

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

RUSSIAN ACADEMY OF  
SCIENCES

ИНСТИТУТ

ПРОБЛЕМ БЕЗОПАСНОГО  
РАЗВИТИЯ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

NUCLEAR  
SAFETY INSTITUTE

Препринт № IBRAE-95-13

Preprint IBRAE-95-13

А.Е. Аксенова, П.Н. Вабищевич, В.В. Чуданов

**ЕСТЕСТВЕННОКОНВЕКТИВНЫЙ  
ТЕПЛООБМЕН  
ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ  
ЗАТВЕРДЕВАЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ  
ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ  
ОХЛАЖДЕНИЯ**

Москва  
1995

Moscow  
1995

Аксенова А.Е., Вабищевич П.Н., Чуданов В.В. ЕСТЕСТВЕННО-КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ЗАТВЕРДЕВАЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ ОХЛАЖДЕНИЯ. Препринт № ИБРАЕ-95-13. Москва: Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, 1995. 22 с.

#### Аннотация

В работе численно исследуется задача квазистационарной естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с учетом затвердевания при различных режимах охлаждения на границах. Основной целью работы является получение корреляционных соотношений для чисел Нуссельта на различные поверхности, доли твердой фазы, температуры и т.д. в зависимости от чисел Рейля и Остроградского.

В численных исследованиях применена новая эффективная методика для решения нестационарных задач гидродинамики с теплопроводностью, которая проверена на широком классе тестовых задач. Полученные численные результаты проверялись на достоверность с помощью серии численных расчетов на последовательности сгущающихся сеток.

Эти результаты могут быть использованы для построения упрощенных моделей поведения расплава топливосодержащих масс в различных системах удержания.

©ИБРАЭ РАН, 1995

Aksenova A.E., Vabishchevich P.N., Chudanov V.V. NATURAL CONVECTIVE HEAT EXCHANGE OF A HEAT-GENERATING FLUID FOR DIFFERENT COOLING REGIMES ON THE BOUNDARIES. (in Russian). Preprint IBRAE-95-13. Moscow: Nuclear Safety Institute, 1995. 22 p.

#### Abstract

The quasisteady natural convection of a heat-generating fluid with regard to solidification for the different cooling regimes on the boundaries is investigated numerically in present work. The main goal of this paper is correlation relations for the Nusselt numbers, volume of solid phase, temperature etc. depending on Rayleigh and Ostrogradskii numbers.

To solve unsteady problems of hydrodynamics with heat conductivity, new efficient numerical method, inspected at the wide set of test problem, was employed. The obtained numerical results were verified on reliability via conducting of calculations on the sequence of the fine grids.

These results may be used for construction of simplified models describing the behaviour of a molten heat-generating masses (corium) in different retention system (core catcher).

©Nuclear Safety Institute, 1995

# ЕСТЕСТВЕННОКОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ЗАТВЕРДЕВАЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ ОХЛАЖДЕНИЯ

*Аксенова А.Е., Вабищевич П.Н., Чуданов В.В.*

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ БЕЗОПАСНОГО РАЗВИТИЯ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

113191 Москва, ул. Б.Тульская, 52

тел.: (095) 952-24-21, факс: (095) 230-20-29, эл. почта: pbl@ibrae.msk.su

## 1 Введение

Настоящая работа является обобщением предыдущих параметрических численных исследований конвективного теплообмена тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями в квазистационарном режиме, начатых в работах [1, 2, 3, 4]. В работе [1] были рассмотрены особенности конвективного теплообмена тепловыделяющей жидкости для случая квадратной полости с изотермическими граничными условиями на всех границах [1]. В работе [2] проводилась оценка локализации максимальных тепловых нагрузок на боковой поверхности при изотермических граничных условиях. Продолжение этих исследований нашло свое отражение в работах [3, 4], где основное внимание было уделено исследованию влияния различных режимов охлаждения на верхней и боковой границах на распределение тепловых потоков на различные грани полости квадратного сечения для задачи естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями.

В этой работе основное внимание уделяется таким вопросам, как:

- поведение чисел Нуссельта на различных границах и величины  $u_{av}/Os^{-1}$  в зависимости от числа Релея при разных значениях числа Остроградского и полностью изотермических условиях, а также возможной экстраполяции этих зависимостей в область высоких Релеев ( $Ra > 10^{12}$ );
- влияние числа  $Bi$  (различных режимов охлаждения) на верхней границе на поведение чисел Нуссельта на разных границах в зависимости от Релея и экстраполяция результатов в диапазон числа Релея выше  $10^{12}$ ;
- влияние числа Остроградского на изменение объемов твердой фазы и поведение величины  $Os^{-1}/(u_{\ell} - Os^{-1})$  для разных значений числа Релея при полностью изотермических условиях и экстраполяция этих зависимостей в область высоких Релеев;
- обобщение полученных результатов и представление их в виде корреляционных зависимостей от чисел Релея, Остроградского.

В случае гипотетических тяжелых аварий на АЭС с образованием достаточно больших 'molten pool' в нижней части корпуса реактора при продолжительном удержании расплава в корпусе реактора естественная конвекция, образующаяся в расплавленной области, характеризуется числами Релея  $10^{12} \leq Ra \leq 10^{16}$ . Проведение вычислительных экспериментов для оценки изменения перечисленных выше параметров в реакторном случае в указанном диапазоне чисел Релея требует значительных вычислительных ресурсов, что очень дорого при современном уровне развития вычислительных методов и вычислительной техники.

Важность предсказания поведения таких параметров задачи приводит к необходимости проведения параметрических численных исследований поведения чисел Нуссельта и т.д. в диапазоне умеренных чисел Рейля  $10^8 \leq Ra < 10^{12}$ . Полученные результаты могут быть представлены в виде корреляционных зависимостей исследуемых параметров от чисел Рейля и Остроградского, что позволяет экстраполировать их в область высоких Релеев.

Полученные таким образом экстраполяционные зависимости: чисел Нуссельта на различные поверхности области, температуры расплава, жидкой и твердой фаз кориума могут быть использованы для оценки последствий протекания тяжелой аварии с плавлением и разрушением активной зоны.

В численных расчетах применен достаточно эффективный математический алгоритм для решения нестационарных задач гидродинамики и теплопроводности. Он позволяет провести большое количество параметрических численных расчетов для создания адекватной базы данных тепловых характеристик в зависимости от безразмерных параметров  $(Ra, Os, Bi)$ . Поскольку для рассматриваемой проблемы зависимость исследуемых тепловых характеристик от числа Прандтля и аспектного отношения является менее значимой в сравнении с остальными параметрами, численные расчеты проводятся при фиксированных значениях  $Pr$  и  $Asp$ .

Полученные результаты представлены в виде графиков и корреляционных зависимостей.

## 2 Математическая формулировка задачи

Рассматривается двумерная задача естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями в полости квадратного сечения с граничными условиями третьего рода.

Пусть  $\Omega = \{x | x = (x_1, x_2), 0 < x_\alpha < 1, \alpha = 1, 2\}$  — область, в которой будем искать решение поставленной задачи. Введем следующее обозначение для границы фазового перехода  $S(t)$ :

$$S(t) = \{x | x \in \Omega, u(x, t) = u_\ell\},$$

где  $u_\ell$  — температура фазового перехода. Последняя разбивает область  $\Omega$  на две подобласти. Определим область, содержащую жидкую фазу вещества как  $D(t) = \{x | x \in \Omega, u(x, t) > u_\ell\}$ , а область, содержащую твердую фазу вещества —  $D_0 = \Omega \setminus D$ . Задачу будем рассматривать в нестационарной постановке.

Для описания процессов тепло- и массопереноса в тепловыделяющей жидкости с однородным объемным источником тепла, с учетом фазовых превращений, используются нестационарные уравнения Навье–Стокса в приближении Буссинеска совместно с уравнением для температуры:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{grad} \mathbf{v} + \operatorname{grad} p - \nu \operatorname{div} \operatorname{grad} \mathbf{v} - \beta g e u = 0, \quad x \in D, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad x \in D, \quad 0 < t \leq T, \quad (2)$$

$$\left( c(u) + \lambda \delta(u - u_\ell) \right) \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{grad} u \right) - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( k(u) \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} \right) = q, \quad (3)$$

$$x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T.$$

Без ограничения общности будем рассматривать случай постоянных коэффициентов теплоемкости и теплопроводности в твердой и жидкой фазах, неменяющихся при фазовом превращении.

Рассматриваемая область течения представляет собой замкнутую полость с неподвижными твердыми стенками, поэтому на границах полости  $\partial D$  задаются условия прилипания и непротекания вида:

$$\mathbf{v}(x, t) = 0, \quad x \in \partial D, \quad 0 < t \leq T. \quad (4)$$

В качестве тепловых условий выбраны граничные условия третьего рода, что позволяет моделировать различные режимы охлаждения границ полости:

$$k(u) \frac{\partial u}{\partial n} + h(u - u_w) = 0, \quad x = (x_1, x_2), \quad 0 < x_\alpha < 1, \quad \alpha = 1, 2, \quad (5)$$

где  $n$  — внешняя нормаль.

В силу того, что в начальный момент времени жидкость покоится и имеет равновесную температуру, начальное условие для скорости имеет вид

$$\mathbf{v}(x, 0) = 0, \quad x \in D, \quad (6)$$

а начальное условие для температуры определяется соотношением

$$u(x, 0) = 0, \quad x \in \Omega. \quad (7)$$

Поскольку первоначально вся область представляет собой жидкую фазу вещества, то  $D(0) = \Omega$ .

