

УДК 502.3

Арутюнян Р.В., Богданов В.И., Большов Л.А., Демьянов В.В., Каневский М.Ф., Лазарев А.Л., Огарь В.П., Савельева Е.А., Тимонин В.А., Чернов С.Ю., Юшин В.Н. Прогноз электропотребления: анализ временных рядов, геостатистика, искусственные нейронные сети. Препринт ИБРАЭ--99--05. Москва: Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, 1999. 45 с.

#### Аннотация

Работа посвящена обзору ряда методов, использующихся для анализа и прогноза электропотребления и нагрузок в электросети. Для обзора использовались материалы работ, проведенных по заказу крупнейших электропроизводящих компаний мира. Некоторые методы статистики, геостатистики и искусственных нейронных сетей были использованы для реальных Российских данных по нагрузке в электросети. Полученные результаты подтверждают перспективность использования научных методов для улучшения прогноза нагрузки в электросети и электропотребления.

©ИБРАЭ РАН, 1999

R. Arutyunyan, V. Bogdanov, L. Bolshov, V. Demyanov, M. Kanevski, A. Lasarev, V. Ogar, E. Savelieva, V. Timonin, S. Chernov, V. Jushin. Consumption of electricity forecasting: time series analysis, geostatistics, artificial neural networks. (in Russian). Preprint IBRAE--99--05. Moscow: Nuclear Safety Institute, June 1999. 45 p.

#### Abstract

The work is devoted to description of several approaches how to analyse and forecast electrical load and consumption. Materials of works supported by the largest electctproductive world companies were used for analysis. Some approaches based on statistics, geostatistics and artificial neural networks were applied to real Russian data on electrical load. Obtained results confirm a perspectiveness of application of scientific methods to improve electrical load forecasting.

©Nuclear Safety Institute, 1999

# Прогноз электропотребления: анализ временных рядов, геостатистика, искусственные нейронные сети

*Р.В. Арутюнян, В.И. Богданов<sup>1</sup>, Л.А. Большов, В.В. Демьянов,*

*М.Ф. Каневский, А.Л. Лазарев<sup>1</sup>, В.П. Огарь, Е.А. Савельева, В.А. Тимонин, С.Ю. Чернов, В.Н. Юшин<sup>1</sup>*

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ БЕЗОПАСНОГО РАЗВИТИЯ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ  
113191, Москва, ул. Б. Тульская, 52  
тел.: (095) 955-22-31, факс: (095) 958-11-51, эл. почта: esav@ibrae.ac.ru

## Содержание

1. Введение .....	3
2. Обзор методов прогнозирования электропотребления и нагрузок .....	4
2.1 Классические модели для работы с временными рядами (модели ARMA и ARIMA).....	5
2.1.1 ARMA модели .....	9
2.1.2 Оценка параметров модели ARMA .....	11
2.1.3 ARIMA и SARIMA модели .....	12
2.2 Самоорганизующиеся карты Кохонена для классификации данных и краткосрочного прогноза	13
2.2.1 Понятие самоорганизующихся карт Кохонена .....	13
2.2.2 Обучение СОС.....	14
2.2.3 Использование СОС .....	16
2.2.4 Использование СОС Кохонена для краткосрочного прогноза .....	17
2.3 Искусственные нейронные сети для краткосрочного прогноза нагрузки в электросети.....	18
2.3.1 Общие сведения об искусственных нейронных сетях. Многослойный перцептрон.....	18
2.3.2 Обучение ИНС. Обратное распространение ошибки .....	20
2.3.3 Использование многослойного перцептрона для прогноза нагрузки в электросети.....	21
3. Описание реальных данных по нагрузке в электросети для одного из регионов России.....	24
4. Примеры прогноза нагрузки в электросети для реальных Российских данных .....	28
4.1 Традиционные модели ARMA и ARIMA для анализа и прогноза нагрузки электросети .....	28
4.2 Модифицированная модель ARMA .....	34
4.3 Карты Кохонена для классификации типов дней по нагрузке в электросети .....	37
4.4 Многослойный перцептрон для прогноза нагрузок электросети .....	38
4.5 Геостатистика для анализа нагрузок в электросети.....	41
5. Заключение .....	43
Литература.....	43

## 1. Введение

Точное предсказание потребления электроэнергии является необходимой частью управления ресурсами любой энергопроизводящей компании. Чем лучше предсказание соответствует реальному потреблению, тем дешевле производимая компанией электроэнергия. Если предсказание сильно завышено, дополнительные ресурсы будут задействованы впустую. С другой стороны, если оценка сильно занижена, потребуется экстренное повышение нагрузки или использование электроэнергии из другого источника. Обе эти возможности являются достаточно дорогими для производителя электроэнергии.

---

<sup>1</sup> Энергосбыт Мосэнерго

Предсказание потребления электроэнергии является сложной многопараметрической задачей. Потребление электроэнергии зависит от дня недели (рабочий день, праздник, суббота, выходной, послепраздничный), времени года, погоды (температура воздуха, степень облачности, дождь, туман) и времени суток. Кроме того, все эти зависимости не являются прямыми и не всегда заметны.

В настоящее время научные методы для прогнозирования энергопотребления не развиты для регулярного использования, нет общей технологии, дающей всегда точные результаты. Но крупнейшие энергопроизводящие компании уделяют все большее внимание разработке и развитию современных научных методов анализа временных рядов, пригодных для прогноза электропотребления и тратят значительные средства на финансирование такого рода работ.

Данная работа посвящена обзору ряда методов, использующихся для прогноза энергопотребления. К сожалению проведение анализа осложнялось недоступностью большого количества внутренних отчетов энергопроизводящих компаний и ограничилось изучением материалов, опубликованных в научных журналах. Тем не менее были проанализированы работы, проведенные по заказу многих крупнейших энергопроизводящих компаний мира (*ABB Systems Control, Toshiba Corp., Florida Power and Light Co., Philadelphia Electric Co., Trans. Ultra Utilities Calgary, Hokuriku Electric Power Co.*).

В работе также был проведен анализ использования некоторых методов статистики и искусственных нейронных сетей для реальных данных по нагрузке электросети одного Российского региона. Полученные результаты подтверждают возможность улучшения прогноза электропотребления за счет использования научных методов анализа временных рядов.

## 2. Обзор методов прогнозирования электропотребления и нагрузок

Все функции, обеспечивающие экономическую эффективность и контроль безопасности при производстве и распределении электрической энергии, объединяются в Системы Управления Энергией (СУЭ) [1]. Традиционными компонентами СУЭ являются средства анализа потока нагрузки, средства контроля безопасности, средства оптимизации потоков мощности, автоматический контроль производства и текущая оценка состояния. Предсказание нагрузки – важнейшая часть современной СУЭ и оно реализуется в следующих вариантах: очень краткосрочный прогноз (от нескольких секунд до часа вперед), краткосрочный прогноз (от часа до недели вперед), среднесрочный прогноз (от недели до года вперед), долгосрочный прогноз (от года до 20 лет вперед). При этом наибольшее внимание уделяется краткосрочному прогнозу [2-5], как наиболее актуальному для работы энергопроизводящей компании, так как по его результатам осуществляется планирование контрактов по обмену электроэнергией с другими компаниями (покупка или продажа), составление графиков функционирования аппаратуры и изучение соответствующих вопросов безопасности функционирования.

Обычно при краткосрочном прогнозе (на сутки) кроме почасовой (получасовой или четверть часовой в зависимости от правил компании) нагрузки, особое внимание уделяется прогнозу пикового потребления и общей суммарной нагрузке за сутки [6-9].

Важнейшим критерием качества прогноза является его точность. Независимо от других критериев (простота алгоритма, удобство использования и т.п.) выбираться должен метод, дающий наилучшую точность прогноза. Оцениваться точность может только по наблюдаемой ошибке между значением прогноза и реальной нагрузкой. Обычно, как критерий точности используются: средняя квадратичная ошибка, средняя абсолютная ошибка в процентах и максимальная ошибка за рассматриваемый период [10, 11]. Точность прогноза для большинства моделей зависит от времени года, типа дня, прогноза погодных условий и других факторов.

Важным свойством хорошей модели является ее адаптивность [12, 13], то есть способность перенастраивать параметры при изменении физического процесса, например при изменении погодных условий. Особенно большое внимание такого рода проблемам уделяется в штате США Флорида [14, 15], где неожиданное появление холодных и теплых фронтов, существенно усложняет процесс прогноза нагрузки в электросети. Для преодоления этой проблемы кроме обычного прогноза, значения которого рассматриваются, как базовые, делается прогноз флуктуаций для резких изменений температур. При появлении признаков резкого изменения температуры (приближение фронта), используются рассчитанные флуктуации. Возможны и другие подходы к решению такого рода проблем.

Периодичность нагрузки в электросети может искажаться ошибками измерений, днями несоответствующего типа или праздниками. Своевременное выявление и выделение таких данных необходимо для получения несмещенной оценки параметров модели. Возможно также использование

робастных методов [16], которые даже при использовании несоответствующих данных, уменьшают эффект их влияния.

Задаче прогноза предшествует выработка математической модели, которая описывает поведение реальной системы, которой соответствуют имеющиеся данные измерений. Эта модель используется для оценки неизвестных значений. Причем задача прогноза, это продолжение модели на будущее, что в некотором смысле может быть опасно, так как процесс может измениться (например прийти холодный фронт, что приведет к резкому изменению температуры, а соответственно и нагрузки в электросети).

Для прогноза энергопотребления традиционно используются регрессионные модели (обычно линейные, так как их нелинейные расширения теоретически очень сложны) и адаптивные обучаемые нелинейные модели (искусственные нейронные сети). В работе показана возможность адаптации современных методов анализа временных рядов для реальных Российских данных.

При проведении анализа состояния проблемы использовался также аннотационный обзор Галушкина А.И. [18], где сформулированы основные направления развития систем прогноза электропотребления на основе использования нейрокомпьютеров и искусственных нейронных сетей.

## 2.1 Классические модели для работы с временными рядами (модели ARMA и ARIMA).

Классическим подходом к последовательности измерений нагрузки в электросети является ее интерпретация, как дискретного временного ряда, а задача прогноза нагрузки в электросети сводится к прогнозу временного ряда [19].

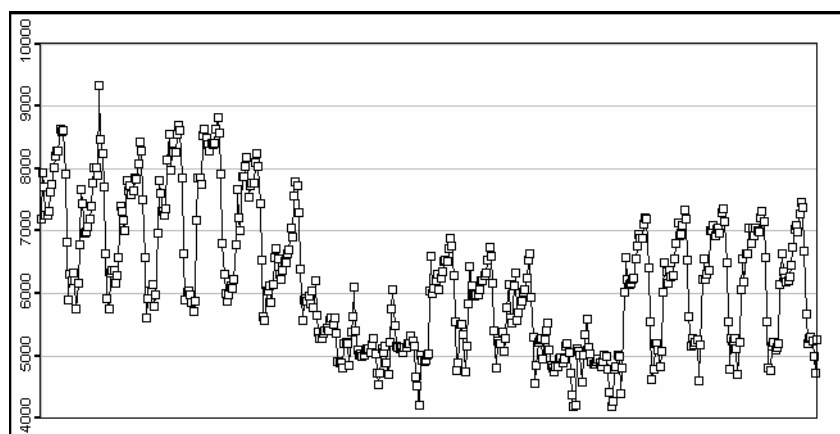


Рис. 1. Пример почасовой нагрузки электросети, как дискретный временной ряд, 20 рабочих дней, апрель

Задачей исследования временных рядов является построение вероятностной модели данных, пригодной для проведения прогноза. Для построения модели предполагается, что имеющиеся наблюдения  $x_t$  являются реализациями случайного процесса  $X_t$ . Полная вероятностная модель временного ряда для последовательности переменных  $\{X_1, X_2, \dots\}$  должна определять совместное распределение случайных векторов  $(X_1, \dots, X_n)$ ,  $n=1, 2, \dots$  или, что полностью эквивалентно, все вероятности

$$P[X_1 \leq x_1, \dots, X_n \leq x_n], \quad -\infty < x_1, \dots, x_n < \infty, \quad n=1, 2, \dots \quad (1)$$

Такое описание крайне редко используется при анализе временных рядов, так как требует оценки по имеющимся данным неимоверно большого количества параметров. Вместо этого обычно ограничиваются только моментами первого и второго порядка совместного распределения, то есть математическим ожиданием значения ( $E(X_t)$ ) и математическими ожиданиями произведения ( $E(X_{t+h}X_t)$ ),  $t=1, 2, \dots, h=1, 2, \dots$ . Для моделирования случайного процесса вводятся понятия функции среднего ( $\mu_X(t)=E(X_t)$ ) и ковариационной функции ( $\gamma_X(r,s)=Cov(X_r, X_s)=E[(X_r-\mu_X(r))(X_s-\mu_X(s))]$ ). Процесс называется (слабо) стационарным, если  $\mu_X(t)$  не зависит от  $t$  и  $\gamma_X(t+h,t)$  не зависит от  $t$  для любого  $h$ . Таким образом для (слабо) стационарного процесса  $\gamma_X$  является функцией от одной переменной ( $\gamma_X(h):=\gamma_X(h,0)=\gamma$

$x(t+h, t)$ ) и называется автоковариационной функцией. Для стационарного процесса вводим также автокорреляционную функцию  $\rho_X(h) \equiv \frac{\gamma_X(h)}{\gamma_X(0)}$ . Кроме того важным является частичная автокорреляционная функция  $\alpha(h) = \Gamma_h^{-1} \gamma(h)$ , где  $\Gamma_h = [\gamma(i-j)]_{i,j=1}^h$ , а  $\gamma(h) = [\gamma(1), \dots, \gamma(h)]'$ .

