomes from the EURATOM-ROSATOM ERCOSAM SAMARA projects on containment thermal-hydraulics for severe accident management (accepted to print in Nucl. Eng. Des. 2016)
- [14] A.S. Filippov, S.Yu. Grigoryev, O.V. Tarasov. On the possible role of thermal radiation in containment thermal-hydraulics experiments by the example of CFD analysis of TOSQAN T114 air-He test. Nucl. Eng. Des. 310 (2016) 175-186
- [15] С.Ю. Григорьев, Киселёв А.Е., А.С. Филиппов. О некоторых факторах разогрева и теплообмена атмосферы защитной оболочки аэс, вызванного её наддувом при течи из первого контура в процессе тяжёлой аварии. (Изв. Ран Сер. Энергетика ...)

Дальнейшие занятия: работа с моделями турбулентности и др. в среде CFD кода ANSYS/FLUENT:

- общие сведения о процедуре числ. решения уравнений гидродинамики в методе контрольных объёмов; её представление в CFD коде;
- задание входных данных для решения задачи (течение в канале);
- RANS модели турбулентности и их характеристики;
- границы и погранслои; универсальны "закон стенки";
- отрыв и присоединение погранслоя;
- <u>теплообмен в канале:</u> характеристики, представление в CFD коде;
- <u>турбулентная свободная конвекция</u> численные модели, возможности их реализации

Общее знакомство с вычислительной гидродинамикой

Последовательность и средства численного решения задачи ВГД с несжимаемой жидкостью: метод и алгоритмы.

Средства проведения и адаптации численного решения в стандартных пакетах ВГД: запуск расчёта и мониторинг результатов; перезапуск и изменение параметров — отдельных значений, опций и преобразование сетки; геометрическое преобразование области и адаптация сеточного разбиения, параллелизация вычислений

Основные этапы задания входных данных ВГД—расчёта: выбор модели сплошной среды, модели турбулентности, других физических моделей; задание свойств материалов, выбор численной схемы аппроксимации, задание граничных и начальных условий

Пост-обработка результатов: способы графического представления результатов; функционалы численного решения; экспорт результатов в другие форматы.

Примеры для численного решения (RANS модели):

- турбулентное течение в трубе: модификация области, задание гран. условий, выбор модели турбулентности (K-e,..., RSM), выбор опций модели; анализ характеристик течения при разных опциях; зависимость от длины; сравнение с аналитическими моделями
- течение в Т-образном соединении (демонстр. пример) анализ картины течения
- отрыв и присоединение потока (обратная ступенька): выбор модели турбулентности (K-e,..., RSM); сравнение с эталонными решениями; зависимость от геометрии
- турбулентная естественная конвекция между плоскостями разной температуры: модификация области: а)горизонтальное, б)вертикальное расположение пластин; выбор модели турбулентности (K-e,..., RSM); характеристики режима конвекции
- Другие примеры см. TUTORAL MANUAL ...

Цели -

- Начальные понятия и навыки работы с ЧМСС в среде инж. пакета
- Практическое обращение с моделями турбулентных течений

Некоторые общие определения и замечания

GUI – Graphical User Interface (ГИП – графический интерфейс пользователя)
TUI – Text User Interface (КР – командный режим)
Физическая модель – численный алгоритм, аппроксимирующий физ. явление
Solver – решатель – процедура решения сеточных уравнений

Геометрическая модель, физические объекты модели - domain, thread, face, centroid, vertex — подобласти и геометрич. объекты, отвечающие моделируемым физическим объектам

Сравнение GUI и TUI:

Командный Режим (удобен для пакетного запуска на удалённых ЭВМ)

- основной режим связи с кодом: действия в КР содержат все действия ГИП, но не всегда наоборот
- возможность параметризации входных данных, расчётов в пакетном режиме
- удобен для контроля при многовариантных расчётов (контроль текста файла)
- неудобен для первоначального ознакомления и работы, если текст сложен

Графический интерфейс

- нагляден, удобен для обучения и расчёта новой задачи
- но требует частого «лазания по меню»
- но труднее контролировать входные данные (желателен список файл ввода)
- невозможна автоматизация вариантных расчётов и параметризация ввода TUI!

Работа с ANSYS/Fluent. Версии

Документация – см. Desktop – DocFluent

Способы запуска кода Fluent: граф. интерфейс и пакетный (batch mode)

- Граф. интерфейс: Launcher запоминает установки удобно ...
- Непосредственно *.exe файл (требует дополнительных действий ...)
- Пакетный режим с "отцеплением" от терминала удобен для длительных расчётов на кластере ...

Версии – примеры проверенных, широко используемых: FLUENT 6.3, <u>FLUENT 12.1.4</u>, FLUENT 14.5, FLUENT 16.0 ... (сейчас - 21.0 ...)

Совместимость по формату "вперёд" и несовместимость «назад» –

- файлы Fluent 12 не читаются Fluent 6.3 (читаются с ошибками)
- файлы Fluent 14-16 не читаются Fluent 12 (читаются с ошибками) Но -
- файлы Fluent 6.3 (2007 г.) вполне читаются и далее работают без проблем со всеми следующими версиями
- etc.

Л.Н. Толстой, Война и мир

Решение основной системы уравнений в CFD-коде

Сжимаемая жидкость, явная схема: density-based solver

- совместно решаются все ур-я, кроме турбулентности (и силовых)

Сжимаемая/несжимаемая – неявная: pressure-based solver –

В цикле по итерациям:

- А. Уравнения потока (разные методы)
- Б. Остальные уравнения:
 - турбулентность
 - энергия
 - концентрация примеси etc.
- В. Подстановки вычисленного в уравнения потока (турб. вязкость, ...)
 - продолжение/выход из цикла

Уравнения движения (flow equations)

- Общая форма
- Уравнение неразрывности

$$\left| \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} \right| = m \ (=0)$$

• Уравнение Навье-Стокса (постоянная вязкость)

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_k}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial s_{ik}}{\partial x_k} + G_i = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} u_i + (\beta + \frac{\mu}{3}) \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_i} u_j + G_i$$

• Несжимаемая жидкость (p=const) без источников массы:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_k}{\partial x_k} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + v \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} u_i + g_i$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

• Граничные условия ...

Уравнения состояния ... $p=p(\rho), p=p(T,\rho), ...$

 ρ – плотность, p – давление , $u_{\rm i}$ – компоненты скорости , $g_{\rm i}$ – плотность внешних сил, μ – динамическая вязкость, тензор напряжений: $\sigma_{\rm ik}$ = $-1/3p\delta_{\rm ik}$ + $s_{\rm ik}$

Решение уравнений движения в CFD-коде

- Решение для сжимаемой жидкости: плотность через давление подставляется из уравнения состояния, имеем четыре уравнения для 4-х неизвестных, давление входит везде. Решение системы: а)методом расщепления (поочерёдно, по уравнению) или б)совместно ("coupled") ...
- В случае несжимаемой жидкости ρ=const:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \Delta u_i + G_i$$
— здесь и давление, и скорость

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0$$
 — тут только скорость ...

- Вводится уравнение для давления взяв дивергенцию от уравнения движения

$$\frac{\partial}{\partial x_{i}} \left(\frac{\partial u_{i}}{\partial t} + u_{k} \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{k}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{i}} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \mu \left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{k}} + \frac{\partial u_{k}}{\partial x_{i}} \right) + G_{i} \right) =
= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_{i}} \frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_{i}} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{k}} + \frac{\partial u_{k}}{\partial x_{i}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}} G_{i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^{2} p}{\partial x_{i} \partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{i}} G_{i} .$$

и используя несжимаемость

– в правой части ($\partial G/\partial x=0$...)

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_i} (u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k}) = \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial (u_i u_k)}{\partial x_k} = \frac{\partial (u_i u_k)}{\partial x_i \partial x_k} - \mathbf{B}$$
 — в левой части

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_k \partial x_k} = -\rho \frac{\partial (u_i u_k)}{\partial x_i \partial x_k}$$

 $\frac{\partial^2 p}{\partial x_k \partial x_k} = -\rho \frac{\partial (u_i u_k)}{\partial x_i \partial x_k}$ — получим <u>уравнение для давления</u> (типа Пуассоновского) которое и решается определённым образом ...

В итоге: "решатели" (solvers) уравнений движения в FLUENT

Density-based – сжимаемая жидкость, обычно – околозвуковые скорости;

Сопряжённое решение уравнений движения и энергии:

- сразу вся система из 4+1 уравнений (ур-е энергии если в УрС входит Т)
 По времени:
- явный (система уравнений газодинамики) условие Куранта!
- неявный (неявная схема интегрирования по времени);
- стационарный.

Pressure-based — как несжимаемая, так и сжимаемая жидкость (малые скорости, переменное давление — например, вдув газа в замк. сосуд)

Решение уравнений движения – через уравнение давления:

- сопряжённый (coupled)
- расщепления (segregated)

По времени:

- всегда неявная аппроксимация;
- (не)стационарный процесс (обычно М<<1, иначе погрешности)

Малые скорости жидкости: pressure-based solver

1. Метод расщепления (поочерёдное решение уравнений)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_k \partial x_k} = -\rho \frac{\partial^2 (u_i u_k)}{\partial x_i \partial x_k}$$

- Уравнение для давления: решается

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \Delta u_i + G_i$$
 – Компоненты скорости — определяются

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0$$

- в уравнение непрерывности скорости подставляются для проверки выполнения условия div **u**=0

Проблема: div $u \neq 0$: скорости, определяемые из HC *при вычисленном давлении*, не удовлетворяют уравнению непрерывности. Степень отклонения – определяется.

Решение — *коррекция:* по степени отклонения вычисляются *поправки к давлению*, подставляются в ур-е движения, вычисляются новые скорости и далее итерационно процедура *pressure-velocity coupling*.

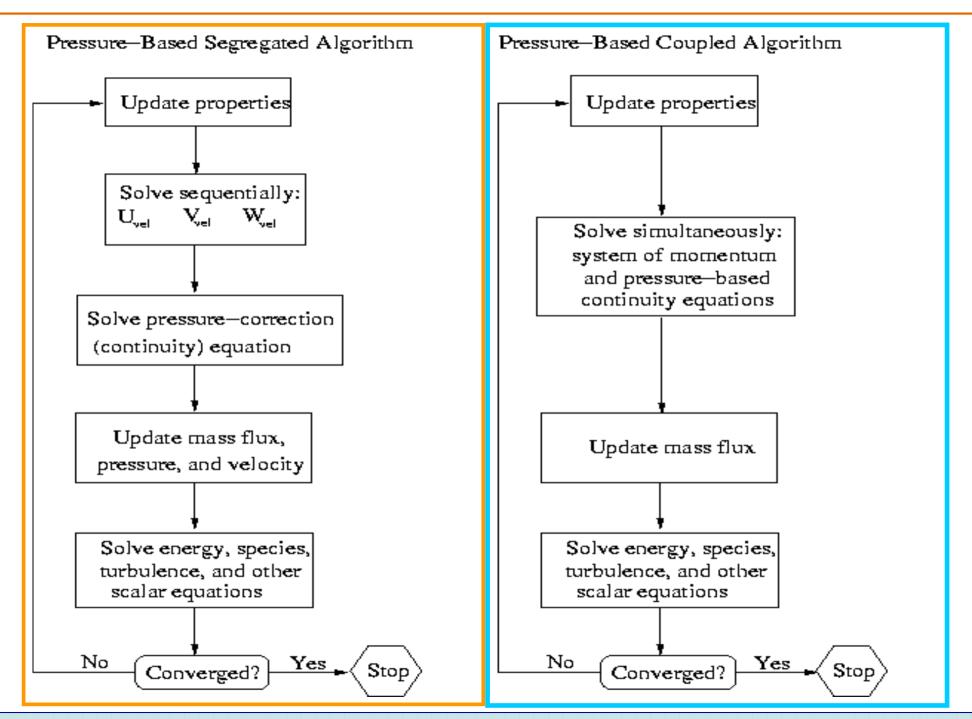
Методы pressure-velocity coupling: SIMPLE, SIMPLEC, PISO, их версии.