Таким образом, соотношения (1)–(7) полностью описывают свободную конвекцию теплопроводящей жидкости с учетом фазовых превращений в области  $\Omega$  на любой момент времени  $t > 0$ . Численное исследование вышеназванной задачи проводится в безразмерной постановке с помощью вычислительного алгоритма, использующего переменные “функция тока, вихрь скорости, температура”. Компоненты скорости определяются через функцию тока  $\psi(x, t)$  как:

$$v_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_2}, \quad v_2 = -\frac{\partial \psi}{\partial x_1}, \quad (8)$$

поэтому условие несжимаемости (2) всегда выполнено. Для вихря скорости имеем соотношение

$$w = \frac{\partial v_2}{\partial x_1} - \frac{\partial v_1}{\partial x_2}. \quad (9)$$

Учитывая соотношения (8),(9) из уравнения движения (1) для вихря скорости получим следующее выражение в безразмерных переменных

$$\frac{\partial w}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)w - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_\alpha^2} - \frac{\text{Ra}_q}{\text{Pr}} \frac{\partial u}{\partial x_1} = 0, \quad (10)$$

$$x \in D, \quad 0 < t \leq T$$

с модифицированным числом Релея, получаемым по мощности теплового источника  $q$ . Уравнение (10) может быть переписано через безразмерное число Остроградского в виде

$$\frac{\partial w}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)w - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_\alpha^2} - \frac{\text{Ra}_u \text{Os}}{\text{Pr}} \frac{\partial u}{\partial x_1} = 0, \quad (11)$$

где использовано число Релея, определяемое по характерному перепаду температур

$$\text{Ra}_u = \frac{\beta g (u_\ell - u_w) l^3}{a \nu}$$

и число Остроградского определяется с помощью соотношения

$$\text{Os} = \frac{q l^2}{k(u_\ell - u_w)}.$$

Здесь и далее будем использовать для безразмерных переменных те же обозначения что и для точных величин. Заметим, что везде далее по тексту под числом Релея  $\text{Ra}$  мы будем понимать модифицированное число Релея, получаемое по мощности теплового источника  $q$ ,  $\text{Ra}_q = \frac{\beta g q l^5}{a \nu k}$ .

Из уравнения несжимаемости (2) будем иметь уравнение Пуассона для функции тока

$$-\sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_\alpha^2} = w, \quad x \in D, \quad 0 < t \leq T. \quad (12)$$

Уравнение энергии (3) в безразмерных переменных переписется в виде

$$(1 + \text{Ste} \chi_{sL}) \left( \frac{\partial u}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)u \right) - \frac{1}{\text{Pr}} \left( \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha^2} + 1 \right) = 0, \quad (13)$$

$$x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T,$$

где число Стефана определяется из соотношения  $Ste = \lambda/(cql^2/k)$  и

$$\chi_{sL} = \begin{cases} 1, & u \in (u_s, u_L), \\ 0, & u \notin (u_s, u_L), \end{cases}$$

а  $u_s$  — температура солидус.

Обезразмеривание здесь проведено по высоте полости  $l$ , коэффициенту кинематической вязкости  $\nu$  и величине  $ql^2/k$ , пропорциональной перепаду температуры.

Система уравнений (11)–(13) дополняется граничными и начальными условиями, вытекающими из (4)–(7). Условия прилипания и непротекания (4) на границе единичного квадрата  $\Omega$  дают соотношения

$$\psi(x, t) = 0, \quad x \in \partial D, \quad 0 < t \leq T, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n}(x, t) = 0, \quad x \in \partial D, \quad 0 < t \leq T. \quad (15)$$

Из условия (6) имеем

$$\psi(x, 0) = 0, \quad x \in D. \quad (16)$$

Граничные условия конвективного теплообмена (третьего рода) в безразмерных переменных имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial n} + Bi u = 0, \quad 0 < x_\alpha < 1, \quad \alpha = 1, 2. \quad (17)$$

Начальное условие для температуры остается без изменений.

### 3 Метод решения

Для нахождения приближенного решения задачи (11)–(17) с расчетом поля течения в изменяющейся области  $D(t)$  используется вариант метода фиктивных областей с продолжением по младшим коэффициентам [9]. Реализация разностной схемы расщепления [10] основана на решении сеточных эллиптических задач на каждом шаге по времени. Подобный подход хорошо зарекомендовал себя при решении задач свободной конвекции тепловыделяющей жидкости, что подтверждает совпадение полученных результатов с экспериментальными [6, 11] и численно-экспериментальными [12, 13] исследованиями для различных граничных условий и геометрий расчетной области. Результаты тестирования вычислительного алгоритма для задачи свободной конвекции тепловыделяющей жидкости опубликованы в работах [14, 15]. Кроме того, некоторые из результатов, касающиеся исследования периодической естественной конвекции в замкнутой полости прямоугольного сечения, представлены в статье [16].

### 4 Результаты численного моделирования

Численное исследование влияния различных режимов охлаждения верхней и боковой поверхностей полости квадратного сечения на поведение чисел Нуссельта на различных поверхностях, соотношение твердой и жидкой фазы, распределение температуры и т.д. для задачи естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с учетом затвердевания было проведено в следующем диапазоне безразмерных параметров:  $10^8 \leq Ra \leq 10^{12}$ ,  $40 \leq Os \leq 1000$ ,  $30 \leq Bi_{up} \leq 600$ ,  $Ste = 0$ ,  $Pr = 1$ . Расчеты проводились на Sun 4/80 (Sparc Station 10) методом установления, до достижения квазистационарного решения. Вычисления прерывались при одновременном выполнении следующих условия: производная по времени от средней в объеме температуры в норме  $L_2$  осциллирует вблизи нуля; суммарное тепловыделение на боковые, верхнюю и нижнюю грани осциллирует вблизи единицы (в квадратной камере суммарное тепловыделение равно единице).

Основное внимание уделялось таким характеристикам, как: объем жидкой фазы, средним тепловым потокам на верхнюю, боковую и нижнюю поверхности полости, температуре жидкой фазы и средним значениям чисел Нуссельта на соответствующие поверхности.

Поскольку в процессе достижения квазистационарного решения исследуемые параметры осциллировали вблизи своих средних значений, проводилось осреднение вычисляемых величин по достаточно большой выборке временных результатов.

Достоверность получаемых результатов проверялась путем проведения расчетов на последовательности сгущающихся сеток и сопоставлении получаемых решений на неизменяемость в рассматриваемом диапазоне параметров. Результаты проверки на последовательности сгущающихся сеток и тестирование используемой методики представлены в [1].

В результате параметрических исследований естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями получен ряд корреляционных соотношений, которые имеют вид степенных зависимостей.

Первоначально были получены соотношения, связывающие число Релея с такими характеристиками исследуемого процесса как: интенсивность теплопередачи (число Nu) на боковые, верхнюю и нижнюю грани рассматриваемой области; отношение средней безразмерной температуры рассматриваемой области к безразмерной температуре фазового перехода ( $\zeta = u_{av}/Os^{-1}$ ).

Получение корреляционных соотношений проводилось методом прямолинейной регрессии, когда с помощью метода наименьших квадратов определялись коэффициенты уравнения прямой линии, связывающей  $\log Nu$  или  $\log \zeta$  с  $\log Ra$ .

Зависимости вида  $Nu = C \cdot Ra^n$  и  $\zeta = C \cdot Ra^n$  были получены в диапазоне чисел Релея  $10^{10} \leq Ra \leq 10^{12}$ . В таблице 1 приводятся значения параметров  $C$  и  $n$  для критериальных зависимостей  $Nu_{up}(Ra)$ ,  $Nu_{sd}(Ra)$ ,  $Nu_{dn}(Ra)$  для чисел Остроградского, соответствующих реальным условиям, а именно  $Os = 1000, 400, 200, 100, 80$  и  $50$ .

Таблица 1: Критериальные зависимости  $Nu(Ra)$ .

Os	$Nu = C \cdot Ra^n$					
	up		sd		dn	
	$C$	$n$	$C$	$n$	$C$	$n$
1000	0.800	0.193	0.990	0.170	0.587	0.140
400	1.544	0.155	1.920	0.130	0.921	0.117
200	2.665	0.121	3.120	0.090	1.693	0.086
100	4.146	0.084	5.607	0.056	3.208	0.052
80	4.898	0.070	6.252	0.045	3.713	0.043
50	5.428	0.051	7.469	0.024	4.879	0.025

Графики степенных зависимостей  $Nu(Ra)$  представлены на рисунках 1–3. Для сравнения на этих же рисунках приводятся графики корреляционных зависимостей, полученные Штейнбрэннером [7] при чистой конвекции, что соответствует бесконечно большим числам Остроградского ( $Os \gg 10^4$ ). Как видно из этих рисунков, наибольшее совпадение с корреляциями Штейнбрэннера чисел Нуссельта на верхней и боковой поверхностях наблюдается для корреляционной зависимости, полученной для числа Остроградского равного 1000, соответствующего реакторному случаю. В то же время для числа Нуссельта на нижней границе наибольшее совпадение с корреляциями Штейнбрэннера наблюдается для Остроградского равного 200.

Графики степенных зависимостей  $\zeta(Ra)$  представлены на рисунке 4.

В таблице 2 приводятся значения параметров  $C$  и  $n$  критериальных зависимостей  $\zeta(Ra)$  для различных чисел Остроградского  $Os = 1000, 400, 200, 100, 80$  и  $50$ .

Таблица 2: Критериальные зависимости  $\zeta = u_{av}/Os^{-1} = C \cdot Ra^n$ .