Для многих статистических моделей можно выписать выражения для автоковариационной и автокорреляционной функций, но в нашем случае мы имеем на начальном этапе не модель, а набор данных  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . По этому набору можно вычислить оценку среднего, ковариационной и корреляционной функций по следующим формулам:

1. Экспериментальное среднее  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t$ .

2. Экспериментальная автоковариационная функция

$$\hat{\gamma}(h) := \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-|h|} (x_{t+|h|} - \bar{x})(x_t - \bar{x}), \quad -n < h < n.$$

3. Экспериментальная автокорреляционная функция  $\hat{\rho}(h) = \frac{\hat{\gamma}(h)}{\hat{\gamma}(0)}$ ,  $-n < h < n$ .

4. Экспериментальная частичная автокорреляционная функция  $\hat{\alpha}(h) = \hat{\Gamma}_h^{-1} \hat{\gamma}(y)$ .

На рисунке 2 представлены экспериментальная автокорреляционная (слева) и частичная автокорреляционная (справа) функции для данных, изображенных на рисунке 1.

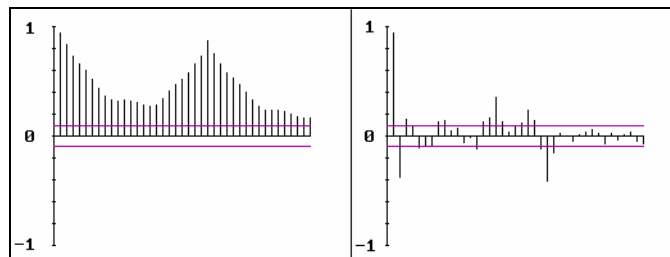


Рис. 2. Автокорреляционная функция (слева) и частичная автокорреляционная функция (справа) для данных по почасовым измерениям нагрузки в электросети

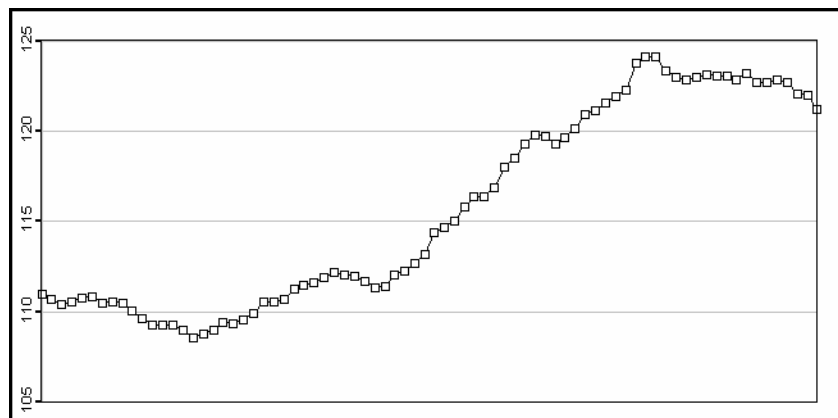


Рис. 3. Данные с заметным квадратичным трендом (рост значений)

Предположение о стационарности процесса является очень удобным для построения вероятностных моделей данных, но к сожалению редко встречается на практике. Часто в данных наблюдается некоторого рода периодичность (обычно ее называют сезонность) (см рис. 1) или направленный рост (убывание) значений (его называют трендом) (см рис. 3-4). Пример данных не имеющих ни тренда, ни сезонности представлен на рисунке 5. Автокорреляционные и частичные автокорреляционные функции для этих данных представлены на рисунках 6-8. На всех рисунках, представляющих автокорреляционные функции, проведены линии, соответствующие  $\pm 1.96/\sqrt{n}$ , внутри которой экспериментальные корреляции считаются пренебрежимыми, соответствующими процессу.

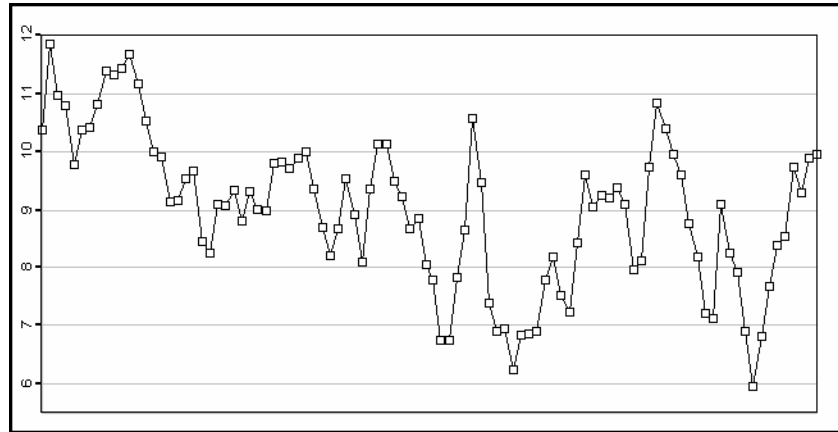


Рис. 4. Данные с заметным линейным трендом (убывание значений)

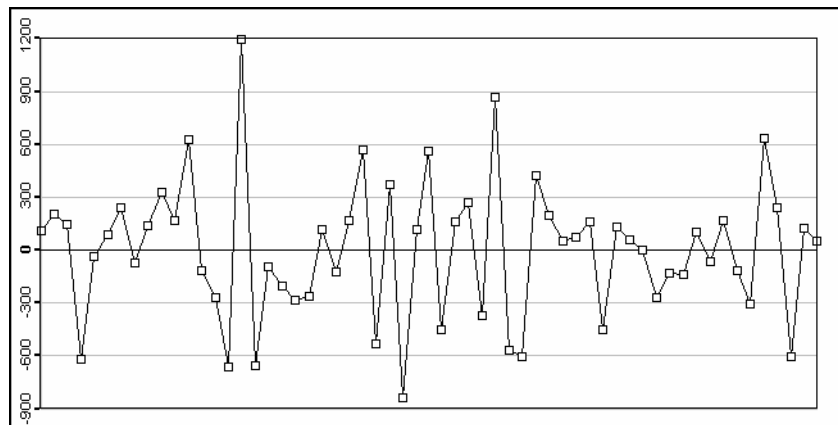


Рис. 5. Данные без тренда и сезонности (стационарные)

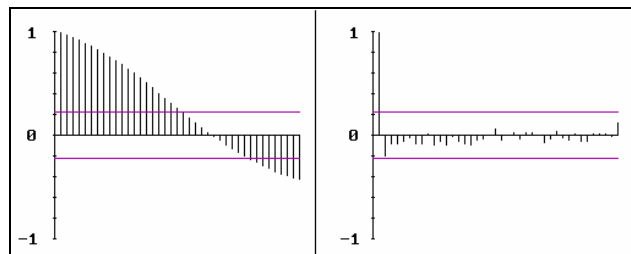


Рис. 6. Автокорреляционная (слева) и частичная автокорреляционная (справа) функции для данных, представленных на рис.3

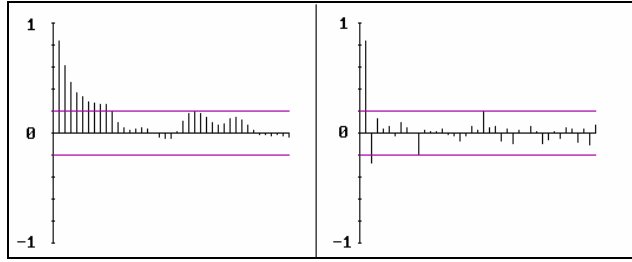


Рис. 7. Автокорреляционная (слева) и частичная автокорреляционная (справа) функции для данных, представленных на рис.4

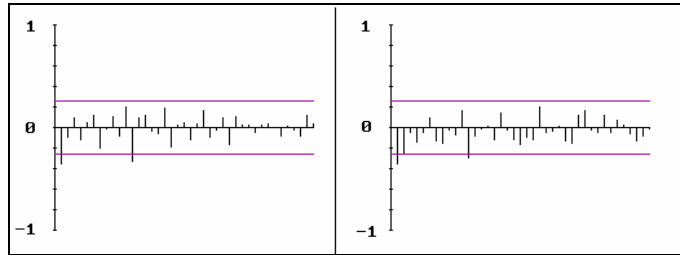


Рис. 8. Автокорреляционная (слева) и частичная автокорреляционная (справа) функции для данных, представленных на рис.5

При работе с нестационарными данными используется классическая декомпозиция процесса:  $X_t = m_t + s_t + Y_t$ , где  $m_t$  — компонента, описывающая тренд,  $s_t$  — сезонная компонента, описываемая периодической функцией с известным периодом  $d$ , а  $Y_t$  — слабо стационарная случайная компонента. Если период сезонной компоненты больше, чем рассматриваемый интервал времени, пользуются предварительным преобразованием данных, чтобы можно было их свести к декомпозиционной модели. Выделение сезонной компоненты проводится в несколько этапов. Сначала используется движущийся усредняющий фильтр ( $\hat{v}_t$ ), чтобы отделить сезонную компоненту от шума. Если период  $d$  четный ( $d=2q$ ), тогда

$$\hat{v}_t = (0.5x_{t-q} + x_{t-q+1} + \dots + x_{t+q-1} + 0.5x_{t+q}) / d, q < t \leq n - q,$$

если же  $d$  нечетный ( $d=2q+1$ ), тогда

$$\hat{v}_t = \sum_{j=-q}^q x_{t-j} / d, q+1 \leq t \leq n - q.$$

Потом для каждого  $k=1, \dots, d$  вычисляется  $\omega_k$ , среднее от разностей  $\{(x_{k+jd} - \hat{v}_{k+jd}), q < k + jd \leq n - q\}$ . Если эти средние не равны нулю, то сезонная компонента вычисляется следующим образом:

$$\hat{s}_k = \omega_k - d^{-1} \sum_{i=1}^d \omega_i, k = 1, \dots, d,$$

$$\hat{s}_k = \hat{s}_{k-d}, k > d.$$

Существуют различные способы выделения тренда, в частности с помощью подбора методом наименьших квадратов параметров полинома  $\hat{m}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ . После успешного выделения тренда и сезонной компоненты, можно начать подбор модели для случайной компоненты.

### 2.1.1 ARMA модели

В качестве модели стационарных временных рядов широко используются авторегрессионные двигающие среднее процессы (autoregressive moving average — ARMA). Это объясняется тем, что для любого положительного целого  $K$  существует ARMA процесс  $\{X_t\}$  такой, что  $\gamma_X(h)=\gamma(h)$  для  $h=0, 1, \dots, K$ . Введем определение:  $\{X_t\}$  является процессом ARMA( $p, q$ ) если  $\{X_t\}$  стационарен и для всех  $t$

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q}, \quad (2)$$

где  $\{Z_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$  — последовательность независимых случайных переменных с нулевым средним и вариацией  $\sigma^2$ , а полиномы  $(\phi(z) = 1 - \phi_1 z - \dots - \phi_p z^p)$  и  $(\theta(z) = 1 + \theta_1 z + \dots + \theta_q z^q)$  не имеют общих решений. Достаточно часто используются чисто авторегрессионные (AR( $p$ )=ARMA( $p, 0$ )) или чисто двигающие среднее (MA( $q$ )=ARMA( $0, q$ )) процессы.