SIMPLE – Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations

PISO – Pressure Implicit with Splitting of Operators

2. Coupled solution — не поочерёдное, а совместное решение уравнений давления и импульса в одной системе (но 4-кратный размер алгебраической системы ...)

Pressure-based алгоритм решения уравнений движения в Fluent



Этапы pressure-based решения уравнений в CFD-коде

Внутренние и внешние итерации

- 1) итерации (*внутренние*) ур-я давления (segregated) или в полной системе (coupled)
- 2) внешняя итерация решение остальных уравнений (турбулент., энергия etc.)
- 3) шаги по времени в нестационарных задачах

(демонстрация итераций etc. – в расчёте – TUI: solve... advanced ... verbose=2)

На что в основном тратится время в расчёте? — обычно — *на уравнение давления* (segregated solver) *или динамики жидкости* (coupled): делается много внутренних итераций.

Остальные уравнения: для турбулентных величин, энергии, состава etc. часто решаются гораздо быстрее.

Это следует иметь в виду при выборе решателей, моделей etc. для нестационарных задач (много шагов по времени) — если данный набор опций допускает большой шаг по времени и обладает лучшей точностью — остальное можно простить (лишнее уравнение, дополнительная оперативная память ...)

Решение уравнений в CFD-коде: методы дискретизации

Выбор схемы дискретизации транспортных ур-й (pressure-based solver!)

- а) 1-й порядок монотонная сходимость, но численная диффузия
- б) 2-й порядок (при наличии нелинейного конв. слагаемого условно 2-й ...) точнее, фактически только при 2-м порядке можно рассчитывать на точность, но возможна немонотонная сходимость *монотонность нужна*! в) дальнейшие уточнения: "high-order schemes"

Способ интерполяции давления в pressure based (для интерполяции ∇p :

– существенно – учёт архимедовых сил и т.п. В общем случае – фактически только две – Body Force weighted и PRESTO! (PREssure STaggering Option). Чаще всего – PRESTO! (личный опыт, мнение других) – поскольку интерполяция градиента проводится аккуратнее ("staggered" – использование смещённых сеток для аппроксимации компонентов численного решения)

Дискретизация по времени (нестационарные задачи) — обычно достаточно 1-го порядка ... 2-й порядок: не сильно увеличивает точность (может улучшить или ухудшить сходимость — в сложных задачах надо пробовать)

Способы вычисления градиентов других величин (обычно — линейная аппроксимация, но есть и другие) — см. меню CFD-кода (улучшается в версиях ...)

Haчaльные, грaничные, operational условия, источники

<u>Начальные условия – инициализация</u>: см. меню FLUENT

Operational conditions: см. список задаваемого в меню FLUENT

<u>Гидродинамика задаётся границами потока – граничные условия</u> : <u>"просто условия" и "пристеночные функции"</u>

- А. "Просто условия" могут быть вычисляемые, распределённые etc. на входе-выходе или на стенке (wall);
- Б. Пристеночные функции параметры моделей пристеночной турбулентности (см. далее)

Источники: постоянные значения (default=0), пользовательские (UDF)

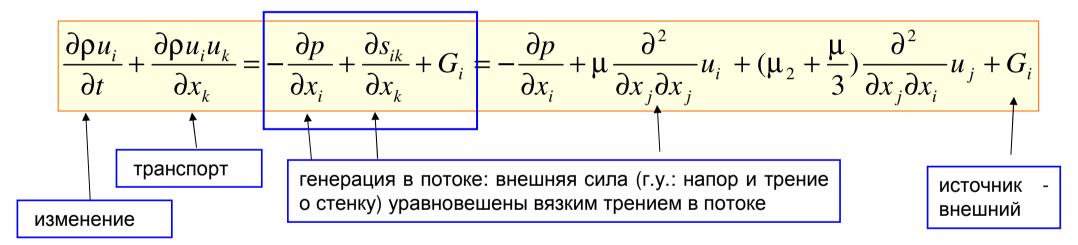
Граничные и operational условия (1)

<u>Исходя из формальной постановки задачи и того, что это балансные ур-я</u>

- Уравнение неразрывности баланс массы
 - использует условие по расходу(или замещено уравнением для давления)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = m \ (= 0)$$

• Ур-е баланса импульса (используется в преобразованном виде)



- условие на вход-выход расход (скорость ...): условие 1-го рода;
- давление (источник ...): 1-го или 2-го рода (градиент, при вытекании =0)
- условия на стенках по скорости (трение (сила) или скольжение) 1-го рода (=0)

Гран. условия для других величин (*T*, *Y*_i, ...) извлекаются из уравнений для них и постановки задачи. Уравнение для давления – пуассоновского типа

Граничные и operational условия (2)

Пример: уравнение теплопроводности — гармония математики и физического смысла (*пример из меню*) — гран. условия в уравнениях диффузионного типа.

В случае течения жидкости – не одно уравнение, а несколько связанных. Требования корректности гран. условий легче понять с разбором их физического смысла.

Пример: задание г.у. в задаче о течение в прямой трубе. Движение вызвано силами, в стационарном состоянии — баланс сил: напор (градиент давления) вызывает движение, рост скорости ограничен ростом трения — в потоке и на стенке.

- Вход в трубу (в канал) условие на скорость (расход) г.у. 1-го рода **задано**;
- Выход давление 1-го рода (скорость определена сохранением массы) задано;
- Давление на *входе* уравновешено полным трением вычисляется.

Часть условий в FLUENT определяется по постановке задачи (гидростат. давление), часть условий вычисляется в процессе решения (на стенках: пристеночные функции).

Остальное – задаётся с контролем – диагностируются неточности ввода, часть комбинаций отсутствует в меню, много имитаторов источников импульса (вент. etc.)

Граничные и operational условия (3)

Давление — относительно фонового (для уменьшения ошибок округления)

$$p_{
m abs} = p_{
m op} + p_{
m gauge}$$

Сжимаемый газ: ρ_{op}=0, ρ_{op}=0! Иначе – возможны ошибки и неточности (pV=rRT) (В гидростатике ρg(z-z₀) отнимается от основного давления, и на картинке давления по умолчанию строится разность давлений)

Скорость -

На входе/выходе : компоненты вектора ... – для напорных течений

У стенки:

Скорость: нормальные и касательные: "непротекание", "нескольжение" (no slip)

Температура

Граничные условия 1-, 2-, 3-го рода и по излучению «на бесконечность» По умолчанию — нулевой поток тепла

Концентрация и другие скаляры, переносимые потоком

Аналогично температуре, хотя условия 2-3-го рода для уравнения диффузии в меню FLUENT отсутствуют (для произвольного скаляра есть условие 2-го рода) Г.у. по умолчанию – нулевой поток – "zero gradient" или нулевое значение

Граничные и operational условия (4)

Условия на входе/выходе (inlet/outlet)

<u>По скорости</u> – понятно ...

По турбулентности – возможно сведение к легко оцениваемым величинам

Turbulence Length Scale L & l_{mix} : $l_{mix} \sim 0.07L$

Intensity:

(fully-developed duct flow of relevant size L)

 $I_{turb} = \frac{\langle \delta u \rangle}{u_m} \sim 0.16 \,\mathrm{Re}^{-1/8}$

Hydraulic Diameter:

 $D_H = 4(Area)/(perimeter)$

Estimating Turbulent Kinetic Energy from Turbulence Intensity

$$k = \frac{3}{2}(u_{\mathrm{avg}}I)^2$$

Estimating Turbulent Dissipation Rate from a Length Scale

$$\epsilon = C_{\mu}^{3/4} rac{k^{3/2}}{\ell}$$

Граничные условия на стенке в турбулентном потоке

(для скоростей и основных параметров модели турбулентности):

wall functions – определяют параметры гран. условий для данной модели

Гладко писано в бумаге, Да забыли про овраги, как по ним ходить?

Л.Н.Толстой, Песня (1855 г.)

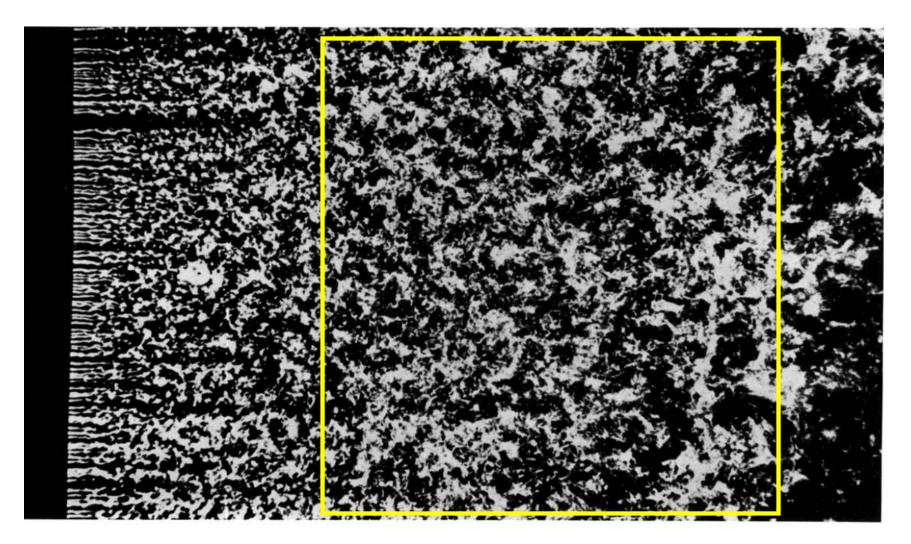
Анизотропия потока: пристеночная турбулентность

Основные объекты экспериментирования по пристеночной турбулентности – пластины и каналы (труба)

- Структура потока в пристеночной области
- *Количественное описание* параметры потока, зависимости
- Численное моделирование пристеночные функции (wall functions)
- *Расчётный пример* "benchmark" течение в прямой трубе
- *Турбулентные величины* сравнение с экспериментом

Развитая турбулентность – это ДАЛЕКО ОТ СТЕНКИ

Применима модель однородной, изотропной турбулентности

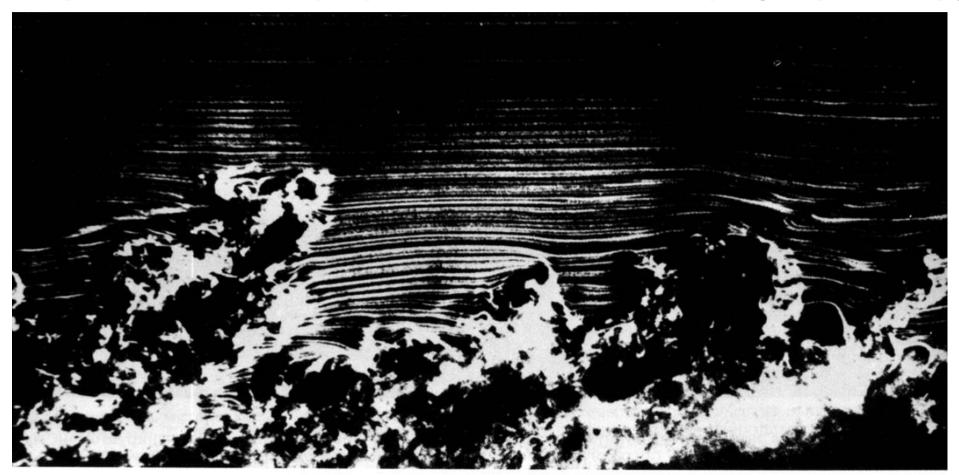


153. Однородная турбулентность за решеткой. За решеткой более частой, чем на предыдущем снимсе, сливающиеся неустойчивые следы быстро образуют однородное поле. По мере затухания