Os	C	n
1000	332.171	- .179
400	69.678	- .143
200	18.023	- .102
100	5.459	- .064
80	3.808	- .053
50	1.994	- .032

Представленные корреляционные зависимости с достаточно хорошей степенью точности описывают поведение чисел Нуссельта на различных поверхностях области и величины  $\zeta$  (коэффициент определенности  $r \in [0.985; 0.999]$ ). Поэтому возможно говорить об экстраполяции указанных величин в область высоких Релеев. На это обстоятельство указывает и монотонность графиков, описывающих распределение тепловых потоков на различные грани области при числах Релея выше  $10^{12}$  (см. Рис.5). Участки кривых, обозначенные пунктирной линией, построены на основании полученных авторами корреляционных зависимостей и неплохо согласуются с результатами вычислительных экспериментов в области умеренных чисел Релея (сплошные линии).

Ниже будут представлены корреляционные зависимости  $Nu(Ra)$ , полученные на основании результатов параметрических численных исследований естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями при варьировании режимов охлаждения верхней границы [3]. Как известно, проблема удержания расплава внутри корпуса реактора и увеличение продолжительности жизни последнего зависит от уровня нагрузок, которые испытывают стенки реактора после того как произошла авария. Снижение последних и, следовательно, увеличение продолжительности жизни корпуса достигается с помощью соответствующих режимов охлаждения стенок корпуса реактора. Поэтому представлялось важным оценить влияние различных режимов охлаждения верхней границы, которые характеризуются безразмерным числом Био, на поведение чисел Нуссельта на различных поверхностях исследуемой области. В этой связи была проведена серия расчетов с варьированием чисел Био на верхней границе [3]. В результате этих исследований было обнаружено, что варьирование режимов теплопередачи на верхней границе полости оказывает влияние, главным образом, на распределение средних тепловых потоков приходящихся на верхнюю и боковую границы полости и незначительно для нижней границы. Наиболее существенные отличия в значениях средних чисел Нуссельта при варьировании режимов охлаждения на верхней границе были отмечены на боковой поверхности полости, а также при высоких числах  $Bi_{up}$  на верхней границе. Распределение средних чисел Нуссельта на нижней границе практически не зависит от режимов охлаждения верхней поверхности полости. В настоящей работе мы приводим корреляционные соотношения полученные методом прямолинейной регрессии на основе исследований [3] в виде  $Nu = C \cdot Ra^n$ . Эти зависимости соответствуют наиболее характерным для условий в реакторе значениям числа Остроградского  $Os = 60, 200, 750$  и числам Био  $Bi = 30, 100, 600$ . Коэффициент определенности  $r$  для всех приводимых ниже соотношений равняется 0.985.

На Рис.6–8 представлены корреляционные зависимости чисел Нуссельта на верхней, боковой и нижней поверхности полости в зависимости от числа Релея для  $Os = 750$ . С уменьшением значения числа Релея в распределении чисел Нуссельта на верхней и боковой поверхностях наблюдается тенденция кривых к пересечению, с увеличением значения числа Релея кривые расходятся. Так, значения чисел Нуссельта на верхней границе в случае  $Bi_{up} = 600$  превосходят аналогичное значение для  $Bi_{up} = 30$  примерно в 6 раз в случае  $Ra = 10^{12}$ . Что касается распределения чисел Нуссельта на боковой поверхности, то графики корреляционных зависимостей идут практически параллельно, начиная с  $Ra \geq 10^{11}$ . Разница в значениях чисел Нуссельта на боковой поверхности для двух предельных режимов охлаждения верхней границы составляет 0.7.

В распределении чисел Нуссельта на нижней поверхности с увеличением числа Релея наблюдается тенденция кривых к сближению.





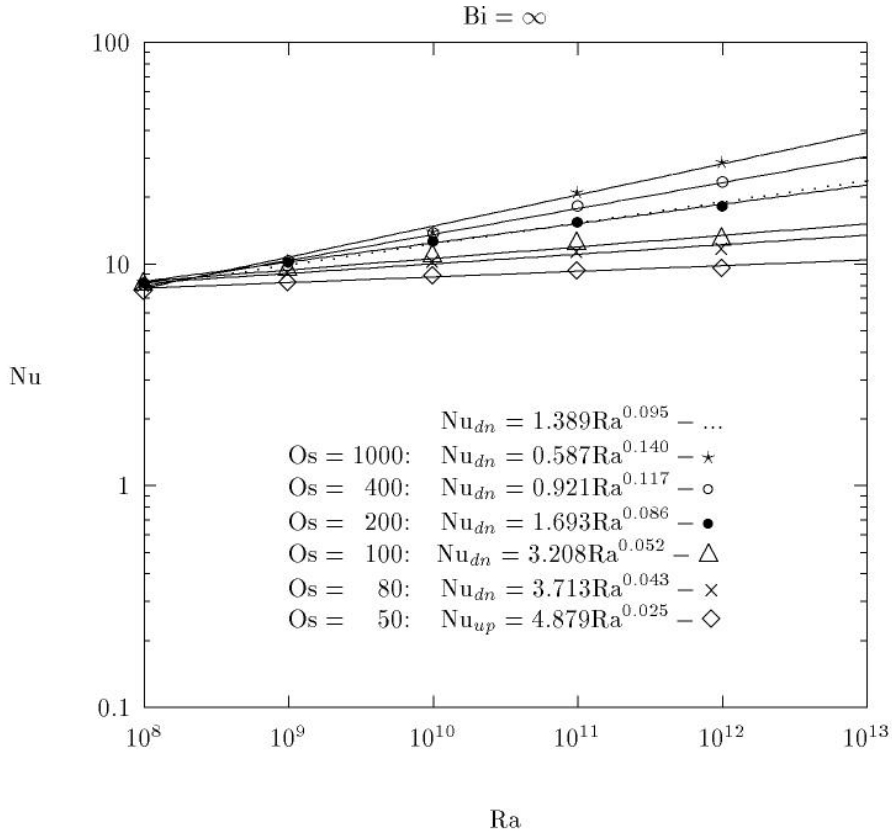


Рис.3: Корреляционные зависимости вида  $Nu_{dn} = C \cdot Ra^n$  для  $Os = 50, 80, 100, 200, 400, 1000$ .

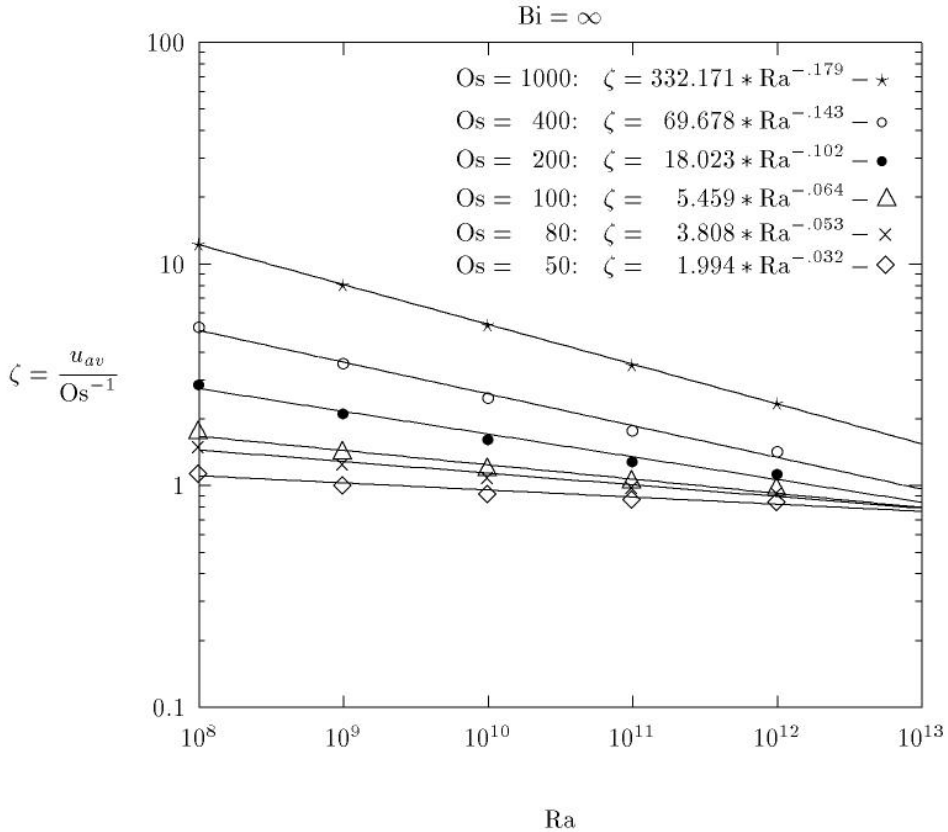


Рис.4: Корреляционные зависимости вида  $\zeta = C \cdot Ra^n$  для  $Os = 50, 80, 100, 200, 400, 1000$ .

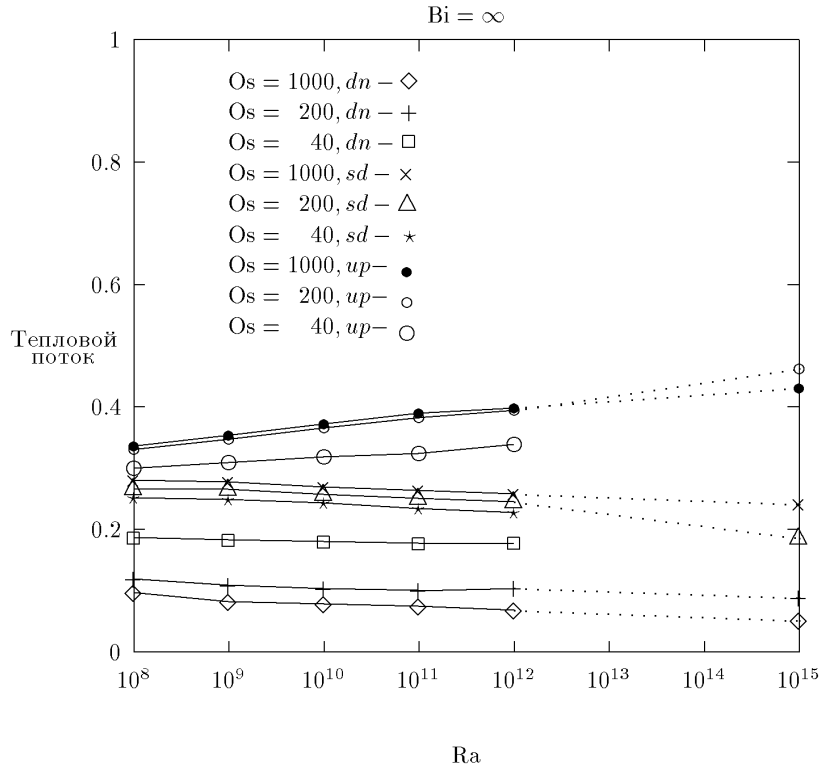


Рис.5: Распределение теплового потока на различных поверхностях области.