Стационарное решение  $\{X_t\}$  уравнения (2) существует и единственно тогда и только тогда, когда  $\phi(z) \neq 0$  для всех  $|z|=1$ . Процесс ARMA( $p, q$ ) для  $\{X_t\}$  является условным, то есть  $X_t$  может быть выражено через  $Z_s, s \leq t$  если существуют константы  $\{\psi_j\}$  такие, что  $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j| < \infty$  и  $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}$  для всех  $t$ . Доказано, что это условие эквивалентно тому, что полином  $\phi(z) \neq 0$  для всех  $|z| \leq 1$ . Существует и обратное аналогичное условие (его называют обратимость), а именно процесс ARMA( $p, q$ ) для  $\{X_t\}$  является обратимым если существуют константы  $\{\pi_j\}$  такие, что  $\sum_{j=0}^{\infty} |\pi_j| < \infty$  и  $Z_t = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j X_{t-j}$  для всех  $t$ . Обратимость эквивалентна условию, что полином  $\theta(z) \neq 0$  для всех  $|z| \leq 1$ .

На рисунках 9-14 представлены данные и соответствующие им автокорреляционные и частичные автокорреляционные функции для нескольких различных ARMA( $p, q$ ) процессов. Данные были сгенерированы искусственным образом по заданным параметрам ARMA( $p, q$ ) моделей.

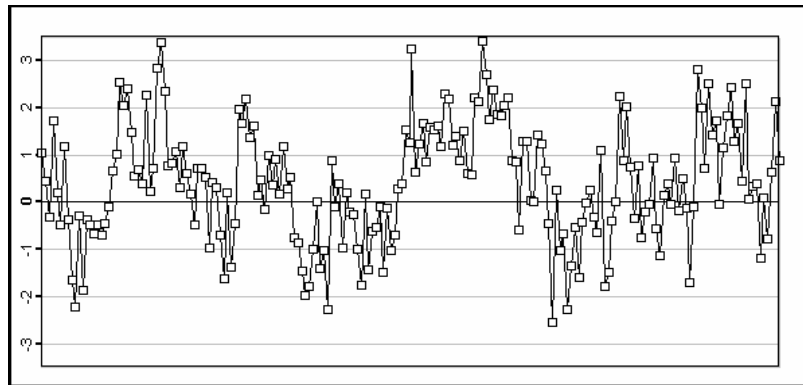


Рис. 9. Данные соответствующие модели AR(2),  $\phi_1=0.5, \phi_2=0.2$

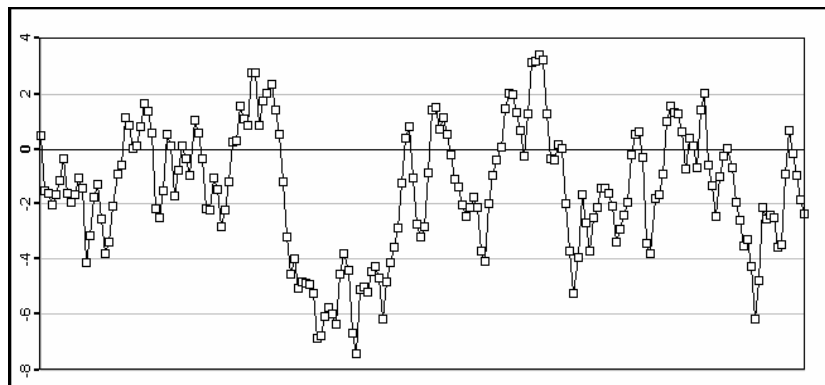


Рис. 10. Данные соответствующие модели ARMA(1,1),  $\phi_1=0.9, \theta_1=0.5$



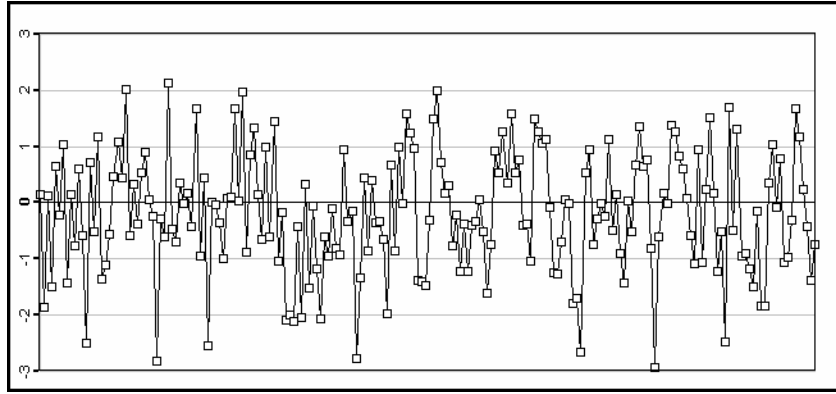


Рис. 11. Данные соответствующие модели  $MA(2)$ ,  $\theta_1=0.3$ ,  $\theta_2=0.5$

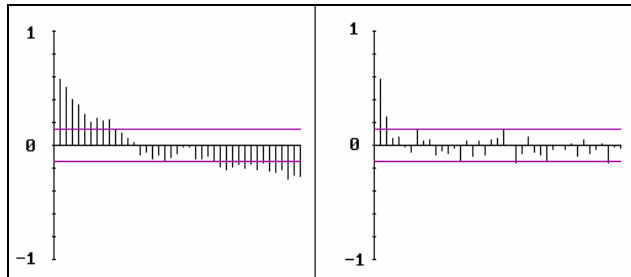


Рис. 12. Автокорреляционная (слева) и частичная автокорреляционная (справа) функции для данных, представленных на рис.9, модель  $AR(2)$

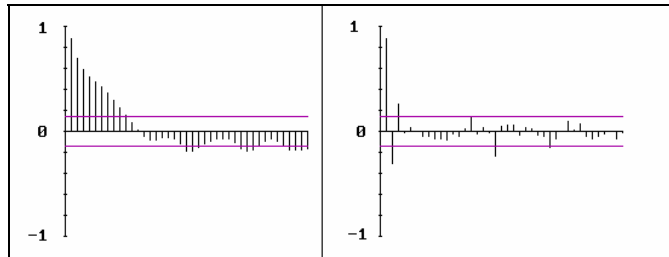


Рис. 13. Автокорреляционная (слева) и частичная автокорреляционная (справа) функции для данных, представленных на рис.10, модель  $ARMA(1,1)$

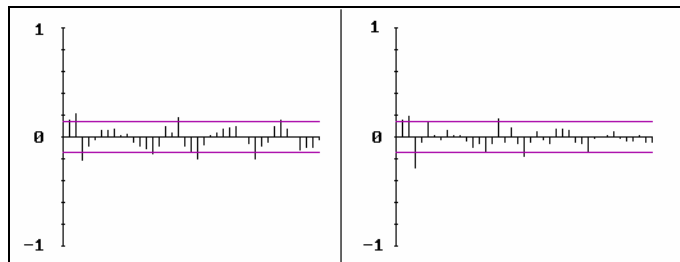


Рис. 14. Автокорреляционная (слева) и частичная автокорреляционная (справа) функции для данных, представленных на рис.11, модель  $MA(2)$

Задача прогноза с использованием вероятностной модели данных может быть сформулирована следующим образом: найти наилучший оценитель  $PX_{n+h}=F(X_n, X_{n-1}, \dots, X_1)$  такой, чтобы минимизировать ошибку оценки, а именно  $E(PX_{n+h}-X_{n+h})^2$ . Наиболее часто для простоты используется линейный оценитель, то есть  $PX_{n+h}=a_0+a_1X_n+\dots+a_nX_1$ . Наилучший линейный оценитель имеет следующий вид:

$$P_n X_{n+h} = \mu + \sum_{i=1}^n a_i (X_{n+1-i} - \mu), \quad (3)$$

где  $\mathbf{a}_n = (a_1, \dots, a_n)'$  является решением системы уравнений  $\Gamma_n \mathbf{a}_n = \gamma_n(h)$ . Здесь  $\Gamma_n = [\gamma(i-j)]_{i,j=1}^n$  автоковариационная матрица. Ошибки для такого оценителя могут быть выписаны следующим образом:

$$\begin{aligned} E(X_{n+h} - P_n X_{n+h}) &= 0, \\ E(X_{n+h} - P_n X_{n+h})^2 &= \gamma(0) - \mathbf{a}'_n \gamma_n(h). \end{aligned} \quad (4)$$

Для ARMA( $p, q$ ) автоковариационная матрица может быть выписана следующим образом:

$$\gamma(h) = \alpha_1 \xi_1^{-h} + \alpha_2 \xi_2^{-h} + \dots + \alpha_p \xi_p^{-h}, \quad h \geq m - p, \quad (5)$$

где  $m = \max(p, q+1)$ ,  $\xi_1, \dots, \xi_p$  являются корнями уравнения  $\phi(z) = 0$ , а  $\alpha_1, \dots, \alpha_p$  константы, выбираемые так, чтобы удовлетворять условию

$$\gamma(k) - \phi_1 \gamma(k-1) - \dots - \phi_p \gamma(k-p) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \theta_{k+j} \psi_j, \quad 0 \leq k < m. \quad (6)$$

Таким образом построение модели ARMA( $p, q$ ) для имеющегося набора данных полностью покрывает и задачу прогноза. Значит по исходным данным требуется определить параметры  $p, q, \phi = (\phi_1, \dots, \phi_p)'$  и  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_q)'$ .

### 2.1.2 Оценка параметров модели ARMA

Оценка параметров модели проводится в 2 этапа: предварительная оценка, основанная на использовании свойств модели и оптимизация параметров с использованием метода максимального правдоподобия.

Сначала рассмотрим предварительную оценку параметров для чисто авторегрессионного процесса, то есть  $q=0, \theta_i=0$  для всех  $i=1, \dots, \infty$ . Найти требуется только параметры  $p$  и  $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_p)'$ . Для этого рекомендуется пользоваться алгоритмом Бурга: оценивать частичные автокорреляционные функции минимизируя сумму квадратов ошибки одношагового прогноза вперед и назад. Для наблюдений  $\{x_1, \dots, x_n\}$  стационарного с нулевым средним временного ряда  $\{X_t\}$  определим  $u_i(t) = x_{n+1+i-t} - P_n x_{n+1+i-t}$  и  $v_i(t) = x_{n+i-t} - P_n x_{n+i-t}$ ,  $t=i+1, \dots, n$ ,  $0 \leq i < n$ . Можно показать, что эти ошибки прогноза могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} u_0(t) &= v_0(t) = x_{n+1-t}, \\ u_i(t) &= u_{i-1}(t-1) - \phi_{ii} v_{i-1}(t), \\ v_i(t) &= v_{i-1}(t-1) - \phi_{ii} u_{i-1}(t). \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\phi_{ii} = \phi_i = \Gamma_i^{-1} \gamma_i$  — это частичные автокорреляционные функции, они же параметры авторегрессионного процесса. Для каждого  $i=1, \dots, p$  минимизация

$$\sigma_i^2 := \frac{1}{2(n-i)} \sum_{t=i+1}^n [u_i^2(t) + v_i^2(t)], \quad (8)$$

относительно  $\phi_{ii}$  дает его оценку по Бургу. Может быть вычислена и ошибка оценки этих параметров.

Для предварительной оценки параметров чисто двигающего среднего процесса ( $p=0, \phi_i=0$  для всех  $i=1, \dots, \infty$ ) используется инновационный алгоритм. Кратко он может быть представлен следующим образом: введем вектор одношаговых прогнозов  $\hat{\mathbf{X}}_n := (X_1, P_1 X_2, \dots, P_{n-1} X_n)' = (X_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_n)'$  и инновации  $U_n = X_n - \hat{X}_n$ . Вектор инноваций может быть записан следующим образом:

$$U_n = A_n X_n$$

где  $A_n$  — несингулярная матрица, обратная к которой  $C_n$  имеет следующий вид:

$$C_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \theta_{11} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \theta_{22} & \theta_{21} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{n-1,n-1} & \theta_{n-1,n-2} & \theta_{n-1,n-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Тогда можно написать, что

$$\hat{X}_n = X_n - U_n = C_n U_n - U_n,$$

$$X_n = C_n (X_n - \hat{X}_n).$$

Из последнего выражения, переписанного не в матричной форме, строится рекурсивный алгоритм для вычисления всех  $\theta_{ij}$ ,  $i, j=1, \dots, p$ . Параллельно вычисляется и ошибка оценки.