вниз по потоку это поле становится полезным приближением идеализированной модели изотропной турбулентности. Фото Thomas Corke, Hassan Nagib

Турбулентный пограничный слой: неоднородная, неизотропная, перемежающаяся турбулентность – ЭТО У СТЕНКИ

Осреднённая логарифмическая модель нерегулярной структуры



157. Турбулентный пограничный слой, вид сбоку. Здесь турбулентный пограничный слой развивается естественным образом на плоской пластинке длиной 3,3 м, подвешенной в аэродинамической трубе. Линии меченых частиц, идущие от дымовой проволочки, поставленной вблизи острой перед-

ней кромки, освещаются вертикальным световым ножом. Число Рейнольдса, рассчитанное по толщине потери импульса, равно 3500. Хорошо видна перемежающаяся структура слоя в его внешней части. Фото Thomas Corke, Y. Guezennec, Hassan Nagib

Модель усреднённого строения потока в окрестности стенки

Выделяют подобласти на разных расстояниях до стенки: у или $y^+ = yu_{FR}/v$:

<u>1. Вязкий подслой:</u> напряжение постоянно по высоте, вязкость постоянна: $\tau = \mu \frac{\partial u_x}{\partial y}$

$$\tau = \mu \frac{\partial u_x}{\partial y}$$

скорость пропорциональна расстоянию до стенки $(u^+=y^+)$:

$$u_{FR}u^{+} \equiv u_{x} \sim \frac{\tau}{\mu} y = \frac{\rho u_{FR}^{2}}{\mu} y = \frac{u_{FR}^{2}}{\nu} y = u_{FR} \frac{u_{FR}y}{\nu} = u_{FR}y^{+}$$

"скорость трения", "динамическая скорость" (в потоке) –

$$u_{FR} = \left(\frac{\tau}{\rho}\right)^{1/2}$$

<u>2. Турбулентный погран. слой</u> – область пристеночной турбулентности – введена турбулентная вязкость, пропорциональная расстоянию: $\mu_{\mathsf{T}} = \mu_{\mathsf{T}}(y^{\scriptscriptstyle +}) = \kappa y^{\scriptscriptstyle +}$ - рост турбулентного трения от стенки. Отсюда – уравнение логарифмического закона:

$$const = \tau = \mu_T(y^+) \frac{\partial u_x}{\partial y} = \kappa y \frac{\partial u_x}{\partial y}$$
 или — $\frac{const}{\kappa y} = \frac{du_x}{dy}$ или — $\frac{1}{\kappa y^+} = \frac{1}{u_{FR}} \frac{du_x}{dy^+}$

$$\frac{const}{\kappa y} = \frac{du_x}{dy}$$

или —
$$\frac{1}{\kappa y^{+}} = \frac{1}{u_{FR}} \frac{du_{x}}{dy^{+}}$$

– универсальный закон стенки: (к=0,39 - постоянная Кармана)

$$u^{+} = u_{x} / u_{FR} = (\ln y^{+}) / \kappa + B = (\ln E y^{+}) / \kappa$$

3. Основной поток (в канале – "ядро потока") – в зависимости от геометрии...

Основной параметр – безразмерное расстояние до стенки – у⁺ = уи_{FR} /v

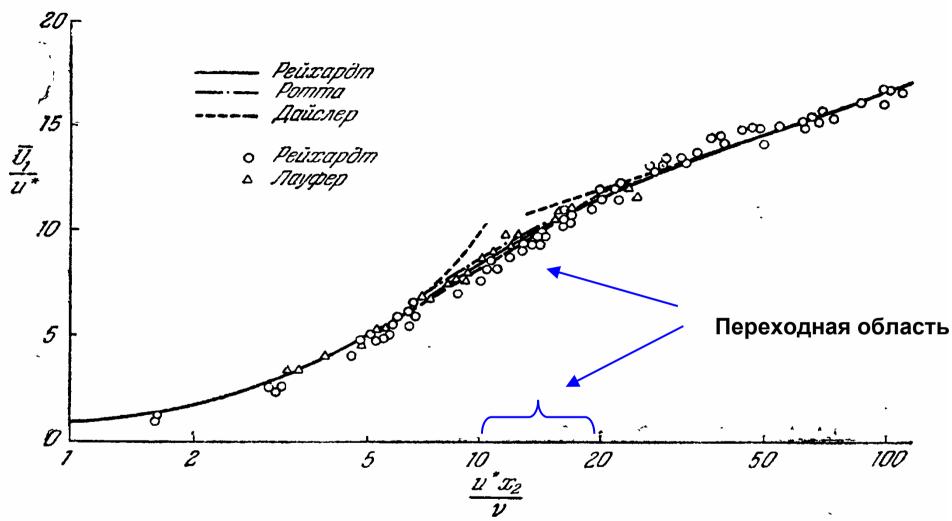


Рис. 7.3. Сравнение теоретических распределений скорости в переходной области турбулентного пограничного слоя с экспериментальными данными Рейхардта [12] для течения в канале и Лауфера [41] для течения в трубе.

Профиль продольной *средней* скорости по высоте от границы <u>при у⁺<100</u>.

Особенности потока у стенки (см. у Хинце) _2

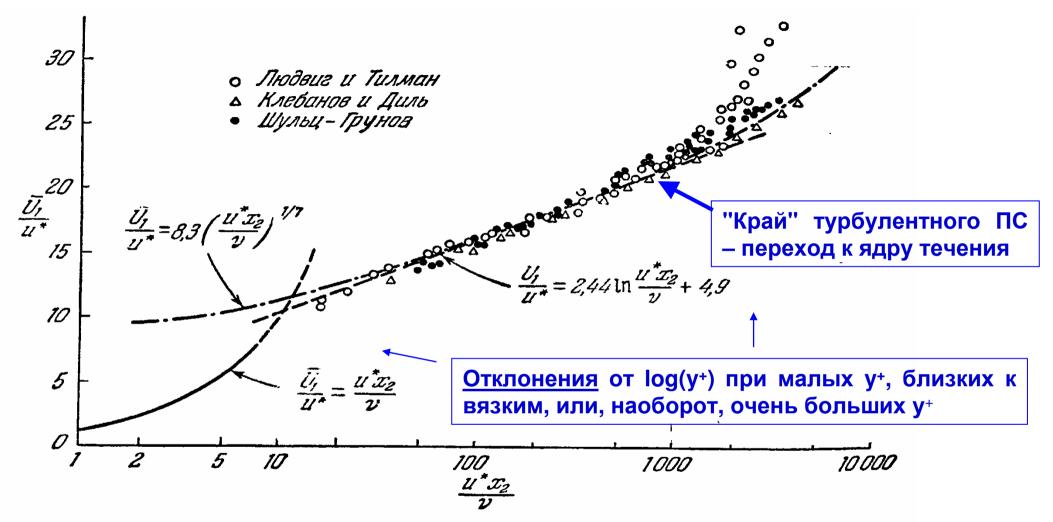


Рис. 7.2. Распределение осредненной скорости вблизи гладкой стенки.

Профиль *средней* продольной скорости по высоте от границы $x_2 = y$, y < 10000.

В вязком подслое – линейный закон для скорости

В прилегающем турбулентном слое – логарифмический (з-н "1/7" для всей трубы)

Особенности потока у стенки (см. у Хинце) _3

$$\frac{U_0 - \overline{U_1}}{u^*} = -2,44 \ln \frac{x_2}{\delta} + 2,5. \tag{7.67}$$

Значение $x_2/\delta \approx 0.15$, выше которого это логарифмическое распределение скорости отклоняется от действительного, соответствует

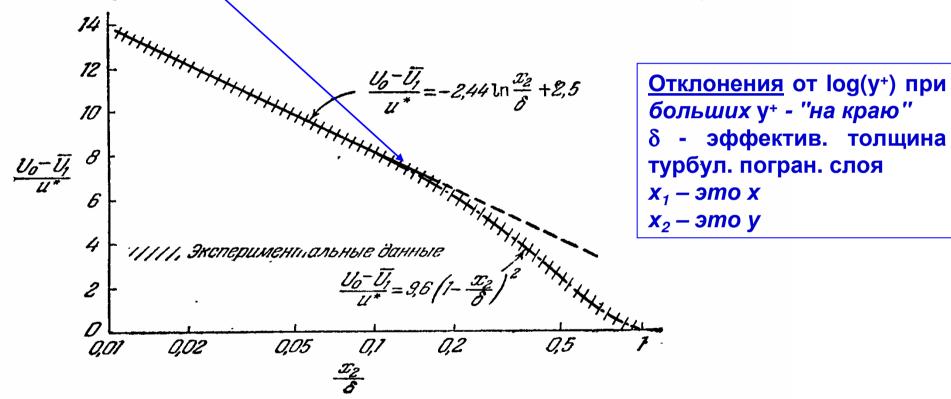


Рис. 7.4. Распределение скорости во внешней части турбулентного пограничного слоя в полулогарифмическом масштабе $[^{21}]$.

приближенному значению $u^*x_2/v = 750$ (см. рис. 7.2). Эта вели-

График «избыточной» продольной скорости u(δ)-u(y) в погран. слое

CFD-моделирование стенки: wall functions _1

В экспериментах с пластинами: log закон выполняется, начиная с $y^+=30$ **С неплохой точностью можно брать (см. выше)** $y^+(1)=15-20...$ Критерий в CFD-кодах $y^*=11,63$ — решение уравнения $y^* = ln(Ey^*)/\kappa$!! в FLUENT — для удобства вычислений y^* (y-star) вместо y^+ (y-plus)!!

Задание граничных условий (скорость) в уравнениях движения и в уравнениях турбулентности – на этой основе.

Надо – задать значения на границе области с учётом турбулентного погран. слоя и вязкого подслоя. Случаи расположения граничной ячейки:

- **a)** в области турбулентности (критерий $y_P \ge y^*$)
- **б)** в области вязкого подслоя (критерий $y_P < y^*$)

В обоих случаях находится сток импульса в пристеночной ячейке – сила трения, и по ней – скорость трения или связанные с ней величины.

Последовательность (в FLUENT делается чуть по-другому ...):

1) в граничной ячейке решается алгебр. уравнение относительно u_{FR} – по U_P и y_P , взятых на итерации (FLUENT: для у* можно также выразить u_{FR} через ТКЭ)

$$U_P = \frac{u_{FR}}{\kappa} \left(\ln \frac{u_{FR} y_P}{v} + \ln E \right)$$

2) Определяется новое $y_{+}^{P}=y_{+}^{+}(1)$ для пристеночного узла и по критерию $y_{+}^{*}=11,63$ определяется, где находится граничная ячейка — случай а) или случай б)

CFD-моделирование стенки: wall functions _2

<u>Случай а):</u> вязкий подслой в 1-й ячейке ("крупная сетка") - в пристеночной ячейке вводится стоковое слагаемое в уравнение продольной (у стенки) компоненты скорости — турбулентное трение [Versteeg]:

$$F_{S} = -\tau_{W} A_{cell} = -\frac{\rho C_{\mu}^{1/4} k_{P}^{1/2} u_{P}}{u^{+}} A_{cell} = -\left(\frac{\rho C_{\mu}^{1/4} k_{P}^{1/2} A_{cell}}{u^{+}}\right) u_{P}$$

Случай б): 1-я ячейка — в вязком подслое (мелкая сетка) — условие ламинарного потока у стенки: в уравнение для компоненты $u_{\mathbf{x}}$ источник $F_{\mathbf{s}}$ не вводится. Граничные условия в обоих случаях -

 $u_{\rm x}(0){=}0$ (или $\partial u_{\rm x}/\partial y{=}0$, если без трения) , $u_{\rm y}{=}0$. (ср. – г.у. стенка-жидкость-газ?)