Аналогичные тенденции в поведении чисел Нуссельта на верхней, боковой и нижней поверхностях наблюдаются и в случае  $Os = 200$  (см. Рис.9–11), а именно: тенденция кривых к пересечению с уменьшением  $Ra$  и расхождение кривых с увеличением  $Ra$  в распределении чисел Нуссельта на верхней и боковой поверхностях, а также сближение кривых с ростом значения числа Рейля для распределения чисел Нуссельта на нижней поверхности. Различие в значениях для двух предельных режимов охлаждения верхней границы несколько меньше, по сравнению с предыдущим случаем. Так, значения чисел Нуссельта на верхней границе в случае  $Bi_{up} = 600$  превосходят аналогичное значение для  $Bi_{up} = 30$  примерно в 4 раза для  $Ra = 10^{12}$ , в то время как в случае  $Os = 750$  отношение чисел Нуссельта для двух предельных случаев охлаждения верхней поверхности равнялось приблизительно 6.

Что касается поведения чисел Нуссельта на нижней поверхности, то с увеличением числа Рейля выше  $10^{11}$  различные режимы охлаждения верхней границы не оказывают влияния на значение  $Nu_{dn}$ .

Графики корреляционных зависимостей вида  $Nu = C \cdot Ra^n$  на различные поверхности для числа Остроградского  $Os = 60$  представлены на Рис. 12–14.

Для  $Os = 60$  значения чисел Нуссельта на верхней границе в случае  $Bi_{up} = 600$  превосходят аналогичное значение для  $Bi_{up} = 30$  примерно в 2 раза при  $Ra = 10^{12}$ . Кроме того, при таком значении числа Остроградского, которое может трактоваться как безразмерная температура фазового перехода, различие в значениях чисел Нуссельта на верхней границе при режимах охлаждения  $Bi_{up} = 100$  и  $Bi_{up} = 600$  практически отсутствует во всем рассматриваемом диапазоне чисел Рейля, а при  $Os = 750$  оно составляет порядка 3.

Аналогично поведению чисел Нуссельта на верхней поверхности, на боковой поверхности значения чисел Нуссельта для упомянутых выше режимов охлаждения  $Bi_{up} = 100$  и  $Bi_{up} = 600$  совпадают.

При  $Os = 60$  различные режимы охлаждения верхней поверхности не оказывают влияния на распределение чисел Нуссельта на нижней границе во всем рассматриваемом диапазоне чисел Рейля.

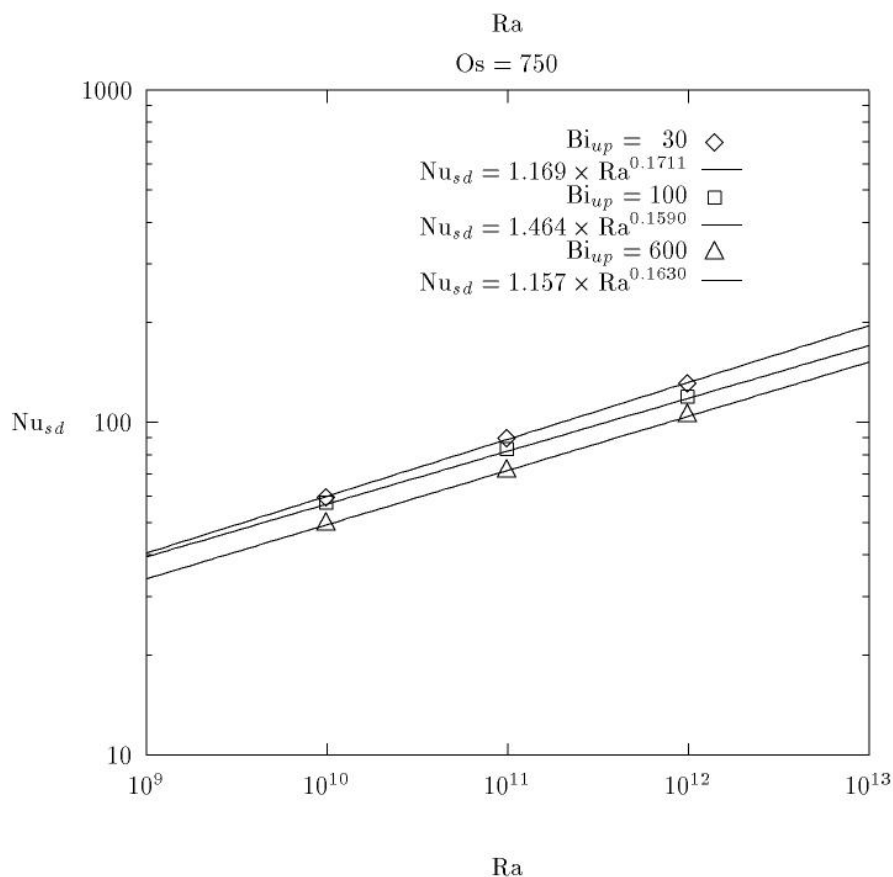
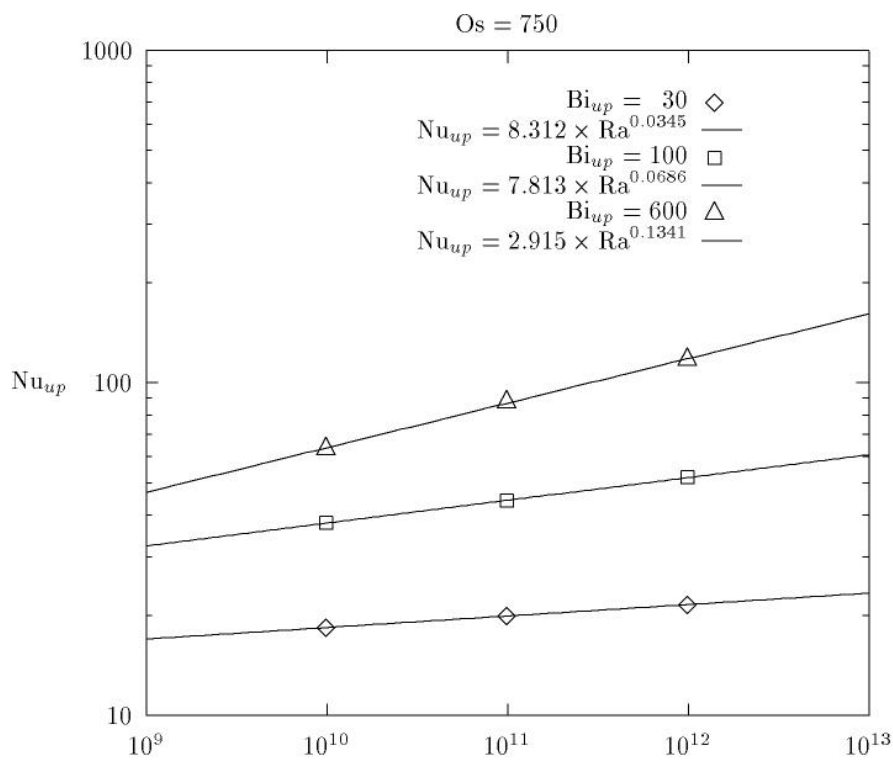


Рис.6, 7: Корреляционные зависимости вида  $\text{Nu}_{up} = C \cdot \text{Ra}^n$  и  $\text{Nu}_{sd} = C \cdot \text{Ra}^n$  для  $\text{Os} = 750$  и  $\text{Bi}_{up} = 30, 100, 600$ .