Для случая  $p > 0$ ,  $q > 0$  используется свойство условности рассматриваемого процесса, то есть представимости  $X_t$  через  $Z_t$ :

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}$$

где коэффициенты  $\psi_j$  удовлетворяют условию

$$\psi_j = \theta_j + \sum_{i=1}^{\min(j,p)} \phi_i \psi_{j-i}.$$

Используя вместо  $\psi_j$  оценки, полученные для  $\theta_{mj}$  с помощью инновационного алгоритма, получаем систему уравнений относительно искомым параметров  $\phi$  и  $\theta$ . Алгоритм позволяет получить и ошибку оценки.

Оптимизация параметров, полученных на этапе предварительной оценки проводится методом максимального правдоподобия.

Последним вопросом подбора модели остается выбор порядка, то есть параметров  $p$  и  $q$ . Четкого алгоритма выбора не существует, но известно, что все параметры модели должны минимизировать AICC критерий, который записывается следующим образом:

$$AICC = -2 \ln L(\phi_p, \theta_q, S(\phi_p, \theta_q) / n) + \frac{2(p+q+1)n}{n-p-q-2},$$

$$L(\phi, \theta, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)^n r_0 \cdots r_{n-1}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^n \frac{(X_j - \hat{X}_j)^2}{r_{j-1}} \right\},$$

$$S(\phi, \theta) = \sum_{j=1}^n \frac{(X_j - \hat{X}_j)^2}{r_{j-1}}.$$

### 2.1.3 ARIMA и SARIMA модели

Альтернативным подходом к моделированию временных рядов с трендом является использование авторегрессионных интегрированных движущих среднее моделей (autoregressive integrated moving average - ARIMA( $p, d, q$ )). Под ARIMA( $p, d, q$ ) процессом ( $d$  целое и  $> 0$ ) понимается процесс  $X_t$  такой, что процесс  $(1-B)^d X_t$  является ARMA( $p, q$ ) процессом, где  $(1-B)$  одношаговый оператор дифференцирования (разностный оператор), то есть  $\nabla X_t = X_t - X_{t-1} = (1-B)X_t$ . Оператор  $\nabla$  используется для удаления линейного тренда. Если среднее процесса может быть описано как  $m_t = c_0 + c_1 t$ , то после использования оператора  $\nabla$  получается следующее:  $\nabla m_t = m_t - m_{t-1} = c_0 + c_1 t - (c_0 + c_1(t-1)) = c_1$ . Таким же образом, используя  $d$ , можно свести к константе любой полиномиальный тренд степени  $d$ . Удобство дифференционного преобразования

состоит в возможности его последовательного, пошагового использования до достижения необходимого результата.

Модификацию разностного оператора, а именно дифференциального преобразования с шагом  $D$ , удобно использовать для удаления сезонной компоненты. Такое преобразование определяется следующим образом  $\nabla_D X_t = X_t - X_{t-D} = (1 - B^D)X_t$ . Применяя оператор  $\nabla_D$  к процессу  $X_t = m_t + s_t + Y_t$ , где  $s_t$  сезонная компонента с периодом  $D$ , получаем  $\nabla_D X_t = m_t - m_{t-D} + Y_t - Y_{t-D}$ , где  $(m_t - m_{t-D})$  новый тренд, а  $(Y_t - Y_{t-D})$  случайный шум. Модель, использующая разностный оператор для удаления сезонной компоненты, называется сезонная ARIMA или SARIMA.

Пример использования модели ARIMA для прогноза нагрузки электросети в сравнении с другими методами приведен в работах [20, 21]. Модель ARIMA не везде работает хуже, чем существенно более сложная модель – искусственная нейронная сеть (ИНС) (см. Рис. 15). Теория и возможности использования моделей ИНС будут описаны ниже.

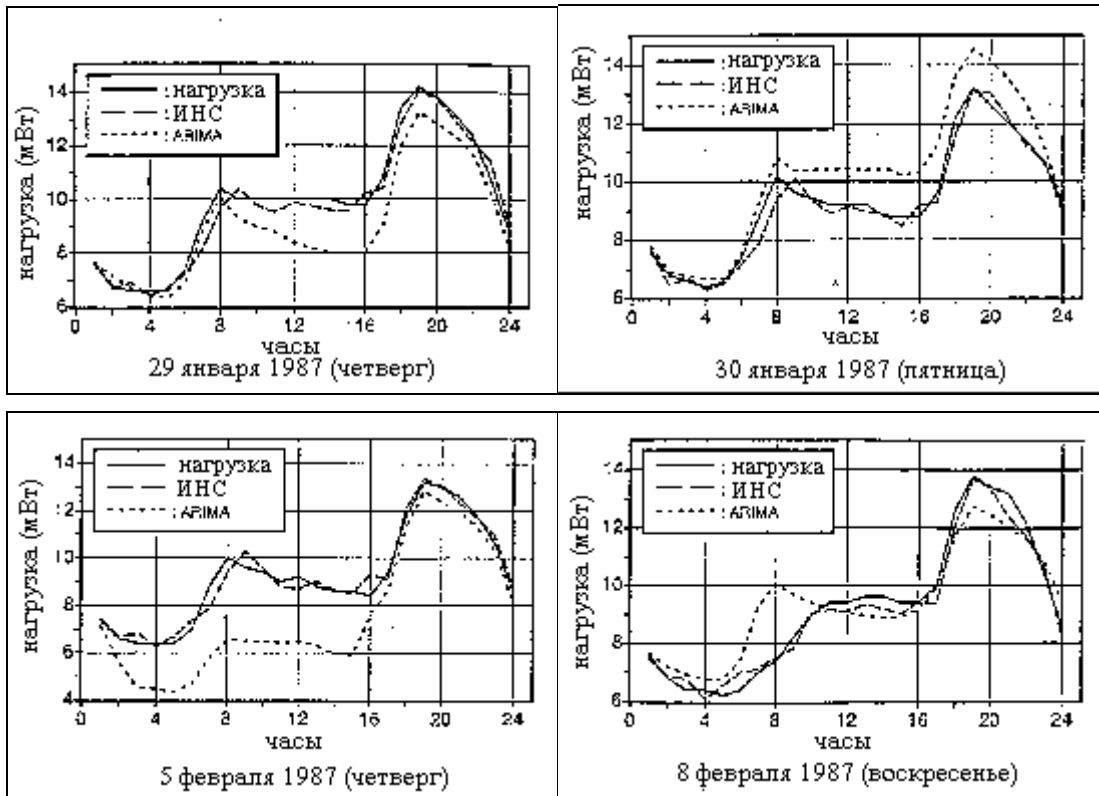


Рис. 15. Пример использования моделей ARIMA для прогноза нагрузки

## 2.2 Самоорганизующиеся карты Кохонена для классификации данных и краткосрочного прогноза

### 2.2.1 Понятие самоорганизующихся карт Кохонена

Готовая к работе самоорганизующаяся сеть (СОС) представляет собой набор узлов (нейронов), каждый из узлов ( $m_i$ ) связан со входом и ему принадлежит вектор весов ( $m_i = [\mu_{i1}, \mu_{i2}, \dots, \mu_{in}]^T \in R_n$ ), где  $n$  размерность входных сигналов ( $x = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n] \in R_n$ ), для работы с которыми построена нейронная сеть [22]. Обычно набор нейронов представляет собой двумерную регулярную сеть (прямоугольную или гексогональную), но нет никаких ограничений, чтобы нельзя было использовать нерегулярный массив. Схема традиционной СОС представлена на левой части рисунка 16.

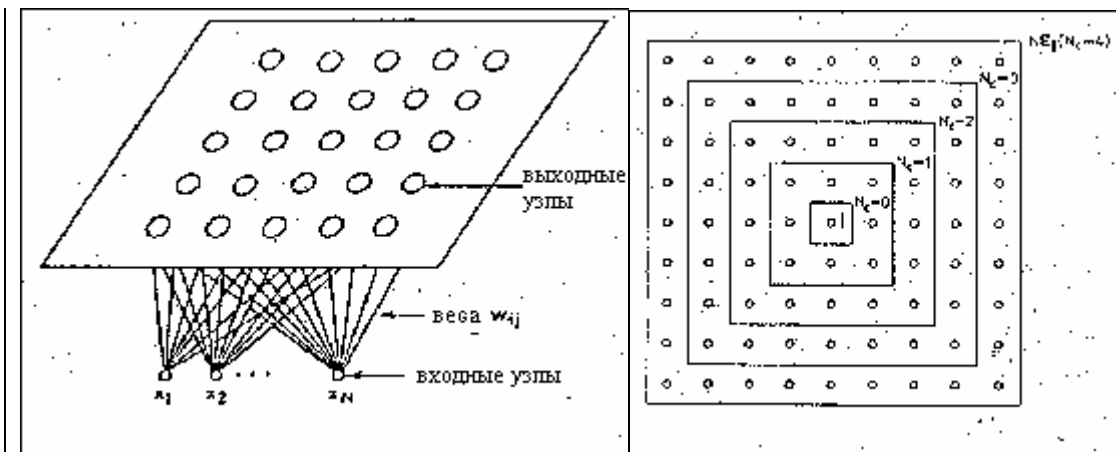


Рис. 16. Схема самоорганизующейся сети (слева) и схема соседства (справа)

Работа готовой самоорганизующейся сети может рассматриваться как картирование многомерного входного сигнала на массив узлов сети. Осуществляется это следующим образом: поданный на вход  $n$ -мерный сигнал сравнивается с весами всех нейронов сети, для того чтобы найти тот узел, который наилучшим образом соответствует входному сигналу. Этот найденный узел и определяет местоположение (принадлежность) входного сигнала. При этом не определяется точное значение ответа сети, а только картируется его местоположение, как будто проведено декодирование. Если предположить, что входной сигнал  $x \in R_n$  — случайный вектор, то можно сказать, что СОС является нелинейной проекцией плотности функции распределения  $p(x)$  многомерного входного вектора для двумерного представления.

Для сравнения входного вектора с весовыми векторами всех нейронов можно использовать различные метрики. В большинстве практических случаев удобнее пользоваться Эвклидовым расстоянием или скалярным произведением векторов. Для каждой возможной метрики правила сравнения и изменения весовых векторов при обучении сети должны быть взаимно вычислимыми по отношению к метрике, соответственно они являются различными, поэтому остановимся на наиболее распространенных.

При использовании Эвклидовой метрики наилучшим образом соответствующим входному сигналу узлом считается тот, для которого Эвклидово расстояние  $\|x - m_i\|$  минимально. Для дальнейшего использования будем обозначать его нижним индексом  $c$ :

$$c = \arg \min_i \{ \|x - m_i\| \}, \quad (10a)$$

что можно также записать, как

$$\|x - m_c\| = \min_i \{ \|x - m_i\| \}. \quad (10b)$$

### 2.2.2 Обучение СОС

Процесс обучения для СОС состоит в формировании весовых векторов узлов на основе набора данных, аналогичных данным, которые предполагается анализировать с помощью сети. Для начала весовым векторам всех узлов задается начальное значение ( $m_i(0)$ ). Обычно это бывают случайные числа. Но если известны значения, хотя бы грубо описывающие функцию плотности вероятности  $p(x)$ , они могут использоваться, как исходные значения весовых векторов, и это сократит процедуру обучения.

После того, как тем или иным способом начальные значения заданы, обучение проводится по следующему правилу:

$$m_i(t+1) = m_i(t) + h_{ci}(t)[x(t) - m_i(t)], \quad (11)$$

где  $t=0,1,2,\dots$  — целые числа, дискретные эквиваленты времени, а точнее номер обучающего входного сигнала или номер итерации,  $h_{ci}(t)$  — сглаживающее ядро, оно является ключевым моментом обучения, оно играет роль функции соседства. Для сходимости необходимо, чтобы  $\lim_{t \rightarrow \infty} h_{ci}(t) = 0$ . Обычно

$h_{ci}(t) = h(\|r_c - r_i\|, t)$ , где  $r_c \in R^2$  и  $r_i \in R^2$  определяют положение соответственно узлов  $c$  и  $i$  в массиве узлов. С ростом расстояния между узлами  $i$  и  $c$   $h_{ci} \rightarrow 0$ .

Чаще всего на практике используют два подхода к описанию  $h_{ci}(t)$ . Первый состоит в выборе окрестности вокруг узла  $c$  (Рис. 18 справа) ( $N_c(t)$ ) такой, что она определяет  $h_{ci}(t)$ :

$$h_{ci}(t) = \begin{cases} \alpha(t) & i \in N_c(t) \\ 0 & i \notin N_c(t) \end{cases}. \quad (12)$$

$\alpha(t)$  определяется, как фактор скорости обучения и должна удовлетворять ( $0 < \alpha(t) < 1$ ). И  $\alpha(t)$ , и  $N_c(t)$  монотонно убывают от времени в процессе обучения (организации) сети.