При мелкой сетке моделирование переходной области можно уточнить – применить дополнительную модель перехода к логарифм. закону в области турб. погранслоя – enhanced wall treatment (k-e model), ***-function (k-w model) – см. меню моделей турбулентности ...

Таким образом, в расчёте стоит заранее оценить или вычислить (запустить пробный расчёт) у* на границах и решить, какую пристеночную функцию выбрать (замечание относительно enhanced wall treatment ...)

CFD-моделирование стенки: wall functions _3

Далее – определяются величины, описывающие пристеночную турбулентность в других уравнениях и гран. условиях для них:

- для ТКЭ;
- для скорости диссипации;
- для температуры;

и в др. скалярных уравнениях

Существенно!

Рассматривается развитая, установившаяся (вдоль стенки и по времени) турбулентность!

Идеальный случай – длинный прямой круглый канал или пластина при Re > ~10000

В противном случае – возможны отклонения от описанной стандартной картины.

Расчёт течения в круглой трубе _1

Этапы числ. решения

- ✓ Постановка задачи и цели численного расчёта (см. выше и ниже)
- ✓ Создание геометрической модели и её разбиение (готовая сетка)
- 1. Выбор процедуры решения, параметров расчёта и физических моделей
- 2. Численное решение контроль сходимости и решения
- 3. Визуализация, проверка, сохранение решения
- 4. Доработка модели (другие опции ...), вариантные расчёты

Расчёт при варьируемых параметрах:

Модели турбулентности – RANS ...

Пристеночные функции – стандартные и –

Enhanced wall treatment – улучшенное описание пристеночной области

Далее – манипуляции с сеткой:

Влияние входного участка (см. у Хинце) – заметно? – для его уменьшения – растяжение сетки

Adaptation – измельчение сетки – проверка качества разбиения

Расчёт течения в круглой трубе _2

<u>Цели расчёта</u> –

- Получить с заданной точностью стационарное решение, проанализировать на предмет соответствия экспериментам для длинной трубы
- **Рассмотреть причины отклонений** (входной участок, сетка, режим и др.)
- Сравнить влияние различных опций:
 - при различных **Re** (высокорейнольдсовы и низкорейнольдсовы)
 - на разных сетках
 - при разных гран. условиях (wall functions)
- Для этого построить графики, обезразмерить, сравнить
- •Возможно сравнения по ряду величин представлены ниже

Расчёт течения в круглой трубе _3 : варианты вх. данных

No	Turbulence	Re	Вход. условия	Name
1	k-e standard, standard	small / large	однородно	
2	k-e standard, nonequilibrium	small / large	однородно	
3	k-e realizable, nonequilibrium	small / large	однородно	
4	k-e realizable, enhanced	small / large	однородно	
5	k-e realizable, adaptation	small / large	однородно	
6	k-w standard	small / large	однородно	
7	k-w SST	small / large	однородно	
8	Spalart-Almaras	small / large	однородно	
9	RSM	small / large	однородно	

Что рассчитывается численно и служит результатом расчёта

Конфигурация — длинная труба; входная скорость — равномерна по радиусу; участок установления и участок развитой турбулентности.

Случаи:

- а) Невысокие Re проверить работу опций гран. условий модели турбулентности (standard, enhanced wall treatment). Сравнение по радиальному распределению скорости (лог. профиль) в области установившегося течения результатов расчётов и аналитического выражения (1/k ln(y+)+C).
- б) Высокие Re сравнение моделей k-w, k-e (RNG, Realizable).
- в) Расчёты для нескольких значений входной скорости.

Результаты:

- На участке развитой турбулентности log(y*), зависимость давления от расстояния вдоль трубы (здесь вариация модели турб. и пристен. функций).
- Сравнить перепад давления с получаемым по формуле Блазиуса зависимость от входной скорости по нескольким вариантам.
- Другие величины ...

Варианты для разных авторов:

- Разные диаметры (оценка числа Re!)
- Воздух или вода (оценка числа Re!)
- Разные модели турбулентности

Обработка численного результата: вычисление величин для сравнения

Оценка касательного напряжения

на участке развитой турбулентности – поток импульса на ед. длины трубы:

$$\Delta p_{tub} \pi R^2 \approx 2\pi R L \tau, \quad \tau = \Delta p_{tub} \frac{R}{2L}$$

<u>Отсюда – динамическая скорость</u> (friction velocity)

$$u_{FR} = u^* = \left(\frac{\tau}{\rho}\right)^{1/2}$$

Обезразмеривание:

$$u^+ = \frac{\langle u_1 \rangle}{u_{FR}}$$
, $y^+ = \frac{u_{FR}}{v} y$

<u>Далее могут быть построены нужные зависимости</u> (использовать – curve length: линия от данной точки, custom field functions – множитель скорости, units – множитель длины – здесь – только для графика(!), свои обозначения осей ...)

Замечание – различия расчёта и эксперимента объективно существуют:

- Лишь приближённое определение профилей скорости как log(**) ...
- Установление турбулентности на входе, входной участок
- Вывод обычно расчёт имеет только «инженерную» точность в отсутствии прецизионных измерений и высокоточных моделей не следует стремиться к совпадению до 1%

Результаты расчёта течения в трубе: дальнейший анализ результатов

Формулы для сравнения и использования —

Логарифмический профиль продольной скорости:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C$$

Профиль скорости по всему сечению

- «закон 1/7» для трубы

$$\frac{\left\langle u_{z}(r)\right\rangle}{\left\langle u_{z}^{\max}\right\rangle} \approx \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7} = \left(\frac{R - r}{R}\right)^{1/7} = \left(\frac{y}{R}\right)^{1/7}$$

Коэффициент сопротивления

и формула Блазиуса:

$$\Delta p_{tub} = \lambda \frac{L}{D_h} \frac{\rho U^2}{2}, \quad \Delta p_{tub} \propto L, \qquad \lambda = \frac{0.3164}{\text{Re}^{1/4}}$$

$$\lambda = \frac{0.3164}{\text{Re}^{1/4}}$$

Далее – построение турбулентных величин:

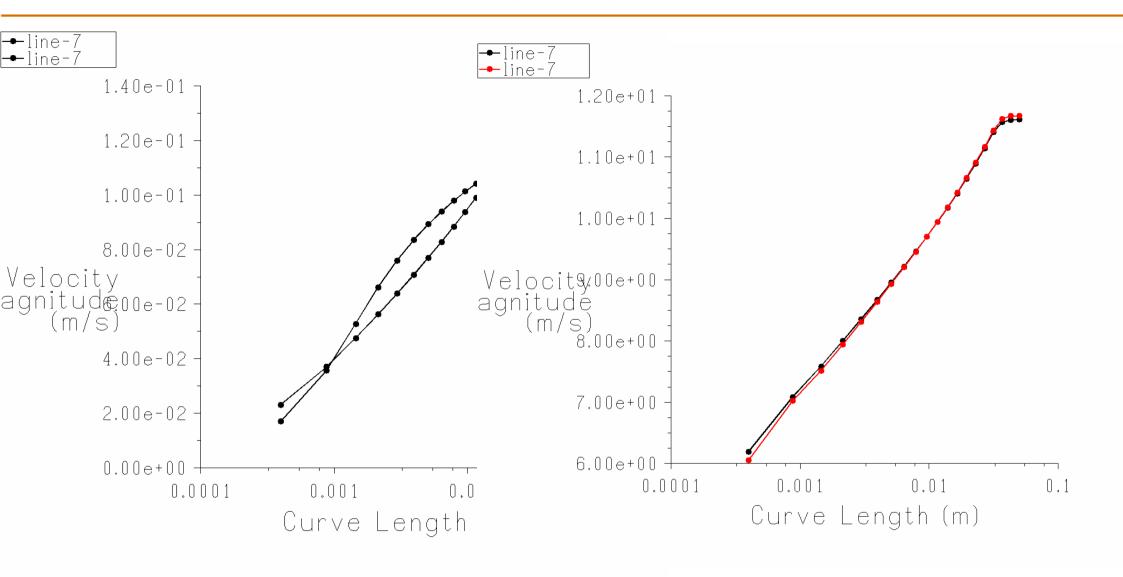
• турбулентная кинетическая энергия:

$$\kappa = \frac{1}{2} \left\langle v_i \, v_i \right\rangle$$

- скорость диссипации ε,
- интенсивность турбулентности :

$$I = \frac{\left\langle v_{_{1}} \right\rangle}{U_{_{1}}}$$

Замечание: лог. профиль при разных числах Re



Расчётные профили скорости u=u(log(R)) <u>с опцией enhanced wall ... / no</u>: RNGke_Re= 10^4 (y_P=y⁺(1)=1) RNGke_Re= 10^6 (y_P=y⁺(1)=74)

Замечание: соотношение для продольной скорости по всему сечению

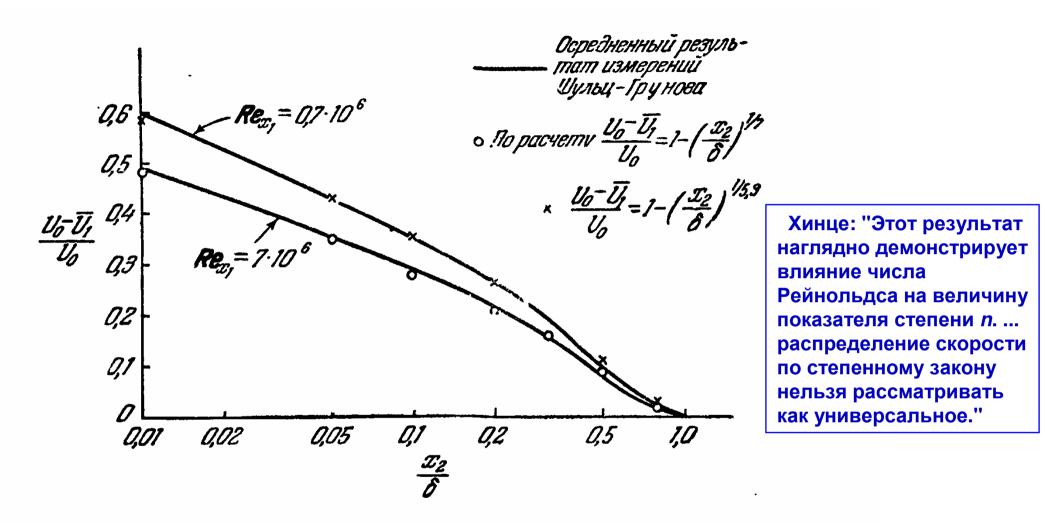
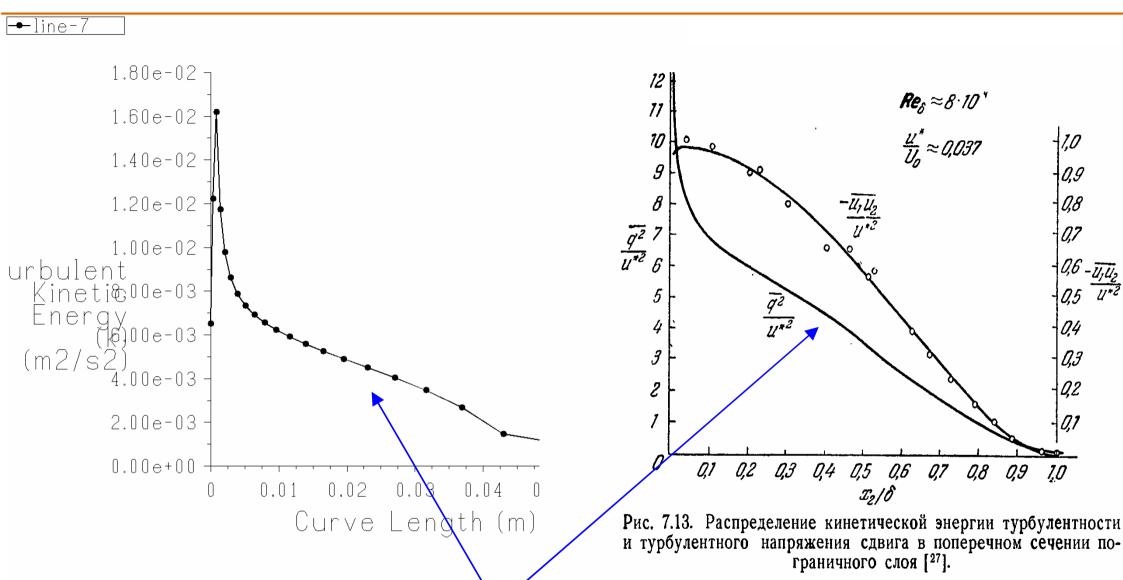