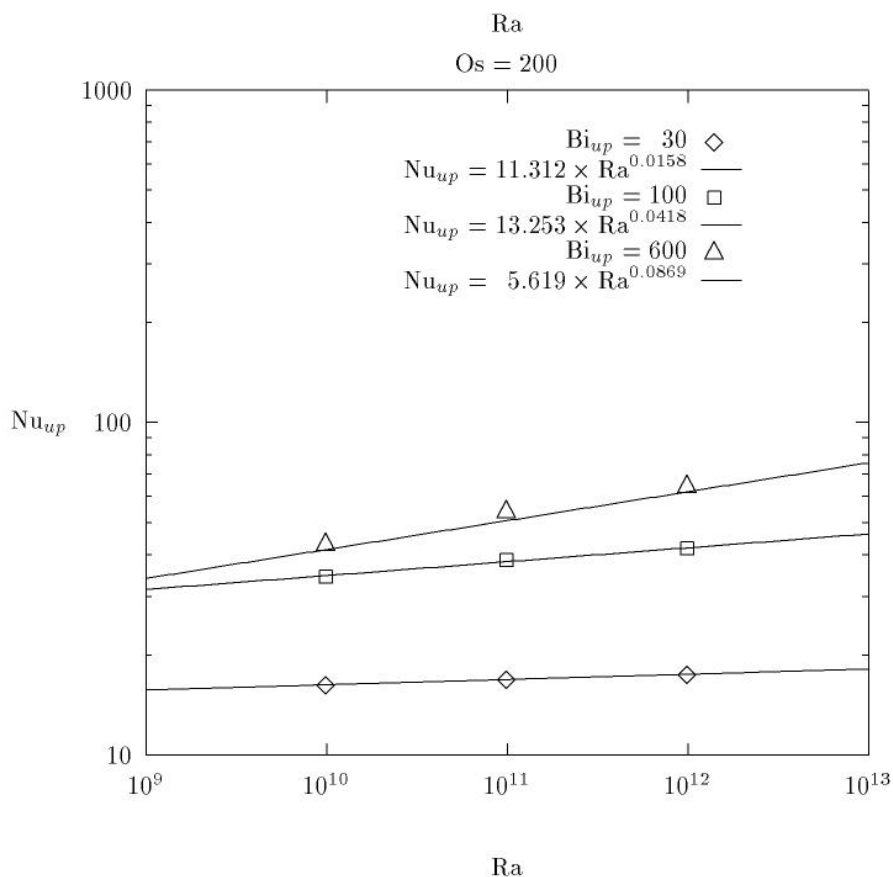
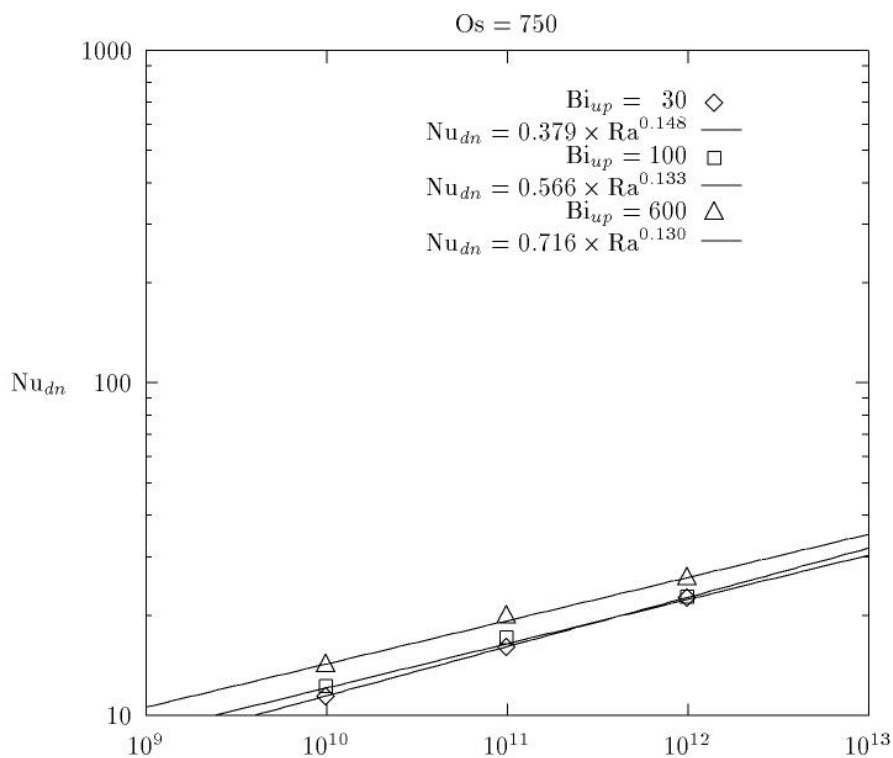


Рис.8, 9: Корреляционные зависимости вида  $\text{Nu}_{dn} = C \cdot \text{Ra}^n$  и  $\text{Nu}_{up} = C \cdot \text{Ra}^n$  для  $\text{Os} = 750$  и  $200$ , соответственно, и  $\text{Bi}_{up} = 30, 100, 600$ .

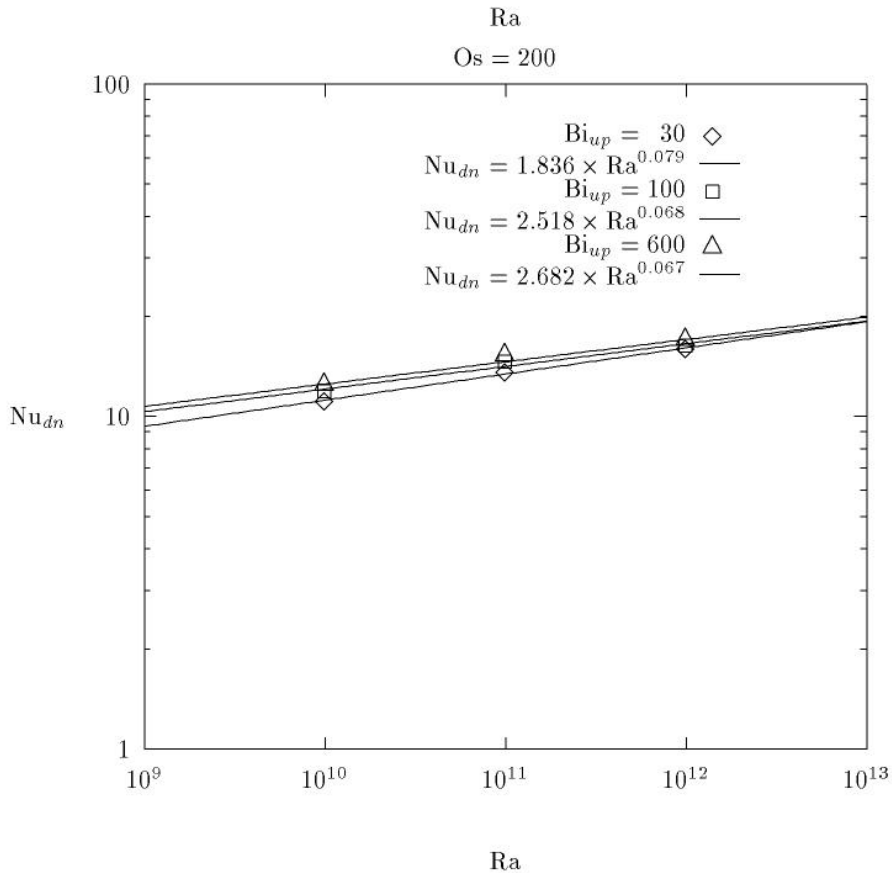
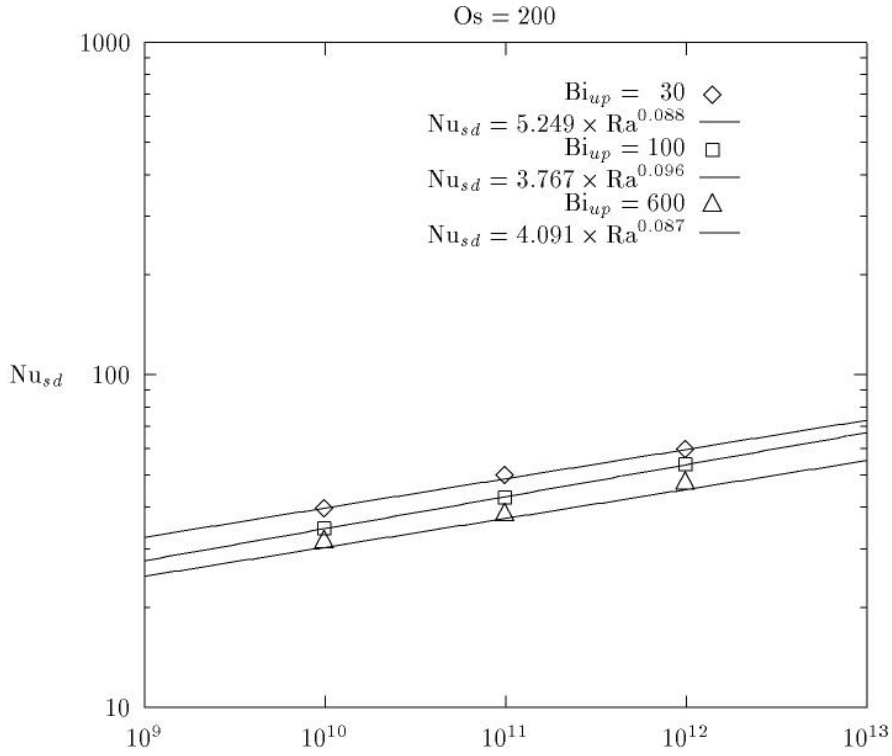


Рис.10, 11: Корреляционные зависимости вида  $\text{Nu}_{sd} = C \cdot \text{Ra}^n$  и  $\text{Nu}_{dn} = C \cdot \text{Ra}^n$  для  $\text{Os} = 200$  и  $\text{Bi}_{up} = 30, 100, 600$ .