Вторым способом задания сглаживающего ядра является использование функции Гаусса:

$$h_{ci}(t) = \alpha(t) \cdot \exp\left(-\frac{\|r_c - r_i\|^2}{2\sigma^2(t)}\right), \quad (13)$$

где  $\alpha(t)$  — фактор скорости обучения, а  $\sigma(t)$  определяет ширину ядра и соответствует радиусу, описанной выше области  $N_c(t)$ . Из-за присутствия такого соответствия в дальнейшем можно рассматривать процесс обучения, основываясь на одном из подходов (например, с заданием окрестности), имея в виду, что при желании аналогичные рассуждения можно провести и для другого подхода.

На выбор размера окрестности  $N_c(t)$  следует обратить особое внимание. Если окрестность очень мала, то сеть не будет глобально упорядочена. Вместо этого сеть будет представлять собой набор мелких мозаичных образований, процесс организации между которыми может быть продолжен до бесконечности. Этого легко избежать, если брать начальное значение  $N_c(0)$  достаточно большим, например, равным примерно половине диаметра сети. После того, как грубое упорядочение пройдет (примерно 1000 шагов) радиус  $N_c(t)$  можно уменьшить так, чтобы в модифицируемую окрестность попадали только точки из соседних ячеек и больше уже ее не изменять.

На настоящий момент не понятно, как оптимально задавать значение фактора скорости обучения  $\alpha(t)$  на первом грубом этапе обучения. Сложность обусловлена тем, что размер модифицируемой области меняется на каждом шаге. На практике, так как этот этап достаточно короткий (или может вообще отсутствовать),  $\alpha(t)$  задается близким к 1. На втором этапе, более тонкого упорядочения  $N_c(t)$  не меняется, поэтому можно провести некоторые теоретические рассуждения и показать, что оптимальным является

$$\alpha_i(t+1) = \frac{\alpha_i(t)}{1 + h_{ci}\alpha_i(t)} \quad (14)$$

Это теоретически полученное оптимальное выражение для  $\alpha_i(t)$  не всегда хорошо работает на практике из-за возможного большого различия значений для различных узлов, которое существенно влияет на конструируемую плотность вероятности. Поэтому обычно пользуются гораздо более простым эмпирическим правилом для нахождения значения фактора скорости обучения  $\alpha(t)$ :

$$\alpha(t) = \frac{A}{t+B}. \quad (15)$$

Это правило (15) еще называют средней оптимальной скоростью. Константы  $A$  и  $B$  выбираются по желанию.

Если для сравнения входного вектора с весовыми векторами пользоваться скалярным произведением, то максимально соответствующий вектор находится по аналогии с 10б:

$$x^T(t)m_c(t) = \max_i \{x^T(t)m_i(t)\}. \quad (16)$$

В этом случае выражения для обучения будут иметь следующий вид:

$$m_i(t+1) = \begin{cases} \frac{m_i(t) + \alpha'(t)x(t)}{\|m_i(t) + \alpha'(t)x(t)\|} & i \in N_c(t) \\ m_i(t) & i \notin N_c(t) \end{cases} \quad (17)$$

и  $0 < \alpha'(t) < \infty$ . При таком процессе на каждом шаге автоматически нормализуются весовые вектора, что замедляет вычисления, но с другой стороны при работе с построенной и обученной таким образом сетью, процесс распознавания проходит быстро и просто. Можно даже сказать, что такое обучение и распознавание имеет аналогию с физиологическим процессом.

Хорошей статистической точности можно ожидать, если полный процесс обучения проводился значительное число шагов, скажем 100000. Обычно имеющееся число примеров существенно меньше. Из этого следует, что одни и те же примеры приходится повторять при обучении несколько раз. Существует несколько альтернатив различной математической сложности при составлении последовательности для обучения. Но практика показывает, что использование самой простой, а именно циклической схемы ничем не уступает математически более сложным.

Во многих практических задачах важные исходные данные имеют очень низкую статистическую частоту, чтобы быть представленной в СОС. Такие важные случаи надо выделять отдельно и или использовать для обучения им более высокое значение  $\alpha$  или  $h_{ci}$ , или включать их в последовательность для обучения дополнительное число раз.

Свойство самоорганизации, то есть способность выстраивать упорядоченные структуры весов, соответствующие функции распределения поступающих на вход векторов, математически точно не доказано для общего случая. Для одномерного случая доказательство проведено с использованием свойства сходимости Марковского процесса к поглощающему состоянию. Под поглощающим состоянием понимается состояние упорядоченности, которое больше не пропадает.

Для многомерного случая только качественно показано, что веса полученные по последовательности (11) сходятся к весам  $m_i^*$ , согласующимся с центрированной функцией распределения в соответствующей области влияния  $i$ . Такое равновесное состояние может быть взято за определение упорядоченного состояния.

### 2.2.3 Использование СОС

Существует два основных способа использования СОС Кохонена: классификация объекта и восстановление элементов неполного объекта.

Классификация — это отнесение некоторого объекта к классу схожих с ним по свойствам объектов. В случае сетей Кохонена каждый нейрон является классом, а выбор более всего соответствующего исходному вектору можно рассматривать, как отнесение к соответствующему классу. Количество классов для классификации зависит от условий задачи.

Задача восстановления элементов неполного объекта связана с ассоциативной памятью. Принцип работы автоассоциативной памяти представлен на рисунке 17. Математически автоассоциативную память можно определить следующим образом: пусть имеется  $N$  векторов  $\{u_1, u_2, \dots, u_N\}$  причем  $u_i \in R_n$ , тогда преобразование  $M: R_n \rightarrow R_n$  называется автоассоциативной памятью, если  $M(u_i) = u_i \quad \forall i = \overline{1, N}$  и при этом  $M(u) = u_i \quad \forall u$ , такое что  $|u - u_i| < |u - u_j| \quad \forall j = \overline{1, N}, \quad j \neq i$ .

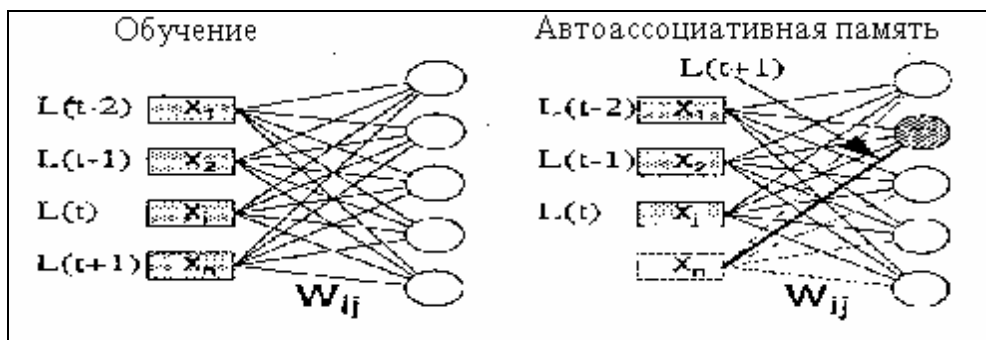


Рис. 17. Принцип работы авто ассоциативной памяти. Слева обучение, справа функционирование

Таким образом из задачи восстановления может быть выделена задача классификации, как первый этап решения.

#### 2.2.4 Использование СОС Кохонена для краткосрочного прогноза

Кроме традиционного рассмотрения карт Кохонена, как средства для классификации [23, 24], в настоящее время предложено использование карт Кохонена для краткосрочного прогноза нагрузки в электросети [25]. В этой работе предложено строить 7 карт Кохонена, каждая для прогноза на определенный день недели. Входным вектором для сети является 96 мерный вектор - измерения нагрузки в электросети каждые полчаса за двое суток (предыдущие и предполагаемые для прогноза). Для обучения использовались данные за последние 3 года. В обученной карте Кохонена явно выделены сезонные изменения.

Для прогноза используется способность сети Кохонена к воспроизведению по ассоциативной памяти. На вход подается вектор, заполненный только наполовину, то есть известными данными за предыдущие сутки. Результат за следующие сутки, выданный по ассоциативной памяти, считается прогнозом и используется, как входные данные для следующей сети, для прогноза на следующие сутки. Таким образом можно проводить прогноз на 1 неделю вперед.

При использовании для обучения до 3 лет, сеть Кохонена статистически будет иметь очень мало значений для нагрузки, поэтому предлагается делать коррекцию тренда.

$$Y_j = Y_j + \delta(X_{j-48} - w_{c,j-48}),$$

где  $j=49, \dots, 96$ ,  $Y_j$  - результат прогноза на соответствующий момент суток,  $X_i$  - компонента входного вектора,  $w_{c,i}$  - компонента, соответствующая компоненте входного вектора, узла победителя,  $\delta$  - коррекционный фактор,  $0 < \delta < 1$  (обычно хорошие результаты получаются при  $\delta=0.75$ ). Для стабильных по погодным условиям периодов такой прогноз дает очень хорошие результаты. Для периодов с сильными колебаниями температуры предлагается использовать дополнительную фазу прогноза, учитывающую температуру. Для этой цели строится и тренируется дополнительная сеть. Ее входом являются данные по температуре и соответствующие им ошибки прогноза. Выходом являются, полученные по ассоциативной памяти ошибки, которые добавляются к полученным на первом этапе оценкам прогноза. Этот метод был использован для реальных данных нагрузки и погодных условий для прогноза на рабочие дни и показал хорошие результаты. Усредненные ошибки метода представлены на рисунке 18, где MAD – среднее абсолютное отклонение, а RMS – корень из средне квадратичной ошибки. Более подробно с результатами использования данного метода можно ознакомиться в оригинальной статье [25], где приведены рисунки результатов прогноза после первого и после обоих этапов, а также ошибки прогноза.

Лето	MAD(%)	RMS(%)
Этап 1	1.55	2.18
Этапы 1+2	1.53	2.15

Зима	MAD(%)	RMS(%)
Этап 1	2.21	3.30
Этапы 1+2	1.66	2.14

Рис. 18. Ошибки прогноза, полученного с помощью СОС для лета (сверху) и для зимы (снизу)



## 2.3 Искусственные нейронные сети для краткосрочного прогноза нагрузки в электросети

### 2.3.1 Общие сведения об искусственных нейронных сетях. Многослойный перцептрон

Искусственные нейронные сети (ИНС) представляют собой структуру для параллельной, распределенной обработки информации. ИНС состоят из обрабатывающих элементов – нейронов, которые могут обладать локальной памятью и выполнять локальные операции по обработке информации. Нейроны связаны между собой синаптическими связями для передачи информации. Схема нейрона приведена на рисунке 19. ИНС обладают следующими свойствами [26]:

- Состояние переменной  $n_i$  ассоциируется с каждым нейроном  $i$ .
- Действительный вес  $W_{ij}$  ассоциируется с каждой связью ( $ij$ ) между двумя нейронами  $i$  и  $j$ .
- Действительное смещение (порог)  $W_{i,bias}$  ассоциируется с каждым нейроном  $i$ .
- Активационная функция (функция передачи)  $f_i$  определяется для каждого нейрона. Эта функция определяет состояние нейрона в зависимости от порога, весов входящих связей и состояния нейронов, связанных этими связями (вход).

Связи между нейронами определяют топологию ИНС. Все знания ИНС базируются на весах синаптических связей между нейронами.

Важным свойством ИНС является адаптируемость или способность менять свое поведение и знания в зависимости от внешней среды. После предъявления входных сигналов (возможно вместе с желаемым выходом) нейросети самонастраиваются (обучаются) для обеспечения требуемой реакции.

Обучающие алгоритмы ИНС многослойный перцептрон базируются на обучении с учителем [27]: Это метод обучения, который основан на минимизации определенной целевой функции. Для обучения необходимы входные данные вместе с желаемым выходами  $T(input, output)$  в виде обучающего множества. Входы  $T(input_i)$  поочередно предъявляются сети. Для каждого предъявления сравниваются вычисленное и желаемое значения. После предъявления сети обучающего множества, синаптические веса между нейронами модернизируются таким образом, чтобы уменьшить ошибку между оценками ИНС и требуемыми выходами.