Рис. 7.5. Сравнение распределения скорости, соответствующего степенному закону, с результатами опытов Шульц-Грунова [18].

«Закон 1/7» для продольной скорости по высоте: менее универсален, чем логарифм, но определён для всего сечения трубы ...

Турбулентные величины в потоке (см. у Хинце) _1

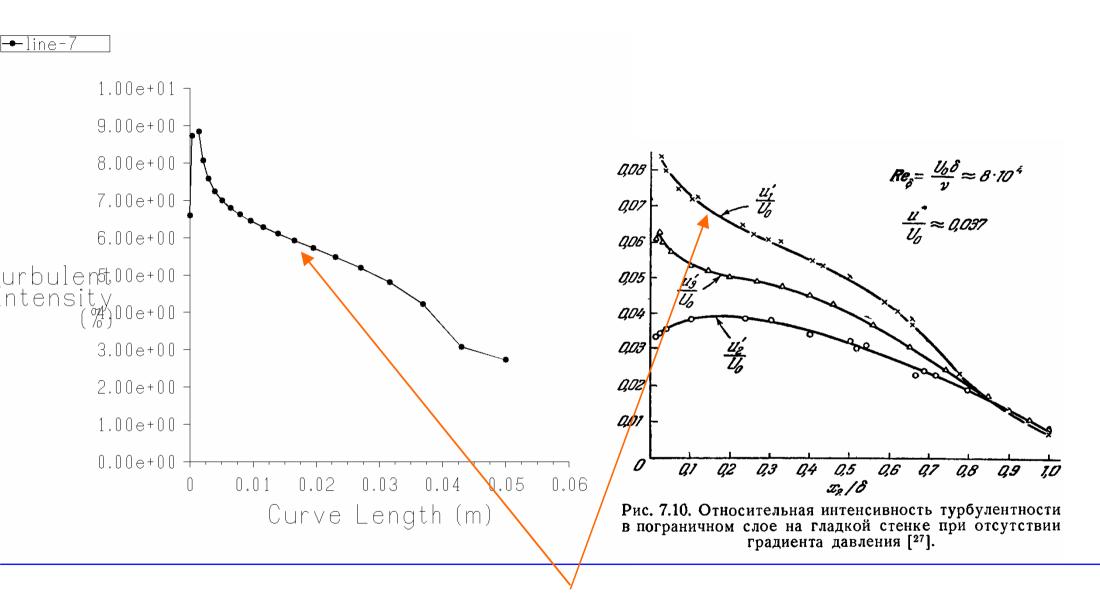


Сравнение профили турбулентой кинетической энергии – похожи:

Расчётный (RNGke_Re=10⁵)

Экспериментальный (Re=0,8.10⁵)

Турбулентные величины в потоке (см. у Хинце) _2



Профили интенсивности турбулентности – похожи:

Расчёт (RNGke_Re=10⁵, max=0,1) Эксперимент (Re=0,8.10⁵, max=0,085)

Отрывные течения

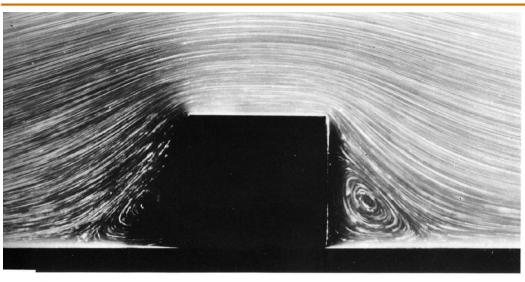
Дубовый листок оторвался от ветки родимой И в степь укатился, жестокою бурей гонимый;

М.Ю.Лермонтов

Отрыв пограничного слоя при резком изменении рельефа

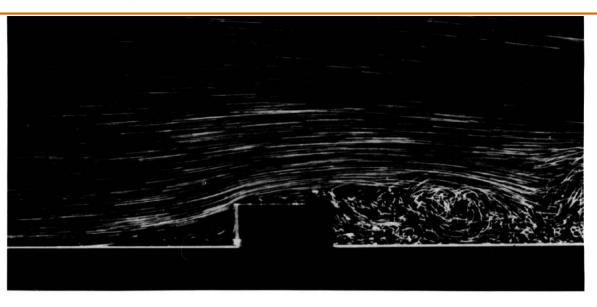
- Строение потока за отрывом
- Место присоединения восстановление погран. слоя
- <u>Особенности</u> местное гидравлическое сопротивление, вариации теплоотдачи
- <u>Примеры</u>:
 - задача об обратной ступеньке
 - теплообмен в канале с внезапным расширением

Отрывные течения: примеры (Ван-Дайк)



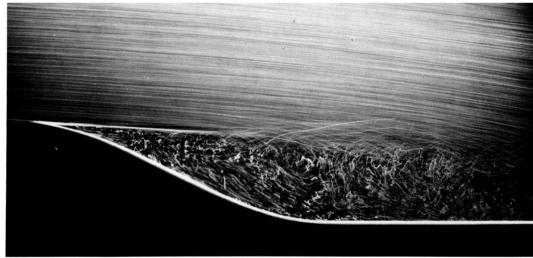
танное по стороне квадрата, равно 0,02. В отличие от линий тока безотрывного потенциального обтекания, показанных на фото 5, изображенное здесь плоское течение имеет две области отрыва, которые расположены симметрично спереди выступа

11. Ползущее течение при обтекании квадратного и за ним и в которых образуются большие рецирыступа на пластинке. Число Рейнольдса, рассчикуляционные вихри. В углах должны существовать последовательности меньших и более слабых вихрей аналогично течению в клине, показанному на фото 10. Визуализация осуществляется с помощью стеклянных шариков в глицерине. [Taneda, 1979]



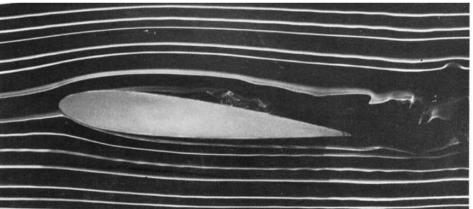
39. Турбулентный отрыв при обтекании прямоугольного выступа на пластинке. Высота выступа велика по сравнению с толщиной набегающего на него ламинарного пограничного слоя. Течение практически плоское, поэтому рециркуляционная

область перед выступом оказывается замкнутой, тогда как в аналогичном трехмерном течении, показанном на фото 92, она открыта и растекается в стороны по бокам. Фото ONERA. [Werlé, 1974]



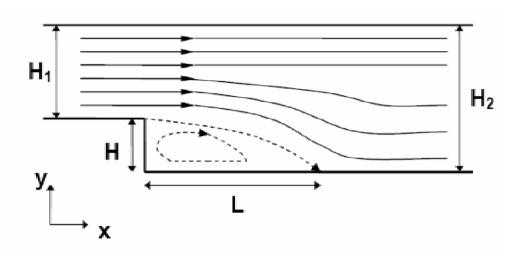
38. Ламинарный отрыв на искривленной стенке. Воздушные пузырьки в воде показывают отрыв ламинарного пограничного слоя, число Рейнольдса которого, рассчитанное по расстоянию от передней кромки, равно 20 000 (передняя кромка здесь не показана). Поскольку пограничный слой

свободен от пузырьков, он проявляется слева в виде тонкой темной линии и отрывается по касательной вблизи начала выпуклой поверхности, оставаясь ламинарным там, где видна темная линия, а затем становится неустойчивым и турбулентным. Фото ONERA. [Werlé, 1974]



72. Симметричный профиль под углом атаки. Дым в аэродинамической трубе показывает отрыв на верхней поверхности профиля, имеющего относительную толщину 15% и установленного под углом атаки 6°, при числе Рейнольдса 20 000. Фото Peter Bradshaw

Задача об обратной ступеньке _1



Явления и задачи

- Отрывное течение участок свободной турбулентности
- Присоединение потока место: L_x=?
- Вторичное течение структура?
- Коэффициент трения касательное напряжение сопротивление ?

Варьируемые параметры:

Скорость потока – число Re по высоте ступеньки

(или – конфигурация: высота входного участка) ! длина входа – большая!

Модели турбулентности : k-e, k-w, RSM. Пристеночные функции ...

Способ решения: стационарное? или – метод установления

Мелкость разбиения сетки – влияет?

Навыки: работа с кодом Fluent:

Адаптация – измельчение сетки

Построение линий тока

Задача об обратной ступеньке _2

Варианты расчётов

Сетка 1: 5000 ячеек, затем — 2- кратное измельчение х4

Сетка 2: 12500 ячеек, однократное измельчение х4

Скорость потока – число Re по высоте ступеньки – фиксировано

Способ решения: стационарное, метод установления

Модели турбулентности : k-e, k-w, RSM – фиксирована Соотношение размеров области – проверятся влияние на сетках 1 и 2

Задание граничных условий:

Ha входе – velocity inlet

На верхней границе – wall, slip

На нижней границе – wall, no slip

Ha выходе – pressure outlet

Ha ступеньке – wall, no slip

Back step: предлагаемые расчётные варианты

No	Turbulence	Re	Result: Lx, L _x /H	Name
1	k-e realizable, standard, затем — enhanced	small / large		
2	k-e realizable, standard, затем — nonequilibrium	small / large		
3	k-e standard, enhanced, nonequilibrium	small / large		
4	k-w, standard			
5	k-w , SST	small / large		
6	Adaptation of No.1	small / large		
7	RSM, standard and nonequilibrium w.f.	small / large		

В задаче об обратной ступеньке

<u>Что знать, что показать</u>

Отрывное течение – что это такое

Входные данные – развитая турбулентность

Два-три варианта при разных моделях турбулентности или пристеночных функциях

Показать картину течения за уступом

Количественно определить место присоединения потока

Прокомментировать задание граничных условий и др.:

На входе

На выходе

На верхней границе

На нижней границе и на ступеньке

Число Рейнольдса потока

и др. ...