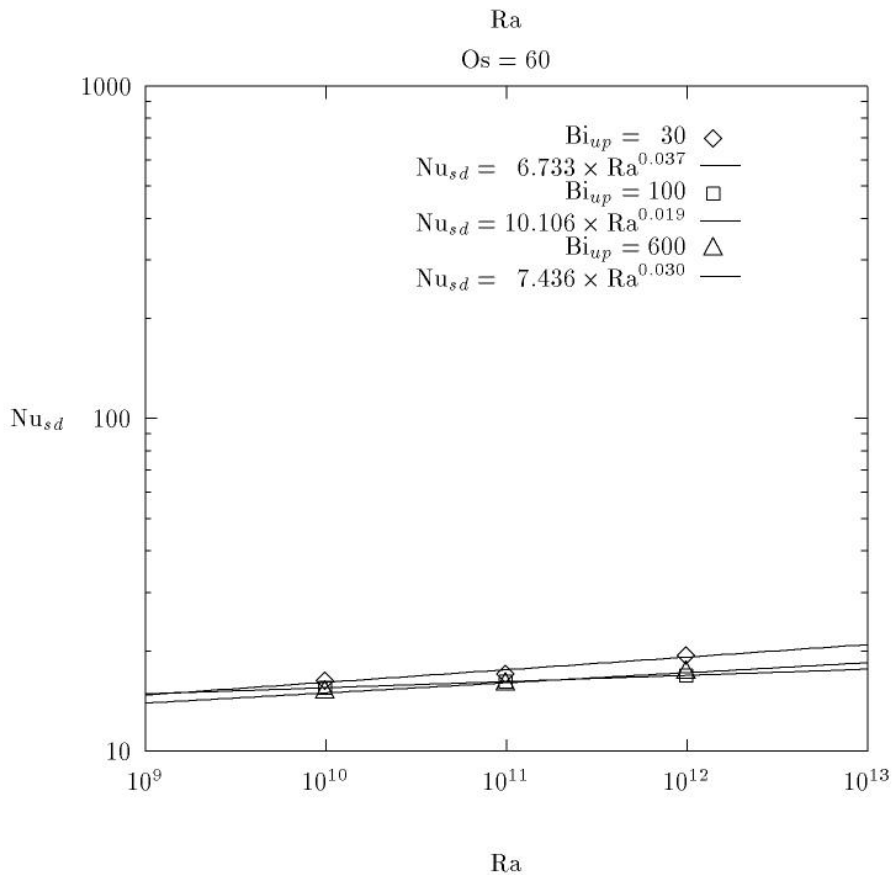
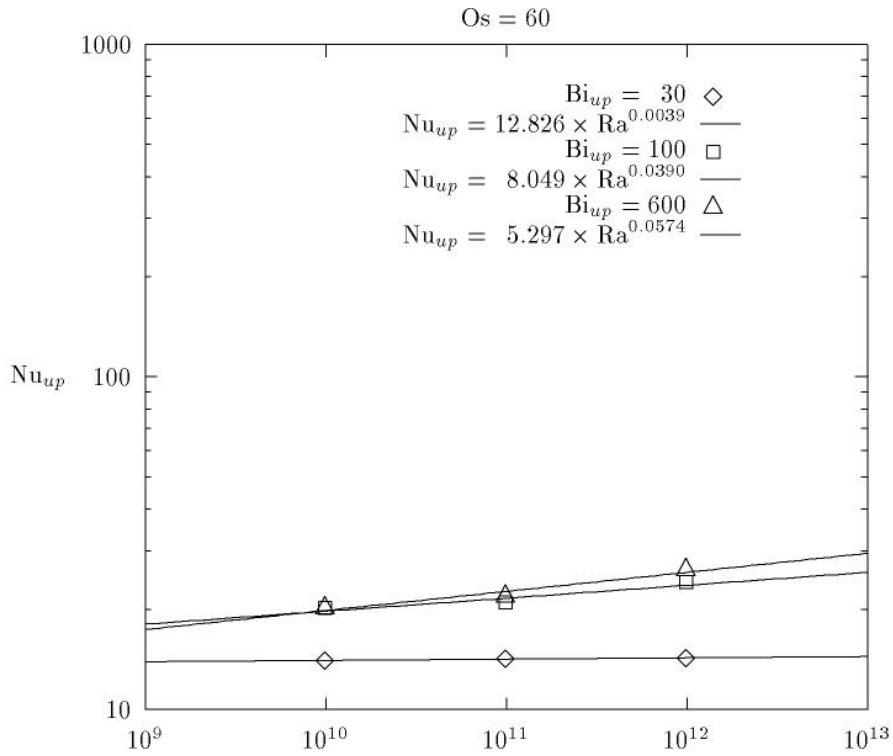


Рис.12, 13: Корреляционные зависимости вида  $\text{Nu}_{up} = C \cdot \text{Ra}^n$  и  $\text{Nu}_{sd} = C \cdot \text{Ra}^n$  для  $\text{Os} = 60$  и  $\text{Bi}_{up} = 30, 100, 600$ .

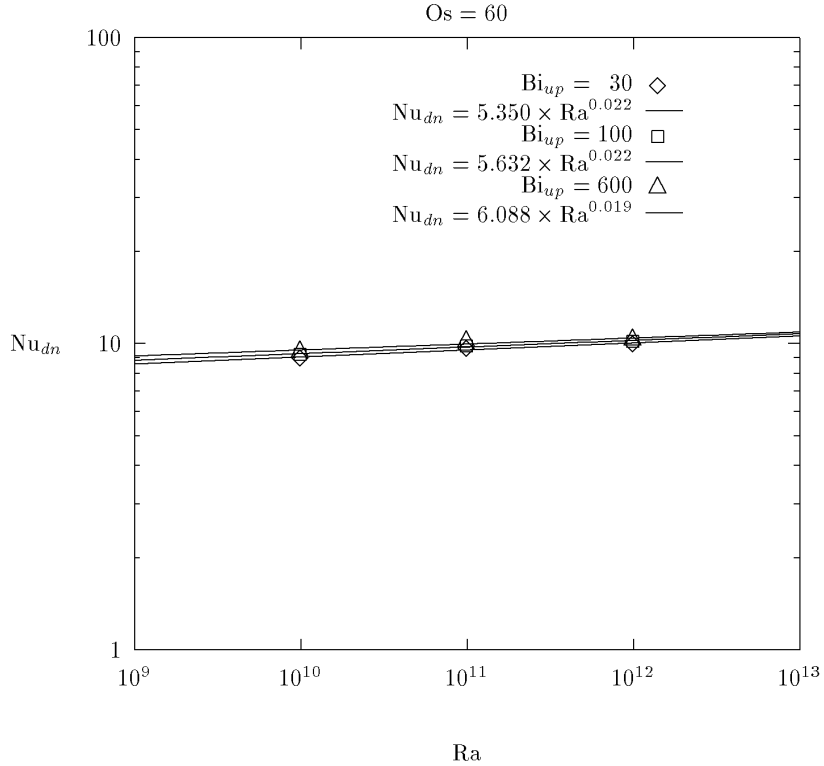


Рис.14: Корреляционные зависимости вида  $Nu_{dn} = C \cdot Ra^n$  для  $Os = 60$  и  $Bi_{up} = 30, 100, 600$ .

Далее будут представлены функциональные зависимости, связывающие объем твердой фазы с числом Остроградского для различных значений числа Релея, поскольку наличие значительных объемов твердой фазы кориума, образующихся вблизи охлаждаемых границ корпуса реактора, способствует снижению интенсивности выноса тепла к границам корпуса и, следовательно, увеличивает “продолжительность жизни” последнего. Подобные зависимости применительно к реактору позволили бы оценить при каких значениях параметров  $Ra$  и  $Os$  будет образовываться достаточное, с точки зрения безопасности реактора, количество твердой фазы кориума.

На Рис.15 показаны графики корреляционных зависимостей изменения объемов твердой фазы от числа Остроградского, полученные путем обобщения результатов численных исследований представленных в работе [1]. Как уже отмечалось ранее в указанной работе, малым значениям числа Остроградского ( $14 < Os < 40$ ) соответствуют большие объемы твердой фазы, поэтому режим теплопередачи в указанной области носит преимущественно теплопроводностный характер. Как видно из рисунка, все корреляционные зависимости имеют общее начало в точке  $Os = 14$ , которая соответствует полному затвердеванию квадратной каверны. С увеличением значения числа Остроградского доля твердой фазы начинает уменьшаться, объем жидкой фазы расти и при значениях числа Остроградского выше 1000 определяющее значение в характере режима теплопередачи начинают играть конвективные процессы. В рамках моделирования естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с фазовыми превращениями наибольший интерес для исследования представляет область со смешанным кондуктивно-конвективным режимом теплопередачи ( $40 \leq Os \leq 1000$ ), характеризующаяся сильным сокращением объемов твердой фазы, от 50 до 2%. При построении корреляций для указанного диапазона изменения  $Os$  мы разбили последний на два участка: 1) [40:80] и 2) [80:1000]. Корреляции принадлежащие первому участку обозначены на рисунке сплошными линиями, а корреляции для второго участка проведены пунктиром. Как и ранее приводимые корреляционные зависимости, представленные соотношения получены методом прямой линейной регрессии и имеют коэффициент определенности  $r = 0.99$ . На первом участке наблюдается расхождение графиков с ростом числа Остроградского, на втором участке графики корреляционных зависимостей идут практически параллельно друг другу. На втором участке доля твердой фазы не превышает 20% и преобладает конвективный режим переноса тепла.



При фиксированном значении числа Остроградского можно отметить незначительное увеличение доли твердой фазы с ростом числа Релея. Это подтверждает и Рис.16, на котором показано изменение объемов твердой фазы с изменением числа Релея для различных значений числа Остроградского. Как видно из рисунка, линии расположены параллельно друг другу и почти параллельно горизонтальной оси.

Итак были получены корреляционные зависимости для чисел Нуссельта, характеризующие интенсивность отвода тепла на твердые границы области и объемов твердой фазы. Одновременно было отмечено, что в диапазоне чисел Остроградского  $100 \leq Os \leq 1000$ , как видно из Рис.15, наблюдаются незначительные объемы твердой фазы. В этом случае величина обратная числу Нуссельта будет определяться как:

$$\frac{1}{Nu} = \frac{u_\ell - u_w}{F_{out}} = \frac{u_\ell - u_s}{F_{out}} - \frac{u_s - u_w}{F_{out}},$$

где  $F_{out}$  — доля теплового потока, приходящегося на границу области.