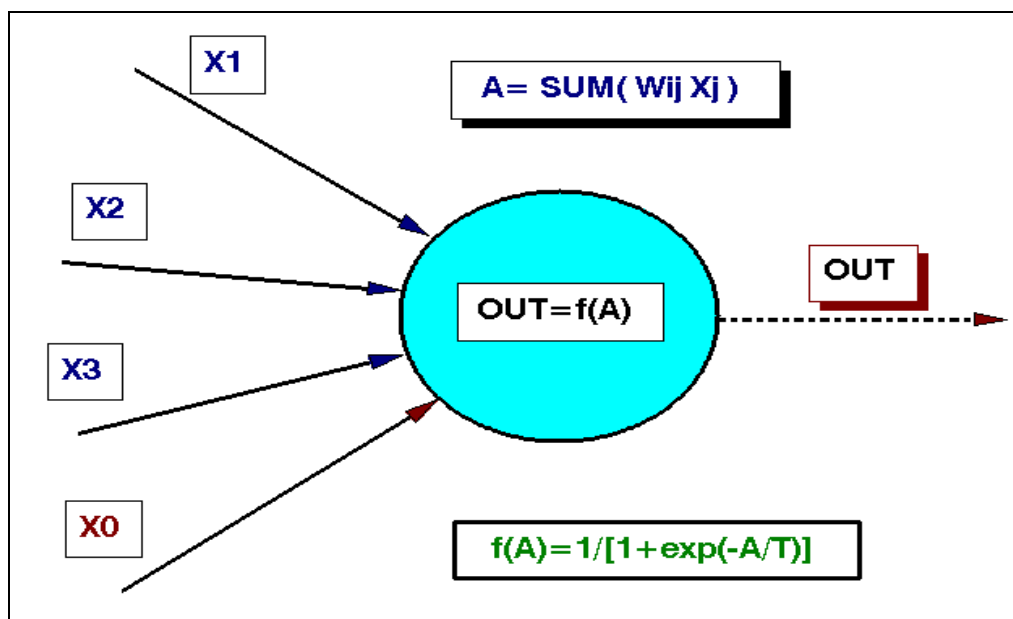


Рис. 19. Модель искусственного нейрона

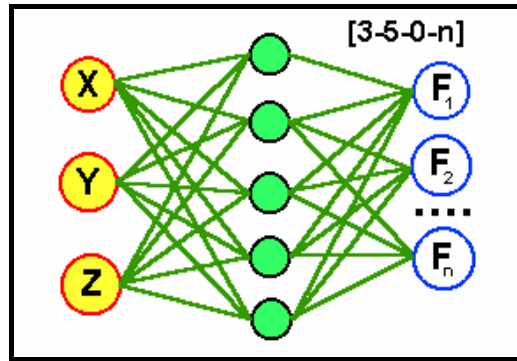


Рис. 20. Архитектура ИНС прямого распространения

Стандартная структура сети типа многослойный перцептрон выглядит следующим образом: на входе имеется несколько нейронов, на которые подаются входные параметры; на выходных нейронах значения оцениваемых функций. Между входным и выходным слоями расположены скрытые слои. Скрытые слои имеют принципиальное значение и строят внутреннее представление сети об изучаемом явлении/процессе. Их может быть несколько, обычно один или два. Применение большого числа скрытых слоев не вносит существенного улучшения в работу нейросети, поскольку с их основной задачей – моделированием нелинейных эффектов – вполне справляются один или два слоя. Введем обозначение ИНС с такой структурой: [IN-HID1-HID2-OUT] ([вход-скрыт.слой1-скрыт.слой2-выход]), где вместо параметров ставятся число входных нейронов, число нейронов в первом и втором скрытых слоях и на выходе. Например, ИНС [3-5-0-n] имеет 3 нейрона на входе, 5 – в одном скрытом слое и  $n$  – на выходе (см. Рис. 20).

При прямом потоке информации от входа к выходу каждый нейрон  $i$  скрытого слоя выполняет несколько операций [28]:

- взвешивает входные данные и суммирует их
- $$SUM_i = (W_{xj}x + W_{yj}y + W_{zj}z + W_{j,bias})$$
- с помощью активационной функции  $f$  делает нелинейное преобразование
- $$OUT_i = f(SUM_i)$$

- полученный выход нейрона скрытого слоя ( $OUT_i$ ) подается на следующие слои.

Для трехслойной сети с одним скрытым слоем, состоящим из  $N$  скрытых нейронов, результат вычисления на выходном нейроне с нелинейной связью определяется следующим уравнением [29]:

$$U^{(j)}(x, y, z) = f \left\{ \sum_{i=1}^N [W_{j,out} f(W_{xi}x + W_{yi}y + W_{zi}z + W_{i,bias})] + W_{out,bias} \right\} \quad (19)$$

где  $U^{(j)}(x, y, z)$  – значение, предлагаемое сетью, как результат;  $W_{i,out}$  – синаптические веса между  $j$ -ым скрытым нейроном и выходным нейроном;  $W_{xj}$ ,  $W_{yj}$  и  $W_{zj}$  – синаптические веса между входами  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и скрытым нейроном  $j$ ;  $W_{j,bias}$  – смещение.

При использовании линейной связи на выходном нейроне уравнение (19) записывается:

$$U^{(j)}(x, y, z) = \left\{ \sum_{i=1}^N [W_{j,out} f(W_{xi}x + W_{yi}y + W_{zi}z + W_{i,bias})] + W_{out,bias} \right\} \quad (20)$$

В качестве активационной функции наиболее часто используется логистическая функция  $f(x)$  имеющую производную  $f'(x)$  при любом  $x$ .

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)} \quad (21)$$

$$f'(x) = f(x)(1-f(x))$$

### 2.3.2 Обучение ИНС. Обратное распространение ошибки

Для обучения ИНС используется алгоритм обратного распространения ошибки. Алгоритм обратного распространения ошибки (между оценкой и исходным значением) принадлежит к классу алгоритмов обучения с учителем. В простейшем случае это градиентный итерационный алгоритм, целью которого является уменьшение ошибки  $E(W)$  между выходом ИНС и требуемым значением (выбранным для обучения).

Обучение проводится на наборе данных для обучения, которые выделены из исходных данных случайным образом. Другая часть исходных данных (оставшиеся 10-20%) исключается из рассмотрения и используется в дальнейшем для валидации уже обученной сети.

Алгоритм обратного распространения проводится по следующей схеме: [27]:

1. Начальная инициализация синаптических весов. Обычно рекомендуется устанавливать веса в виде небольших случайных чисел в интервале  $[-0.5; 0.5]$ , что ускоряет обучение и делает его более интеллектуальным.
2. Предъявление на вход и выход сети исходной информации для обучения в виде вектора  $(input_l, output_l) = T_l$ .
3. Вычисление выхода сети по уравнению (19).
4. Расчет ошибки и модернизация весов. Рекурсивный алгоритм начинается на выходном нейроне (с известным требуемым значением) и распространяется назад к первым скрытым нейронам. Модификация весов производится согласно формуле:

$$W_{ij}^m(n+1) = W_{ij}^m(n) + \eta \delta_i^m Z_j^{m-1} \quad (22)$$

где  $n$  – номер шага итерации,  $\eta$  – скорость обучения ( $0 < \eta < 1$ ),  $Z_j^{m-1}$  – выход  $j$ -го нейрона в слое  $(m-1)$ , ошибка  $\delta_i^m$  для выходного слоя определяется уравнением:

$$\delta_i^{out} = Z_i^{out} (1 - Z_i^{out}) (T - Z_i^{out}) \quad (23)$$

а ошибка  $\delta_i^m$  для скрытых слоев определяется уравнением:

$$\delta_i^{h-1} = Z_i^h (1 - Z_i^h) \sum_j W_{ij}^h \delta_j^h \quad (24)$$

В качестве меры ошибки используется среднеквадратичная ошибка. Она легко вычисляется, часто эффективно используется на практике, ее частные производные вычисляются явно.

Если сеть имеет  $n$  нейронов, то ошибка для  $l$ -ого предъявления определяется как

$$E_l(W) = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} (T_{lj} - Z_{lj}^{out}(W))^2 \quad (25)$$

Если в обучающем множестве  $m$  предъявлений, то поверхность ошибки имеет вид:

$$E(W) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} E_i(W) \quad (26)$$

5. Модификация весов повторяется до достижения минимума ошибки или заданного для нее порогового значения.

Мера ошибки имеет очень сложную поверхность со многими локальными минимумами. Это сильно усложняет поиск глобального минимума, который определяет оптимальное решение. С ростом числа скрытых слоев и нейронов время обучения увеличивается. Для преодоления этих и других проблем было предложено огромное количество модификаций классического алгоритма обратного распространения.

Одним из таких методов является имитация отжига. Отжиг это процесс, используемый в металлургии, в процессе которого материал нагревается, а затем медленно доводится до низкой температуры. На этом пути кристаллическая структура может достичь глобального минимума. Отжиг помогает избежать локального минимума энергии решетки поскольку динамика частиц содержит компоненту, зависящую от температуры.

Имитация отжига (моделирование отжигом) принадлежит к классу стохастических моделей и имитирует природный процесс [30-32]. Имитация отжига используется при обучении ИНС для нахождения наименьшей ошибки и соответствующего ей набора весов. Сперва используется относительно высокое стандартное отклонение для генерации случайных чисел – температуры. После проведения многих испытаний набор весов, дающий наименьшую ошибку, берется за центр, вокруг которого образуются возмущения для следующей температуры. Затем температура понижается по формуле [29]:

$$T(t+1) = T(t) \exp[\ln(T_{stop}/T_{start})/(n-1)] \quad (27)$$

где  $T_{stop}$  и  $T_{start}$  – температуры начала и остановки соответственно, а  $n$  – количество температур.

Затем проводятся новые испытания. Критерий принятия улучшений является стохастическим – температура контролирует не только случайную вариацию, но и вероятность принятия улучшенной точки. Вероятностный критерий принятия  $j$  от  $i$  решений задачи оптимизации с функциями стоимости  $f(i)$  и  $f(j)$  дается следующей формулой:

$$P_c \{accept\} = \begin{cases} 1 & \text{если } f(j) \leq f(i) \\ \exp\left(\frac{f(i) - f(j)}{c}\right) & \text{если } f(j) > f(i) \end{cases} \quad (28)$$

где  $c$  – положительный контрольный параметр.

### 2.3.3 Использование многослойного перцептрона для прогноза нагрузки в электросети

За последнее время опубликовано большое количество работ по исследованию возможности использования искусственных нейронных сетей (ИНС) для прогноза нагрузки в электросети [5, 8-10, 14-16, 20-21, 23-25, 33-42]. Многие крупные энергопроизводящие компании проявляют интерес к такого рода разработкам и финансируют такие проекты [9, 14, 20, 36, 40]. Основная привлекательность применения искусственных нейронных сетей для прогноза нагрузки в электросети состоит в возможности использования большого количества входных параметров модели, которые влияют на результат прогноза. Выбор входных параметров является первой частью задачи построения модели ИНС. Стандартные входные параметры, которые используются для прогноза нагрузки в электросети, то есть которые влияют на прогнозируемые значения нагрузки, это - нагрузки за предшествующее время, погодные условия, время суток и тип дня. Наиболее стандартная схема модели многослойный перцептрон для прогноза нагрузки в электросети представлена на рисунке 21 [9, 21, 38].

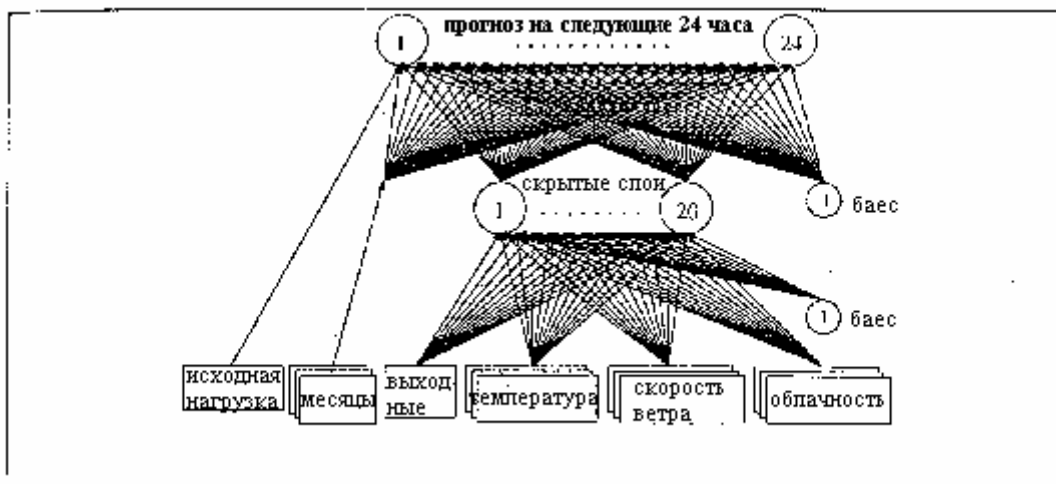


Рис. 21. Традиционная схема ИНС многослойный перцептрон для прогноза электропотребления

Под типом дня чаще всего понимается выходной, праздничный или рабочий день, так как поведение нагрузки в рабочие и нерабочие дни существенно различается (см рисунки в пункте 3). Но в некоторых случаях делается разделение и на дни недели. Прогноз для выходных и праздничных дней сложнее, так

как слабее связан с предыдущими днями. Для таких дней обычно строят специальные сети, которые обучаются на данных за несколько предшествующих лет [20, 33].