Отрывное течение с теплообменом: теплопередача при течении в канале с внезапным расширением

Теплообмен в трубе после расширения:

- в окрестности выхода из узкого участка
- на большом расстоянии (пример формула Диттуса-Бутлера)

Вариации постановки задачи и расчётные случаи:

- а) без входного участка (см. Fluent Validation Manual)
- б) с входным участком (для сравнения)
- в) с вариацией пристеночных функций (см. описание теста)

Представление характеристик теплообмена - знать:

Коэффициент теплоотдачи, число Нуссельта

Благоприобретённые навыки:

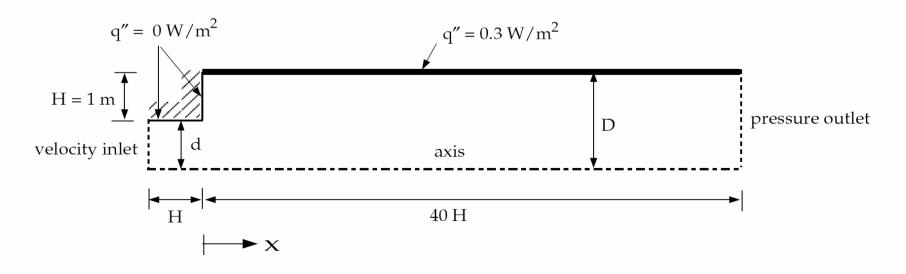
- Задание профилей в граничных условиях с помощью опции Profiles
- Задание зависимостей при пост-обработке Custom Field Functions

6.1 Purpose

The purpose of this test is to validate FLUENT's standard and non-equilibrium wall functions together with the standard k- ε and RNG k- ε turbulence models against the experimental data of Baughn et al. [1].

6.2 Problem Description

Figure 6.2.1 shows the geometry of the expansion considered. The inlet is placed 1H upstream of the step. The exit boundary is located 40H downstream of the step. The expansion ratio is d/D = 0.400, where d = 1.33 m is the inlet pipe diameter and D = 3.33 m is the downstream pipe diameter.

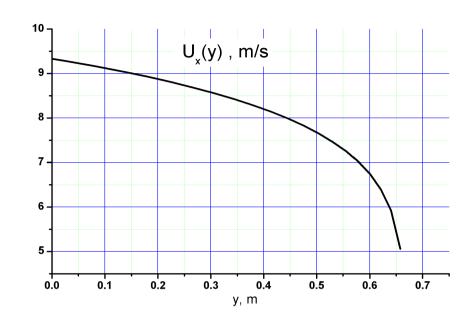


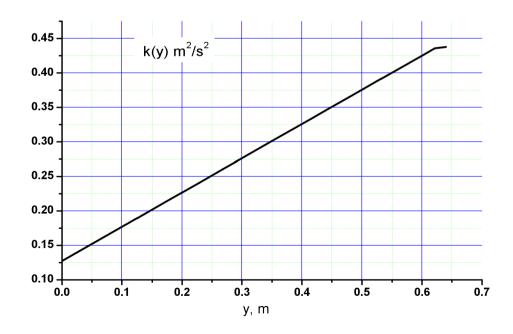
6.3 References

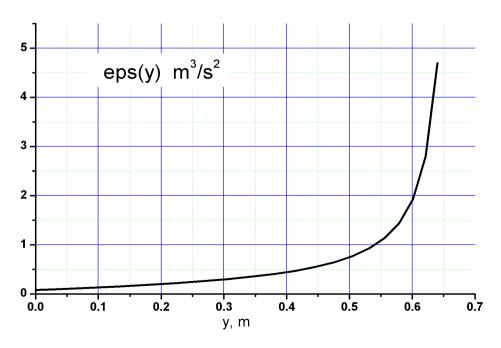
- 1. Baughn et al., Local Heat Transfer Downstream of an Abrupt Expansion in a Circular Channel With Constant Wall Heat Flux, *Journal of Heat Transfer*, 106:789–796, 1984.
- 2. Patel, C., Rodi, W., and Scheuerer, G., Turbulence Models for Near-Wall and Low-Reynolds-Number Flows: A Review, AIAA Journal, 23(9), 1984.
- 3. Schlichting, H., Boundary-Layer Theory, McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, 1979.

Входные данные: параметры потока (развитое турбулентное течение в канале) задаются как profiles – таблицы значений

Выходные данные: безразмерный локальный критерий Нуссельта – вычисляется как Custom Field Function







The quantity of interest for comparison with the measurements of [1] is the Nusselt number, Nu, along the heated wall. The Nusselt number was calculated from the bulk temperature and the heat transfer coefficient. (See Figure 6.2.1 for the location of x.)

The bulk temperature is

Входящий поток тепла нагревает газ, газ уносит тепло:

$$\frac{1}{4}\pi D^{2}\rho UC_{p}(T_{B}(x) - T_{in}) = q''\pi xD$$

$$T_{B}(x) = \frac{4q''\pi xD}{\pi D^{2}\rho UC_{p}} + T_{in} = \frac{4q''x}{\rho vC_{p}DU/v} + T_{in} = \frac{4q''x}{\mu C_{p}Re} + T_{in}$$

$$T_{B}(x) = \frac{\dot{q}''(x)4x}{Re\mu c_{p}} + 273$$

$$T_B(x) = \frac{\dot{q}''(x)4x}{Re\mu c_p} + 273$$
 (6.4-1)

 $Re \equiv DU/v$

where $\dot{q}''(x)$ is the local heat flux (constant, in this case). The local heat transfer coefficient is

П определению – коэффициент теплоотдачи на границе –

$$h(x) = \frac{\dot{q}''(x)}{T_{\text{wall}}(x) - T_B(x)}$$
 (6.4-2)

Finally, the local Nusselt number is

По определению – местное число Нуссельта

$$Nu(x) = \frac{h(x)D}{k} \tag{6.4-3}$$

where D is the diameter of the pipe and k is the thermal conductivity of the fluid.

Нормировка по значению на бесконечности

Data of [1] are in terms of Nu/Nu_{DB} where Nu_{DB} is the Nusselt number calculated with the Dittus-Boelter formula.

Цели расчётов: влияние модели ...

The variation of the ratio Nu/Nu_{DB} along the heated wall for the standard k- ε and RNG k- ε models with standard wall functions and non-equilibrium wall functions is presented here.

Dittus-Boelter equation The Dittus-Boelter equation (for turbulent flow) is an <u>explicit</u> <u>function</u> for calculating the Nusselt number. It is easy to solve but is less accurate when there is a large temperature difference across the fluid. It is tailored to smooth tubes, so use for rough tubes (most commercial applications) is cautioned. The Dittus-Boelter equation is

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^n$$

Here:

D is the inside diameter of the circular duct

Pr is the Prandtl number

n=0.4 for heating of the fluid, and n=0.3 for cooling of the fluid.

The Dittus-Boelter equation is valid for

0.6<Pr<160

Re>10000

L/D > 10

Замечание. При n=0,35 формула называется также именем Крауссольда (см. Д.А.Франк-Каменецкий Основы макрокинетики ...)

Сравнение - по вычисляемым величинам -

Field functions:

$$T_B(x) = \frac{4q''x}{\text{Re}\mu C_p} + T_{in} = \frac{4q''x}{\text{Re}\cdot 0,0001\cdot 0,7} + 273$$

tbulk=heat-flux * x * 4 / (40750 * 0.0001 * 0.7) + 273.

hcoeff=heat-flux / (wall-temp-out-surf - tbulk + 0.0000001)

$$q'' = h(x)(T_B(x) - T_{wall}(x))$$

nusselt-no.= hcoeff * 3.33333 / 0.0001

$$Nu(x) = \frac{h(x)}{\lambda/D}$$

nu_nub=nusselt-no. / 97.24

$$Nu_{plot}(x) = \frac{Nu(x)}{Nu_{DB}} = \frac{Nu(x)}{97,24}$$

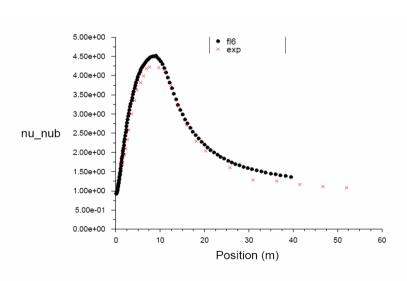
Nu_{DB} was computed as 97.24 (at taken mat. props?)

Вычисляются в FLUENT – записываются в файл и читаются в формате языка SCHEME (script)

No	Turbulence	Input	Result: Lx, L _x /H	Name
1	k-e realizable, standard w.f.	Profiles		
	Stariuaru W.I.			
2	k-e realizable,	=		
	nonequilibrium			
3	k-e standard,	=		
	nonequilibrium			
4	k-w, standard	=		
5	k-w , SST	=		
6	k-e standard,	Длинный вход		
	nonequilibrium			
7	RSM, standard	=		
	(Nonequilibr			

Замечания по расчётам -

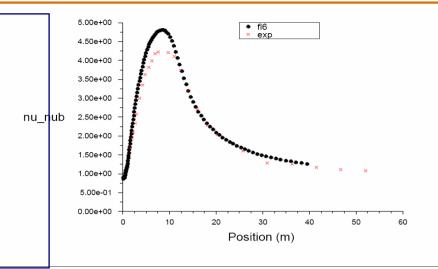
- Максимум потока тепла в точке присоединения
- Non-Equilibrium WF лучше в макс., похуже после него
- Наилучшая модель видимо, RNG, но см. без Profile!
- Сетка не должна быть очень мелкой –
- Должно быть y⁺ >10-20
- Большие x теплообмен выходит на const: Nu=Nu_{DB} (в ~30 больше ламинарной асимптотики Греца-Нуссельта)



bghnexp (Baughn's Plpe Expansion, Re_D = 40,750) nu_nub Standard k-e with Non-Equilibrium Wall Functions

Jul 20, 2004 FLUENT 6.2 (axi, segregated, ske)

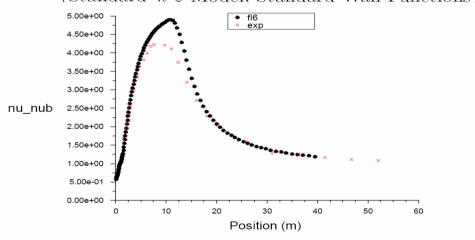
 Nu/Nu_{DB} along the Downstream Pipe Wall (Standard k- ε Model, Non-Equilibrium Wall Functions)



bghnexp (Baughn's Pipe Expansion, Re_D = 40,750)
nu_nub
Standard k-e with Standard Wall Functions

Jul 20, 2004 FLUENT 6.2 (axi, segregated, ske)

 Nu/Nu_{DB} along the Downstream Pipe Wall (Standard k- ε Model, Standard Wall Functions)



bghnexp (Baughn's Pipe Expansion, Re_D = 40,750) nu_nub RNG k-e model with Standard Wall Functions

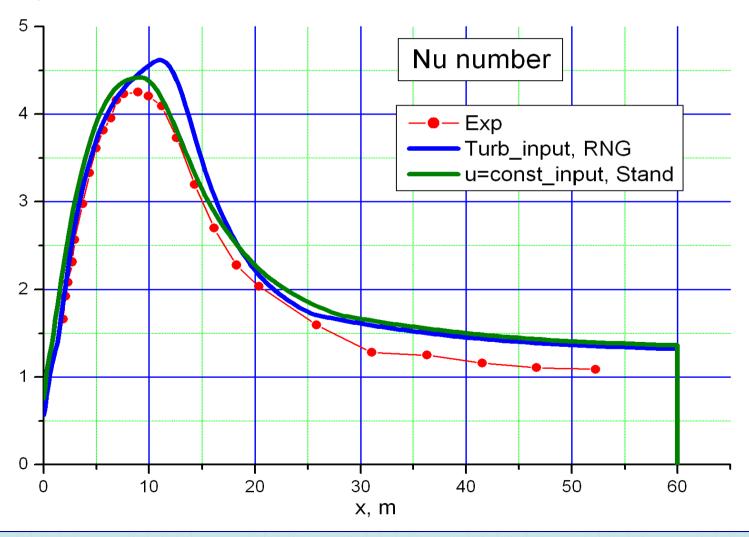
Jul 20, 2004 FLUENT 6.2 (axi, segregated, rngke)

 Nu/Nu_{DB} along the Downstream Pipe Wall (RNG k- ε Model, Standard Wall Functions)

Обратить внимание – при расчёте без Profile, с установлением потока:

Для pressure-velocity coupling возможно следует применять coupled solution, т.к. с SIMPLE может быть плохая сходимость итераций;

Далее — влияние типа k-е модели — рекомендованная здесь RNG может быть не наилучшим выбором ...