Умножая и деля первое и второе слагаемое на долю теплового потока, приходящегося на границу твердого и жидкого,  $F_s$ , а второе слагаемое еще и на величину  $u_\ell - u_s$

$$\frac{1}{Nu} = \frac{u_\ell - u_s}{F_s} \frac{F_s}{F_{out}} - \frac{u_\ell - u_s}{F_s} \frac{F_s}{F_{out}} \frac{u_s - u_w}{u_\ell - u_s}$$

и вынося за скобки одинаковые сомножители

$$\frac{1}{Nu} = \frac{u_\ell - u_s}{F_s} \frac{F_s}{F_{out}} \left( 1 - \frac{u_s - u_w}{u_\ell - u_s} \right)$$

получим окончательно соотношение вида:

$$\frac{1}{Nu} = \frac{1}{Nu_s} \frac{F_s}{F_{out}} \left( 1 - \frac{u_s - u_w}{u_\ell - u_s} \right).$$

Здесь  $Nu_s$  есть интенсивность отвода тепла от жидкости к твердой фазе. Границы твердой и жидкой фаз определяются температурой фазового перехода, а величина  $Os^{-1}$  может рассматриваться как безразмерная температура фазового перехода, поэтому вместо соотношения  $(u_s - u_w)/(u_\ell - u_s)$  мы будем рассматривать выражение вида  $Os^{-1}/(u_\ell - Os^{-1})$ , которое для удобства описания в дальнейшем будем обозначать  $\xi$ .

На Рис.17 представлены корреляционные зависимости величины  $\xi = Os^{-1}/(u_\ell - Os^{-1})$  от  $Os$  для различных значений числа Релея. Указанная величина характеризует отношение отвода тепла от твердой фазы к границам области к интенсивности отвода тепла от жидкой фазы на границу твердого и жидкого. Корреляционные зависимости получены методом прямолинейной регрессии в диапазоне чисел Остроградского  $40 \leq Os \leq 1000$ .

Рис.18 демонстрирует изменение величины  $\xi$  в зависимости от Релея для различных значений числа Остроградского.

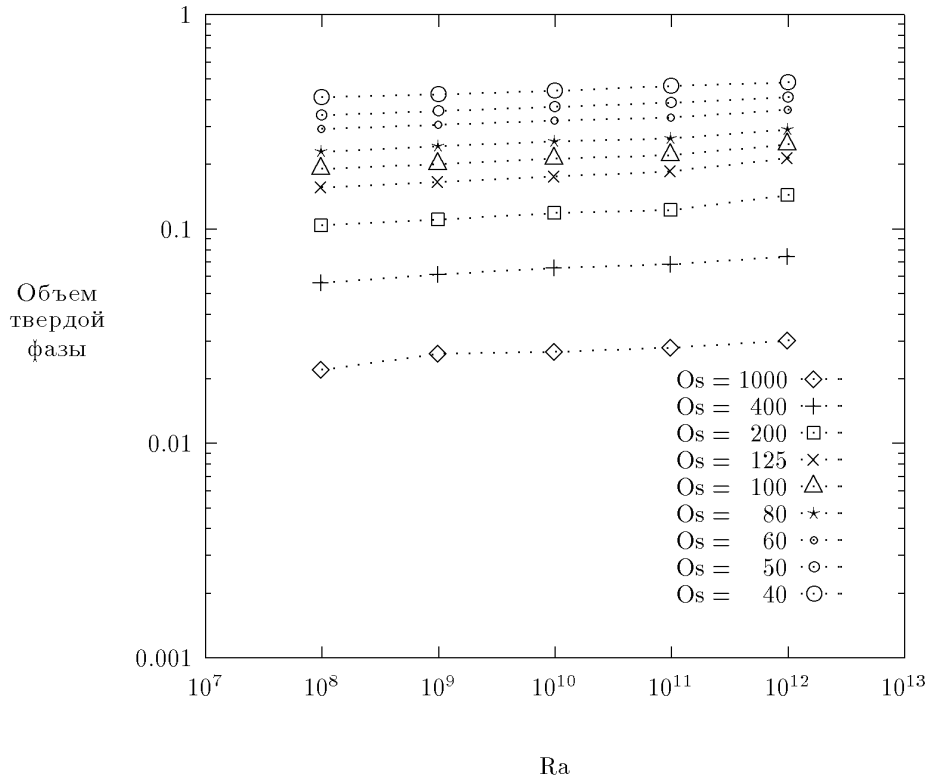
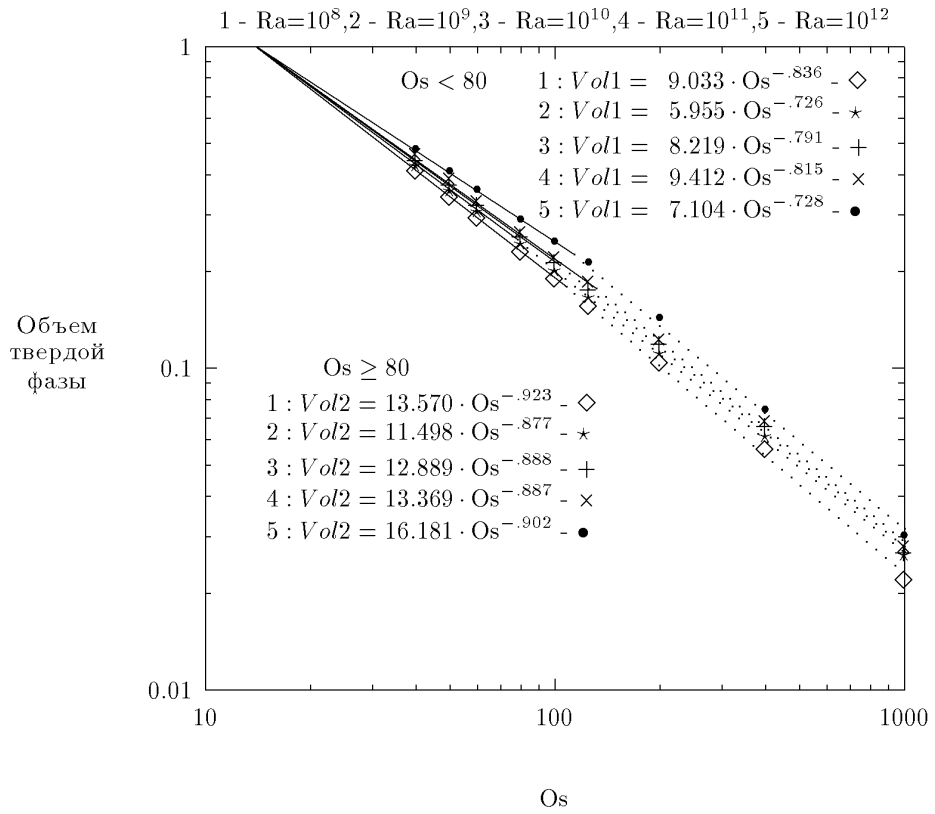


Рис.15, 16: Корреляционные зависимости вида  $Volume = C \cdot Os^n$  и семейство кривых  $Volume(Ra)$  для  $Os = 1000, 400, 200, 125, 100, 80, 60, 50, 40$ .

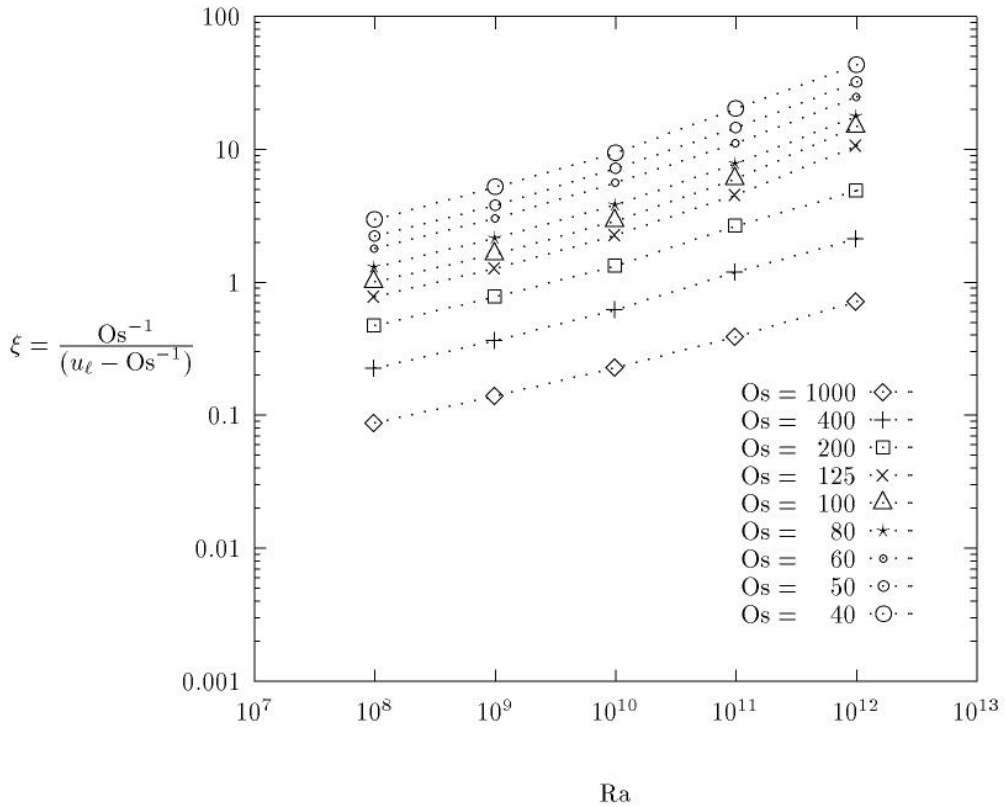
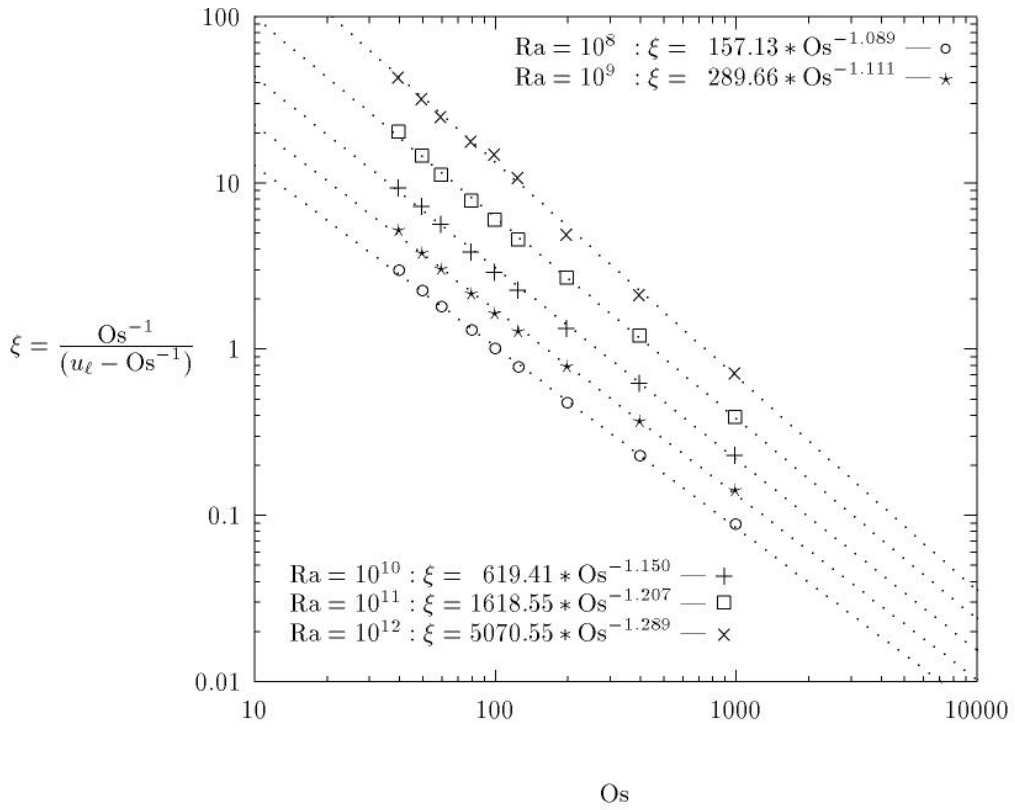