Учет времени суток возможен различными способами: построение модели для определенного времени, то есть фиктивное задание времени [16], или построение модели для прогноза на целые сутки вперед, где время суток может задаваться реальным значением или местом в последовательности значений [9, 20]. Примером последнего может служить задание почасовых измерений нагрузки за сутки (0.00, 1.00, ..., 23.00).

Стандартно нагрузка в электросети зависит от температуры, которую можно рассматривать, как обязательный параметр. Задаваться температура может по-разному: средняя, максимальная и минимальная температура за сутки; регулярные измерения температуры (каждый час, каждые пол часа и т.п.) в течение суток [33]; изменения температуры за различные временные интервалы [15]; разница между максимальной и минимальной температурой за сутки [14]. Возможны и другие способы описания температуры, подобранные для конкретной архитектуры нейронной сети [43].

Кроме температуры существуют и другие погодные факторы (влажность, облачность и др.), влияющие на нагрузку в электросети. Влияние этих погодных факторов зависит от времени года. Летом они влияют сильнее, поэтому включаются как входные параметры в нейронные сети для прогноза нагрузки в летнее время [43, 44].

Выбор архитектуры нейронной сети (многослойного перцептрона) зависит от количества входных параметров и размера набора данных для обучения, но эта зависимость не изучена. Обычно выбор количества слоев и нейронов в каждом слое осуществляется эмпирически. В большинстве работ используются нейронные сети из входного слоя и 2 скрытых слоев, в каждом скрытом слое от 10 до 20 нейронов [43]. Для каждого конкретного данных (различные страны, городская или сельская местность) разумно подбирать свою структуру, зависящую от корреляции переменных. Зато построенная и обученная модель не нуждается в частой переработке.

ИНС используются для построения прогноза на различный срок. На рисунках 22-24 приведены примеры результатов прогноза ИНС на характерные для различных времен года недели [33].

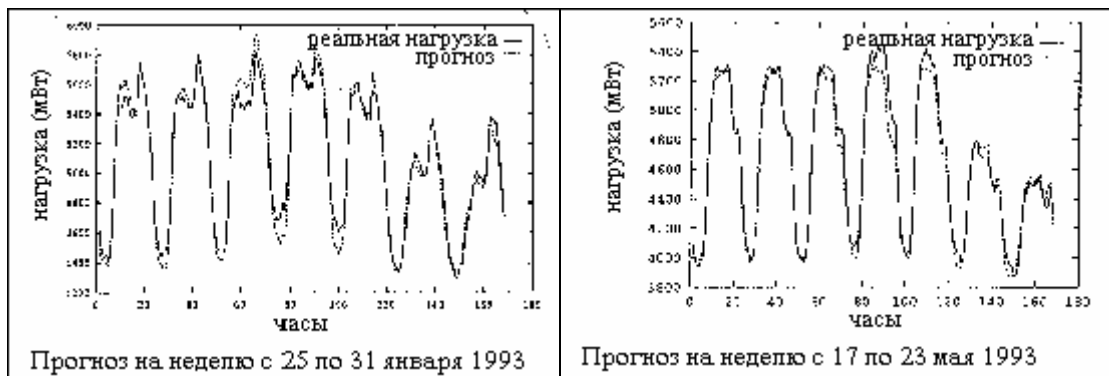


Рис. 22. Результат прогноза с использованием ИНС на неделю января (слева) и мая (справа)

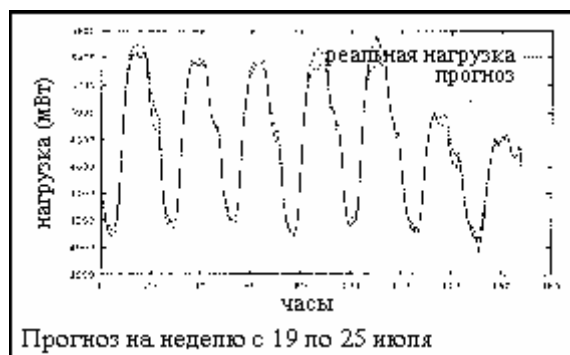


Рис. 23. Результат прогноза с использованием ИНС на неделю июля 1993 года

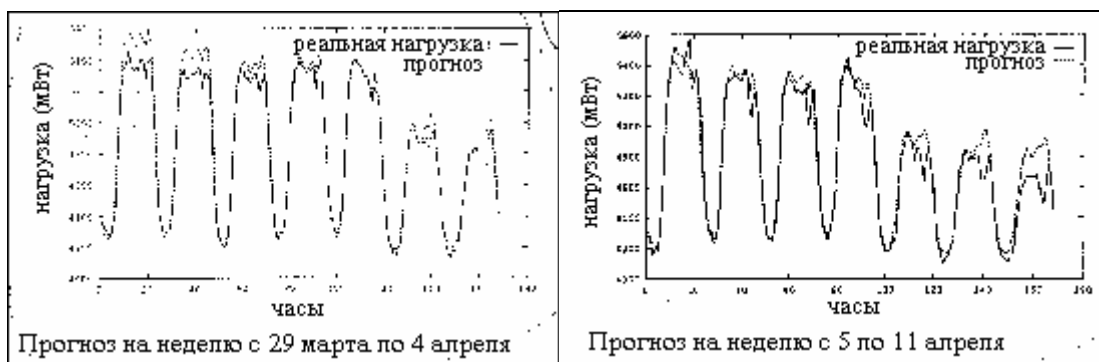


Рис. 24. Результат прогноза с использованием ИНС на 2 недели 1993 года

Видно, что данная ИНС работает примерно одинаково для различных времен года и для всех типов дней недели. Абсолютной точности она не гарантирует, но расхождения небольшие. Для обучения этой ИНС использовались исторические данные за несколько лет, что позволяет применять ее для выходных дней и для всех времен года.

Другим примером использования ИНС является прогноз сделанный на один день с помощью отдельных моделей ИНС для каждого часа (Рис. 25). Для обучения ИНС использовались исторические данные за 2 месяца [37].

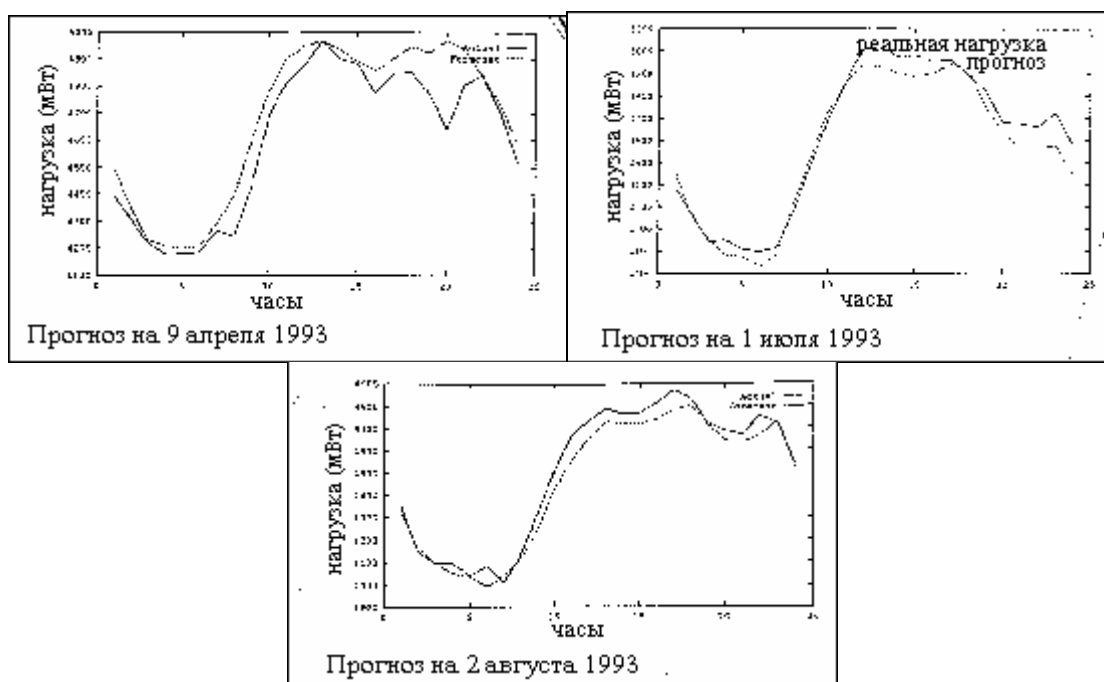


Рис. 25. Результаты прогноза электропотребления с использованием ИНС для одного дня 9 апреля (сверху слева), 1 июля (сверху справа) и 2 августа (снизу)

По представленным результатам видно, что ИНС существенно хуже работает в погодно менее устойчивый период (апрель). Это объясняется малым количеством исторических данных, использованных для обучения ИНС.

Одним из важнейших аспектов использования ИНС является ее правильное обучение. Для обучения и тестирования ИНС имеющиеся исходные (исторические) данные разбиваются на 3 части: тренировочный, тестовый и валидационный наборы. Тренировочный набор – это набор на котором ведется обучение сети, то есть вычисление оптимальных весовых параметров нейронов и связей для получения известного выходного значения по входным параметрам. Тестовый набор используется для определения времени окончания обучения. Когда оптимизируемый функционал, определяющий ошибку сети, начинает расти на тестовом наборе, обучение разумно остановить, чтобы не получить переобученную сеть. Такое прерывание обучения называется ранней остановкой обучения, так как при этом часто еще не

достигается заданное ограничение на ошибку [20, 26]. Валидационный набор используется для анализа ошибок прогноза, обученной сети. В работе 20 проведен анализ методов, позволяющих предотвратить переобучение сети и тем самым снизить ошибку на валидационном наборе. Один из них – обучение ИНС с ранней остановкой. Другой использует теорию регуляризации как метода контроля за гладкостью функции. Для этого в выражении для модификации весов (22) добавляется еще один член, то есть

$$W_{ij}^m(n+1) = W_{ij}^m(n) - \lambda \eta W_{ij}^m(n) + \eta \delta_i^m Z_j^{m-1} \quad (29)$$

где  $\lambda$  - регуляризационный параметр. Этот параметр оптимизируется с помощью кросс-валидации, то есть сравнения результатов, полученных с различными значениями параметра. Такой метод обучения ИНС называют обучением с деградирующим весовым фактором [26].

Кроме прогноза регулярной нагрузки в электросети, важной задачей является предсказание пиковой нагрузки, то есть максимального значения нагрузки на сутки [6-9]. Для этой задачи также используются ИНС многослойный перцептрон. Пример результатов прогноза пиковой нагрузки на май месяц представлен на рисунке 26 [9]. На рисунке 27 представлены ошибки прогноза пиковой нагрузки. Для сравнения с ИНС добавлены ошибки прогноза пиковых нагрузок, полученных методом линейной регрессии (то есть МА). Методом линейной регрессии получен хороший прогноз: ошибки не превышают 20%, но ошибки ИНС не превышают 10%, что существенно лучше.