В задаче о теплообмене в канале с внезапным расширением

<u>Что знать, что показать</u>

Отрывное течение – что это такое

Входные данные – "развитая турбулентность" – способы задания

Показать картину течения за расширением канала

Количественно определить место присоединения потока

Определение числа Нуссельта: формальное и его представление в численном расчёте

Сравнение с экспериментом – вычисление нужных зависимостей в расчёте и построение графика; качественная интерпретация полученной зависимости

Прокомментировать задание граничных условий и др.:

- На входе;
- На выходе;
- На верхней границе;
- На нижней границе и на ступеньке;
- Число Рейнольдса потока;

```
и др. ...
```

Тело, впёрнутое в воду, выпирает на свободу - Сколько впёрнуто туды, столько выпернет воды, Вес воды на тело жмёт, вес у тела отберёт.

Закон Архимеда

Вихри враждебные веют над нами, Тёмные силы нас злобно гнетут ...

Варшавянка, Перевод польской революционной песни 1905 г.

Свободно-конвективные течения

Математические модели и численная реализация

- силы плавучести (архимедовы) и неустойчивость Рэлея-Тейлора
- возникновение циркуляции структура конвективного течения
- безразмерные комплексы, характеризующие режим конвекции
- приближение Буссинеска.

Численный пример – конвекция Рэлея-Бенара

Гидростатическое давление и «сила плавучести»

Сила гравитации в жидкости описывается как гидростатическое давление:

```
p_h = -\rho g(z-z_0);
```

- градиент давления входит в силовое уравнение : $\nabla p_h = -\rho \mathbf{g}$ объёмная сила;
- если эта сила неоднородна в пространстве, возникает движение нас интересует случай неоднородной плотности;
- неоднородность плотности + гравитация → выталкивающая (архимедова) сила. В случае резкой границы сред с разной плотностью – закон Архимеда
- вообще, при переменной плотности вдоль вектора тяготения говорят о "силах плавучести".
 Когда лёгкая среда над тяжёлой, состояние устойчиво (стратификация).
 Если наоборот неустойчивая конфигурация.
 Любой горизонтальный градиент плотности (температуры) неустойчив [Фрик];
- в последнем случае возникает движение **естественная конвекция**.

В коде FLUENT архимедова сила (buoyancy force) учтена при задании гравитации **g** и переменной плотности (в упрощённой форме — приближение Буссинеска) (В расчёте гидростатическая добавка -рgz вычитается из давления, поэтому показываемое давление выглядит странно ...)

Примеры возникновения свободной конвекции

<u>Гидродинамическая конвективная неустойчивость при вертикальной неоднородности плотности (Рэлей-Тейлора)</u> возникает при определённом градиенте плотности и высоте слоя и приводит к движению

Причины неоднородной плотности:

- неоднородный состав концентрационная конвекция : $\rho(X(x), T(x))$
- неоднородная температура (термоконвекция) : $\rho(T(x))$

Типичные случаи пространственной конфигурации:

- •Термики (неоднородный нагрев поверхности), шлейфы (газ неоднородного состава)
- Конвекция Рэлея-Бенара (вертик. градиент вдоль гориз. поверхности)
- У вертикальной/наклонной стенки горизонтальный градиент
- Тепловыделяющая жидкость с охлаждаемыми границами более сложное состояние ...

Режим конвекции – режим течения: ламинарное или турбулентное

Безразмерные параметры при разных источниках нагрева

- **Геометрия** размер и форма: характерная длина R, аспектное отношение a=h/R для другого габарита h (при необходимости – более одного ...)
- Свойства жидкости, источника тепла и движения число Рэлея Ra=GrPr:

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TR^3}{\kappa v}$$

 $Ra = \frac{g\beta\Delta TR^3}{\kappa v}$ - внешнее число Ra – по перепаду приложенной извне температуры ΔT

число Ra по входящему потоку тепла q_{W} -

$$Ra_{W} = \frac{g\beta q_{W}R^{4}}{\lambda \kappa v}$$

$$Ra_i = \frac{g\beta QR^5}{\lambda \kappa v}$$

 $Ra_i = \frac{g\beta QR^5}{\lambda \kappa v}$ - внутреннее (модифицированное) число Ra по объёмному источнику

– Взаимосвязь
$$Ra=Ra(Ra_i)$$
: $Ra_i = \frac{QR^2}{\lambda\Delta T}Ra=Nu(Ra_i)\xi Ra \sim 10^3 Ra$ $(\xi \sim 1, Nu(Ra_i = 10^{16}) \sim 10^3)$

Безразмерный поток тепла – локальное и среднее по границе W числа Нуссельта:

$$Nu(x) = \frac{f_n(x)}{\lambda (T_{bulk} - T_w(x))/R}, x \in S_W$$

$$Nu_{W} = \frac{1}{S_{W}} \int_{S_{W}} \frac{f_{n}}{\lambda (T_{bulk} - T_{w})/R} dS$$

— Соотношение средних потоков тепла на изотермических границах 1 и 2, $T_1 = T_2$:

$$\frac{\mathbf{N}\mathbf{u}_1}{\mathbf{N}\mathbf{u}_2} = \frac{S_2}{S_1} \int_{S_1} f_n \, dS / \int_{S_2} f_n \, dS$$

Приближение Буссинеска

В условиях отсутствия иных сил архимедова сила служит единственной причиной, вызывающей движение жидкости. При наличии других объёмных сил они действуют наряду с архимедовой. Если относительное изменение плотности (объёмная деформация), связано с тепловым расширением - термодеформацией << 1, то система уравнений естественной конвекции в приближении Буссинеска:

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0 \qquad \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} + v\Delta u_i - g_i \beta (T - T_0) \qquad \frac{\partial T}{\partial t} + u_k \frac{\partial T}{\partial x_k} = \kappa \Delta T + \frac{Q}{\rho c_p}$$

Здесь β — коэффициент объёмного теплового расширения, слагаемое $g_i\beta(T-T_0)$ описывает эффективную силу (ускорение) плавучести (архимедова сила, выталкивающая сила), связанную с тепловой деформацией $\beta(T-T_0)$ при нагреве жидкости от начальной температуры в поле гравитации или инерции g_i .

При обезразмеривании с помощью масштабов длины, температуры и параметров среды обнаруживаем числа Рэлея и Прандтля:

$$\frac{\partial \tilde{u}_{k}}{\partial \tilde{x}_{k}} = 0 \qquad \frac{\partial \tilde{u}_{i}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_{k} \frac{\partial \tilde{u}_{i}}{\partial \tilde{x}_{k}} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_{i}} + \Delta u_{i} - \frac{\operatorname{Ra}}{\operatorname{Pr}} (\tilde{T} - \tilde{T}_{0}) \qquad \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_{k} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}_{k}} = \frac{1}{\operatorname{Pr}} \Delta \tilde{T} + \tilde{Q}$$

Опции кода Fluent при моделировании своб. конвекции

Гравитация — задаётся покомпонентно вектор гравитационного поля $g = \{g_i\}$

Граничные условия

- гидростатическое давление учитывается автоматически; скорости нулевые;
- температурные гран. условия как в уравнении теплопроводности

Способы вычисления плотности (несжимаемая жидкость)

- Boussinesq (см. свойства материалов);
- Incompressible ideal gas (там же);
- Задание температурной зависимости плотности (там же);
- UDF пользовательская функция (там же);

В случае сжимаемости – вычисление по уравнению состояния ...

Схема аппроксимации уравнения давления

Корректно работают только две схемы –

- Presto (предпочтительно);
- Body force weighted (менее популярна, иногда даёт странные отклонения, но в целом
- более устойчива)

Порождение турбулентности при естественной конвекции

The turbulence kinetic energy, k, and its rate of dissipation, ϵ , are obtained from the following transport equations:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \left(G_k + C_{3\epsilon} G_b \right) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} + S_{\epsilon}$$

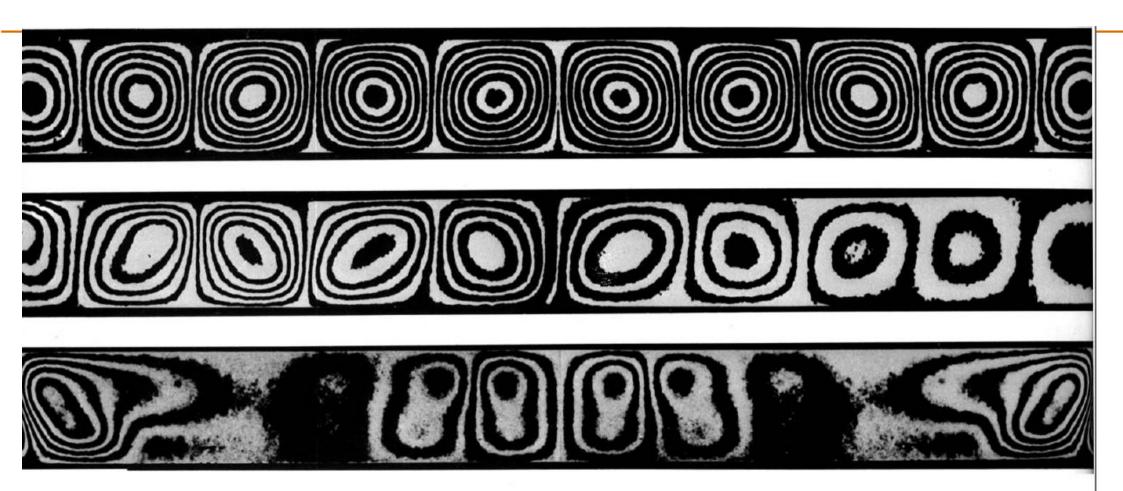
k ϵ

In these equations, G_k represents the generation of turbulence kinetic energy due to the mean velocity gradients. G_b is the generation of turbulence kinetic energy due to buoyancy.

 Y_m represents the contribution of the fluctuating dilatation in compressible turbulence to the overall dissipation rate.