Рис.17, 18: Корреляционные зависимости вида  $\xi = C \cdot Os^n$  и семейство кривых  $\xi(Ra)$  для  $Os = 1000, 400, 200, 125, 100, 80, 60, 50, 40$ .

## Заклучение

В результате численного исследования тепловыделяющей жидкости с учетом затвердевания при различных режимах охлаждения на границах можно заключить следующее:

- построены корреляционные соотношения для чисел Нуссельта на различных границах и величины  $u_{av}/Os^{-1}$  в зависимости от числа Релея при разных значениях числа Остроградского и полностью изотермических условиях;
- исследовано влияние числа  $Vi$  (различных режимов охлаждения) на верхней границе на поведение чисел Нуссельта на разных границах в зависимости от числа Релея и выведены корреляционные соотношения в виде  $Nu = C \cdot Ra^n$  для наиболее характерных для реакторного случая значений  $Vi_{up}$ ;
- получены корреляционные зависимости объема твердой фазы и величины  $Os^{-1}/(u_{\ell} - Os^{-1})$  от числа Остроградского для разных значений числа Релея при полностью изотермических условиях;
- результаты проведенных параметрических численных исследований могут быть использованы для создания базы данных тепловых характеристик в зависимости от безразмерных параметров  $Ra$ ,  $Os$ ,  $Vi$ ;
- полученные корреляционные зависимости могут быть применимы к построению простейших моделей удержания расплава в корпусе реактора.

## Литература

- [1] Аксенова А.Е., Вабищевич П.Н., Чуданов В.В., Параметрическое численное исследование теплообмена тепловыделяющей жидкости с учетом плавления и затвердевания в зависимости от чисел Остроградского и Релея. ИБРАЭ-95-01, Москва, 1995.
- [2] Аксенова А.Е., Вабищевич П.Н., Чуданов В.В., Численное исследование некоторых особенностей поведения тепловыделяющей жидкости с учетом затвердевания. ИБРАЭ-95-04, Москва, 1995.
- [3] Аксенова А.Е., Вабищевич П.Н., Чуданов В.В., Численное исследование некоторых особенностей поведения тепловыделяющей жидкости с учетом затвердевания при различных режимах охлаждения на границах. ИБРАЭ-95-06, Москва, 1995.
- [4] Аксенова А.Е., Вабищевич П.Н., Чуданов В.В., Численное исследование некоторых особенностей поведения тепловыделяющей жидкости с учетом затвердевания при различных режимах охлаждения на границах. Часть II. ИБРАЭ-95-09, Москва, 1995.
- [5] Kelkar K.M., Schmidt R.C. and Patankar S.V., Numerical analysis of laminar natural convection of an internally heated fluid in a hemispherical cavity, *Proceedings, International Heat Transfer Conference*, San Diego, 1991, pp.355-364.
- [6] Kulacki F.A. and Emara A.A., Steady and transient convection in a fluid layer with uniform volumetric energy sources, *J. Fluid Mech.*, 1977, Vol.83, pt.2, pp.375-395.
- [7] Steinbrenner U. and Reineke H.H., Turbulent Bouyancy Convection Heat Transfer with Internal Heat Sources, *Proceedings, 6th Int. Heat Transfer Conf.*, Paper NC-21, Toronto(Canada), 1978, Vol.2, pp.305-310.
- [8] Mayinger F.X., Fritz P., Reineke H.H. and *et. all*, Theoretical and Experimental Research on the Behavior of a Core Melt on Reactor Containment and on the Basement Concrete, Bundesministerium fuer Forschung und Technologie. FT-FB (RS 166-79-05), Bonn FRG, (in German), 1980.
- [9] Вабищевич П.Н., Метод фиктивных областей в задачах математической физики, Москва, Из-во МГУ, 1991.
- [10] Вабищевич П.Н., Макаров М.М., Чуданов В.В. и Чурбанов А.Г., Численное моделирование конвективных течений в переменных “функция тока, вихрь скорости, температура”, ИММ РАН, Препринт No. 28, Москва, 1993.
- [11] Lee J.-H. and Golstein R.J., An experimental study on natural convection heat transfer in an inclined square enclosure containing internal energy sources, *ASME J. Heat Transfer*, 1988, Vol.110, pp.345-349.
- [12] Jahn M. and Reineke H.H., Free convection heat transfer with internal heat sources, calculations and measurements, *Proceedings, 5th Int. Heat Transfer Conf.*, Tokyo(Japan), 1974, pp.74-78.
- [13] May H.-O., A numerical study on natural convection in an inclined square enclosure containing internal heat sources, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1991, Vol.34, pp.919-928.
- [14] Chudanov V.V., Churbanov A.G., Strizhov V.F. and Vabischevich P.N., Current Status and Validation of RASPLAV Code, *Proceedings, 21st Water Reactor Safety Meeting*, Washington(USA), 1993.
- [15] Bolshov L.A., Arutyunyan R.V., Chudanov V.V., Aksanova A.E. and *et. all*, Numerical study of natural convection of a heat-generating fluid in nuclear reactor safety problems, *Proceedings, 4th International Topical Meeting on Nuclear Thermal Hydraulics, Operations and Safety*, Taipei(Taiwan), 1994.
- [16] A.G. Churbanov, P.N. Vabishchevich, V.V. Chudanov, and V.F. Strizhov, A numerical study of natural convection of a heat-generating fluid in rectangular enclosures, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, No. 18, pp. 2969-2984, 1994.

## Номенклатура

$a = \frac{k}{\rho c}$	— коэффициент температуропроводности
$Asp = l/x$	— аспектное отношение
$b$	— ширина стенки корпуса
$Bi = \frac{hl}{k}$	— число Био
$c$	— коэффициент теплоемкости
$e = (0, 1)$	— вектор, определяющий направление выталкивающей силы
$F_{out}$	— доля теплового потока, приходящаяся на границу области
$h$	— коэффициент теплопередачи
$g$	— ускорение свободного падения
$k$	— коэффициент теплопроводности
$l$	— высота полости
$Nu = -(grad u)$	— локальное число Нуссельта
$Nu = \frac{1}{l} \int_l \frac{Nu}{u_{av}} dl$	— среднее число Нуссельта
$Os = \frac{q l^2}{k(u_\ell - u_w)}$	— число Остроградского
$p$	— нормализованное на плотность давление
$Pr = \frac{\nu}{a}$	— число Прандтля
$q$	— мощность однородного теплового источника
$Q = \frac{1}{l} \int_l Nu dl$	— средний тепловой поток
$Ra_u = \frac{\beta g (u_\ell - u_w) l^3}{a \nu}$	— число Релея
$Ra_q = \frac{\beta g q l^5}{a \nu k}$	— модиф. число Релея
$Ste = \frac{\lambda}{c(q l^2)/k}$	— число Стефана
$u$	— отклонение температуры от равновесной
$u_{av} = \frac{1}{V} \int_V u dV$	— средняя температура
$u_\ell$	— температура фазового перехода
$u_w$	— температура стенки
$\mathbf{v} = (v_1, v_2)$	— вектор скорости
$V$	— объем
$x$	— ширина полости

## Греческие символы

$\beta$	— коэффициент объемного расширения
$\delta$	— дельта-функция
$\lambda$	— энтальпия фазового перехода
$\nu$	— кинематическую вязкость
$\rho$	— плотность

## Подиндексы

$dn$	— нижняя поверхность
$L$	— ликвидус
$s$	— солидус
$sd$	— боковая поверхность
$up$	— верхняя поверхность