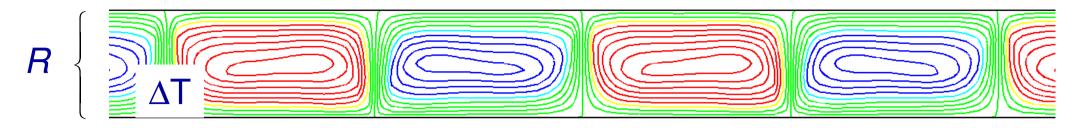
 $C_{1\epsilon}$, $C_{2\epsilon}$, $C_{3\epsilon}$, G_k are constants. σ_{ϵ} and σ_{ϵ} are the turbulent Prandtl numbers for k and ϵ , respectively. S_k and S_{ϵ} are user-defined source terms.

Пример: конвекция Рэлея-Бенара (РБК)



139. Конвективные валики, движимые плавучестью. Дифференциальные интерферограммы демонстрируют сбоку картины конвективной неустойчивости силиконового масла в прямоугольном ящике с относительными размерами сторон 10:4:1, подогреваемом снизу. На верхнем снимке видна классическая ситуация Рэлея - Бенара: равномерный нагрев создает валики, параллельные более короткой стороне. На средней фотографии разность температур, а следовательно, и амплитуда движения возрастают в направлении справа налево. На нижней фотографии ящик вращается относительно вертикальной оси. [Oertel, Kirchartz, 1979; Oertel, 1982a]

Параметры описания



Конвекция между плоско-параллельными пластинами – задана разность температур между ними. Режим характеризуется (внешним) числом Рэлея:

$$Ra = \alpha g \Delta T R^3 / (v \kappa)$$

lpha – объёмное тепловое расширение

д – гравитационное ускорение

∆Т – перепад температуры

R – характерный размер

 ν , κ – вязкость, температуропроводность

- Величина числа Рэлея показывает режим течения: ламинарный/ турбулентный; теплоотдача жидкости при конвекции описывается параметром Nu= Nu(Ra).
- B RANS-моделях, из-за высокой турбулентной вязкости, картина течения всегда выглядит ламинарной. Тепло- и массообмен при этом учитываются эффективными коэффициентами турбулентного переноса

Лабораторная работа: конвекция Рэлея-Бенара

плоско-параллельные горизонтальные пластины : $T(z_1) = T_1$, $T(z_2) = T_2$

- а) ламинарный режим: Ra<10⁷-10⁸
- б) турбулентный: Ra>108

$$a=h/b$$
 b $T=T_1$ h воздух или вода $T=T_2>T_1$

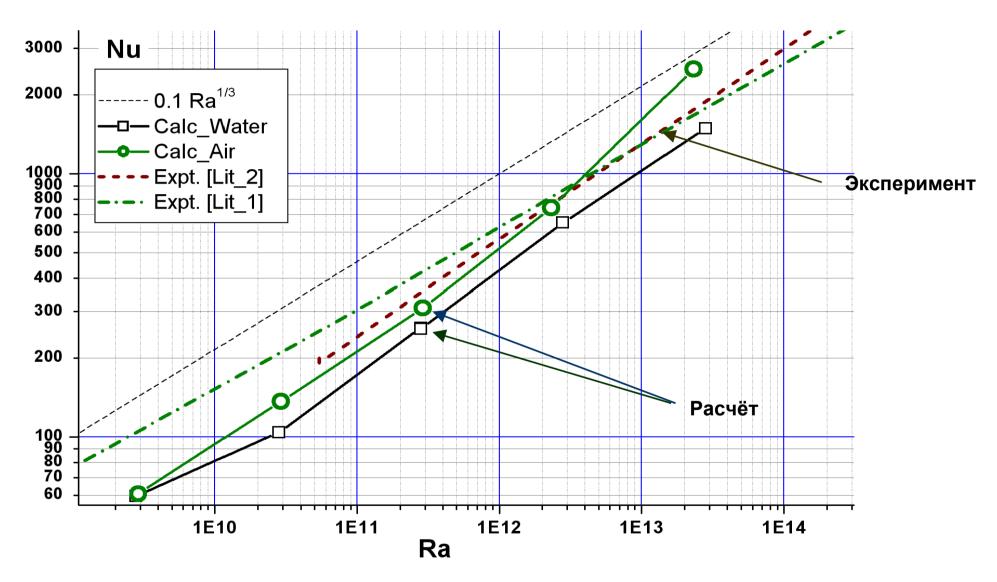
<u>Цели расчётов</u>

- получить закон теплоотдачи Nu=Nu(Ra) в нескольких расчётах с вариацией Ra
- оценить влияние выбора -
- а) опций расчёта: модели турбулентности, опций учёта плавучести, ...
- б) коэффициентов: вязкости, КТР, теплофизических ...

Существенно!

- а) пристеночные функции при y+~10 (standard ...)
- б) зависимости коэффициентов от температуры не вводить (для ясности)
- в) в газах перепад температуры incompressible ideal gas

Результаты по РБК _1/2



Интегральная теплоотдача при РБК – расчёты для воды (Calc_Water) и воздуха (Calc_Air). [Lit_1]=[42], [Lit_2]=[43]

Результаты по РБК _2/2

Комментарии

•Теплопередача удовлетворительно описывается корреляцией «1/3»:

- •Взятые значения числа Ra в пределах 3·10¹³, чего более чем достаточно для многих задач, например, для моделирования бассейна металлического расплава в корпусе реактора;
- •Влияние вариации констант материала и др. в целом описывается в расчётах числом Ra, за исключением отдельных случаев
 - большие (в 10 и более раз) вариации теплоёмкости и теплопроводности (вода)
 - при низких (менее 10⁹) значениях числа Ra лучший результат дают расширенные (enhanced) пристеночные функции (но только здесь!!)
- •Показатель степени в приведённых по литературе корреляциях близок к 1/3, но не всегда ему равен

В задаче о конвекции РБК

<u>Что знать, что показать</u>

За счёт чего возникает движение в численном расчёте — что потребовалось задать?

Входные данные – число Рэлея и режим турбулентности в расчётах

Вариантные расчёты при разных Ra – определить Nu(Ra) – как вычислены, что варьировалось, что показывает Nu?

Варианты серий расчётов (получение Nu(Ra)): при разных моделях турбулентности или пристеночных функциях.

Прокомментировать задание свойств материала гран. условий, дискретизации:

- способ дискретизации уравнения для давления;
- способ ввода архимедовой силы;
- pressure-velocity coupling
- учёт плавучести в турбулентности

Вопросы по курсу:

- Вопросы для изучения ("Вопросы по разделам курса ...")
- Вопросы для ответа ("Вопросы, при незнании которых ...")

Вопросы по разделам курса 1/3

- 1) Уравнения движения (не)сжимаемой жидкости. Уравнение энергии. Когда уравнение энергии необходимо, когда нет. Постановка гран. условий для каждого из них. Уравнение неразрывности в случае несжимаемой жидкости?
- 2) Отличительные черты турбулентного потока. Завихрённость и энстрофия. Развитая, неразвитая, перемежающаяся турбулентность. Пульсации, свойства спектра пульсаций при развитой турбулентности.
- 3) Предположения моделей турбулентности? Что требуется от модели? Что такое RANS модели? Моменты случайной величины. Правила усреднения. Возможность их применения в рамках предположений моделей.
- 4) Уравнения Рейнольдса для осреднённого течения: идея, последовательность вывода, оценки слагаемых. Итоговое уравнение: проблема замыкания и гипотеза Буссинеска. какая скорость деформации фигурирует в усл. Буссинеска?
- 5) Уравнение энергии для осреднённого течения: последовательность вывода, итоговое уравнение интерпретация слагаемых и замыкание. Турбулентные числа Прандтля и Шмидта, величина в коде FLUENT и их качественное обоснование. Аналогия Рейнольдса.
- 6) Уравнение баланса механической энергии потока. Уравнение баланса турбулентной кинетической энергии: определения средней КЭ и ТКЭ, последовательность вывода и итоговое уравнение интерпретация слагаемых. Как определяется кинетическая Е. потока? Как определяется ТКЭ?

Вопросы по разделам курса 2/3

- 7) Замыкание RANS-моделей турбулентности: логическая последовательность, пример. Типы моделей турбулентности. Модели турбулентности k— ϵ и k— ω основные уравнения. Турбулентная вязкость: определение, связь с k и ϵ . Турб. вязкость зависит от координат?
- 8) Вычислительная гидродинамика (CFD) общее строение стандартного CFD кода. Использование симметрии: связь между 2D и 3D приближениями. Сетка: стандартные типы ячеек в 2D и 3D. Сеточные примитивы и необходимые данные для задания сеточной модели.
- 9) Изотропная турбулентность: условия существования, примеры реализации. Пограничный слой, турбулентный и вязкий подслой. "Закон стенки": логарифмический профиль величин в турбулентном ПС. Безразмерные характеристики. Пример для трубы: вязкий, логарифмический подслои и ядро потока. Критерий у+. Температура в пристеночной области.
- 10) Моделирование турбулентного потока у стенки: в теории и в CFD? Пристеночная функция. Реализация в CFD коде. Задание граничных условий по турбулентности в коде FLUENT способы и возможности оценки необходимых величин. Каковы требования к расчётной сетке у границы потока при использовании обычных пристеночных функций в модели k— ϵ ? Что даёт опция "enhanced wall treatment"?

Вопросы по разделам курса 3/3

- 11)Последовательность решения уравнений гидродинамики сжимаемой и несжимаемой жидкости в CFD-коде (на примере FLUENT). Типы процедуррешателей, особенности и условия их применения. pressure-based, density-based в чём разница?
- 12) Пристеночный тепло- и массообмен: коэффициент тепло- массоотдачи, число Нуссельта: локальное, интегральное. Что такое "bulk" и "film" температуры. Аналоги для концентрации примеси. Примеры на расчётных конфигурациях.
- 13) Выталкивающая сила (сила плавучести) происхождение, примеры возникновения (причины неоднородной плотности). Параметры, определяющие свободно-конвективное течение. Числа Грасгофа и Рэлея (рассмотреть три случая генерации тепла). Число Нуссельта.
- 14) Конвекция Рэлея-Бенара ламинарная, слабо-турбулентная, жёсткотурбулентная. Подходы к моделированию — стационарный и метод установления. Критерии установления. Особенности численной картины при расчёте с RANSмоделью. Критерии сходимости итераций в численном расчёте (FLUENT).

Вопросы при незнании которых хорошая оценка проблематична

- 1. Примеры турбулентного течения и визуальные признаки турбулентности.
- 2. Что такое "развитая" турбулентность? Примеры случаев, когда она не развита? Что такое вырождение турбулентности?
- 3. Верхний и нижний пространственные масштабы турбулентности.
- 4. Что такое спектр турбулентности?
- 5. Что такое изотропная турбулентность? С чем бывает связана анизотропия турбулентности?
- 6. Что в гидродинамике понимается под термином "модель турбулентности"? Пример.
- 7. Какие бывают способы моделирования турбулентности? Схема построения RANS моделей?
- 8. Из чего состоит общее транспортное уравнение? Пример?
- 9. Что такое тензор напряжений Рейнольдса? Как он связан с ТКЭ?
- 10. Что такое аналогия Рейнольдса происхождение, где и как используется?
- 11.Турбулентная вязкость: происхождение.
- 12.Турбулентная теплопроводность аналогично 11.
- 13. Что такое "2-параметрическая модель" турбулентности? Примеры
- 14. Что такое ТКЭ?
- 15. Что такое "универсальный закон стенки"?
- 16. Что такое у+? Что он показывает в пристеночной области?
- 17.Сетка и сеточные примитивы, примеры: 2D, 3D
- 18. Что и как надо задать в коде FLUENT для решения задачи свободной конвекции?