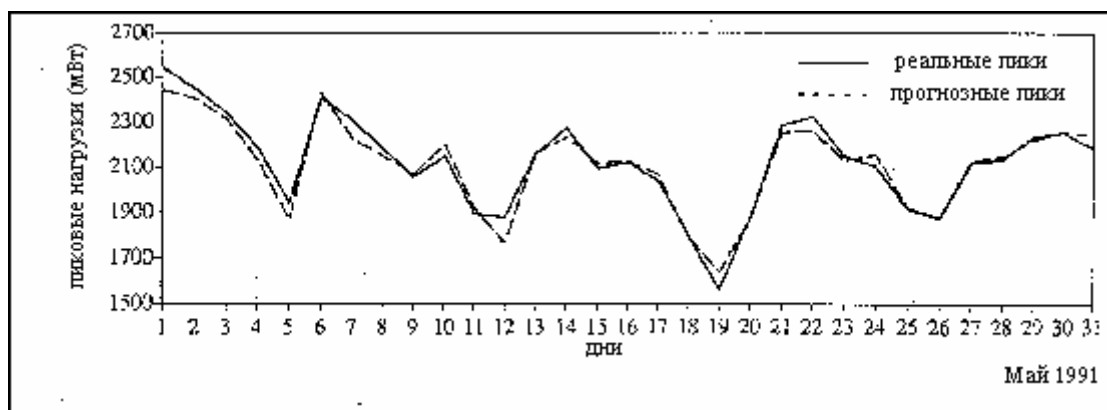


Рис. 26. Прогноз пиковой нагрузки с использованием ИНС

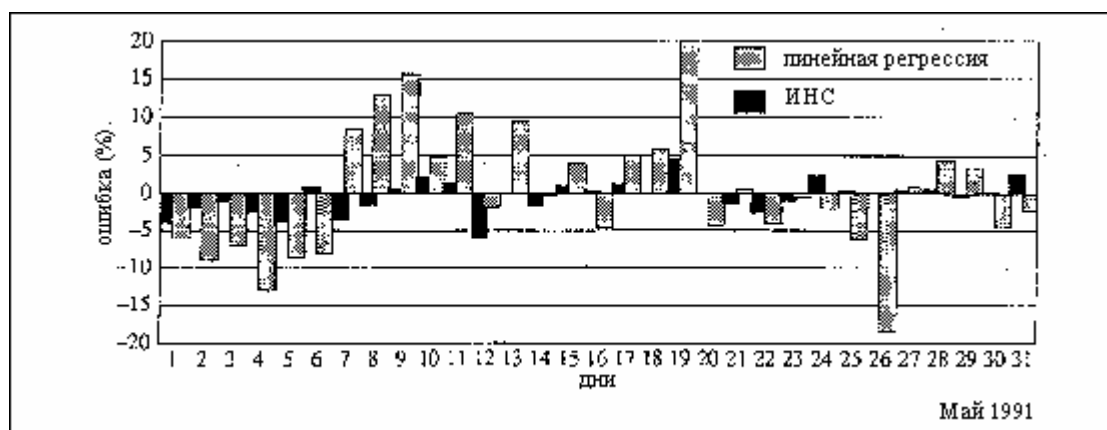


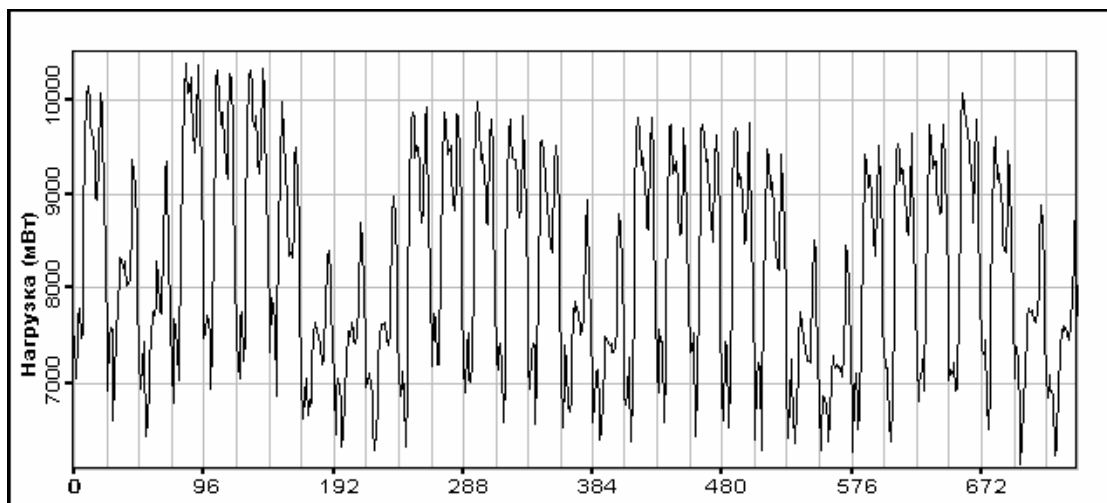
Рис. 27. Ошибки прогноза пиковой нагрузки

### 3. Описание реальных данных по нагрузке в электросети для одного из регионов России

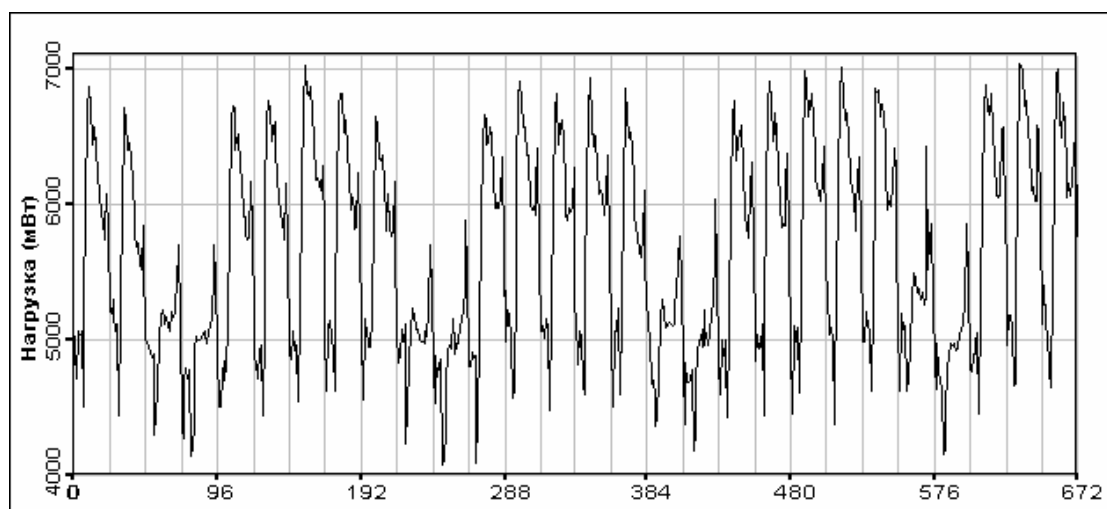
Для проведения анализа использовались реальные данные по производству и потреблению электроэнергии в одном из регионов России за год (12 месяцев с января по декабрь). Данные

представляют собой последовательность почасовых измерений нагрузки в электросети, температуры, прогнозного значения, сделанного специалистом и набора данных по перепроизводству или недопроизводству электроэнергии различными станциями, снабжающими регион электроэнергией. Примеры данных по нагрузке электросети для различных времен года приведены на рисунках 28-31. На рисунке 32 представлены изменения нагрузки в электросети в зависимости от времени года. В данном случае представлена не почасовая нагрузка, а просуммированная за сутки.

По сырым данным мы видим суточное (см рис. 28-31), недельное (см рис. 28-32) и сезонное (см рис. 32) колебания нагрузки. Это означает, что для тщательного тестирования и верификации методов прогноза с целью выработки методологии проведения более точного прогноза требуются исторические данные за несколько лет. Но проверка принципиальной возможности использования некоторых методов может быть проведена и для имеющегося объема данных.



*Рис. 28. Нагрузка электросети в марте*



*Рис. 29. Нагрузка электросети в августе*



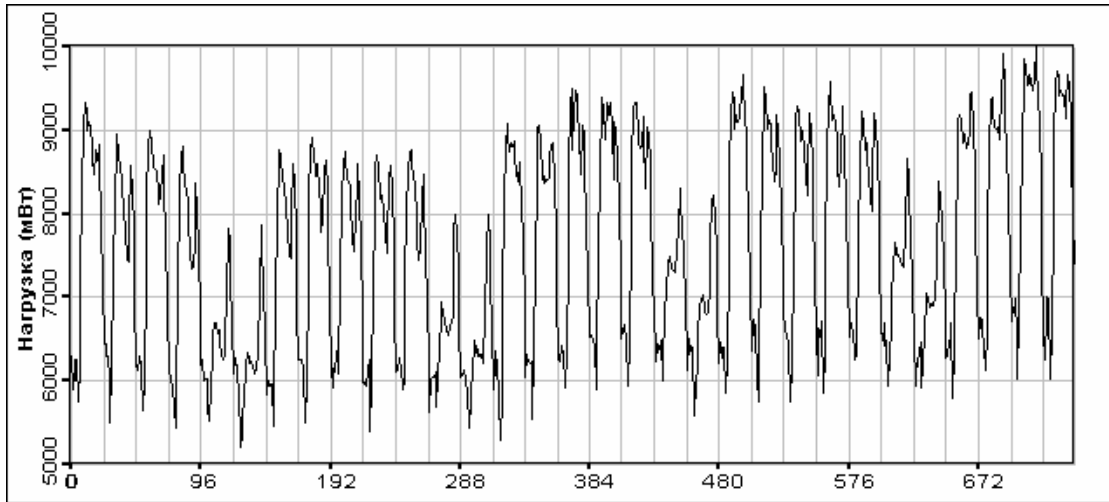


Рис. 30. Нагрузка электросети в октябре

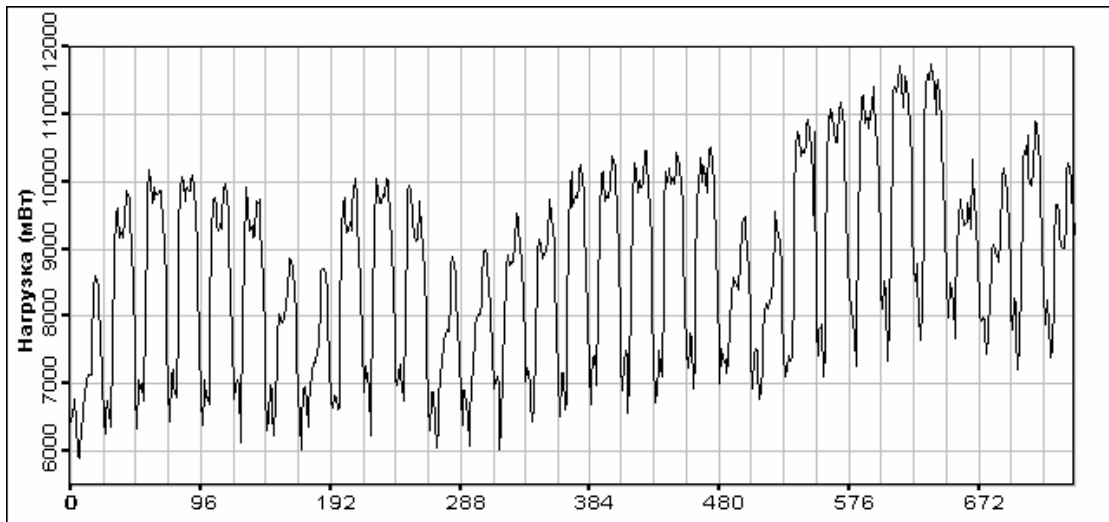
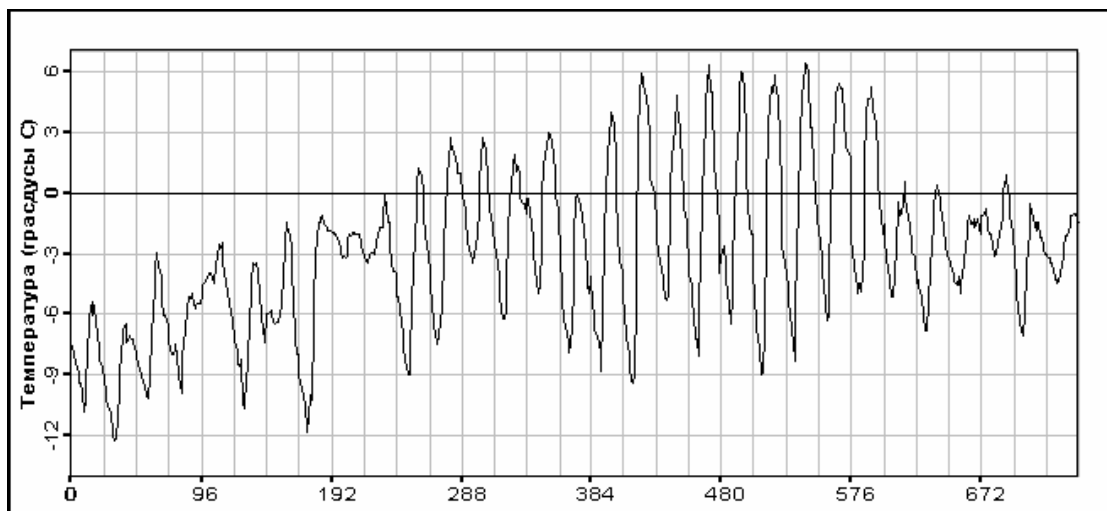


Рис. 31. Нагрузка электросети в декабре

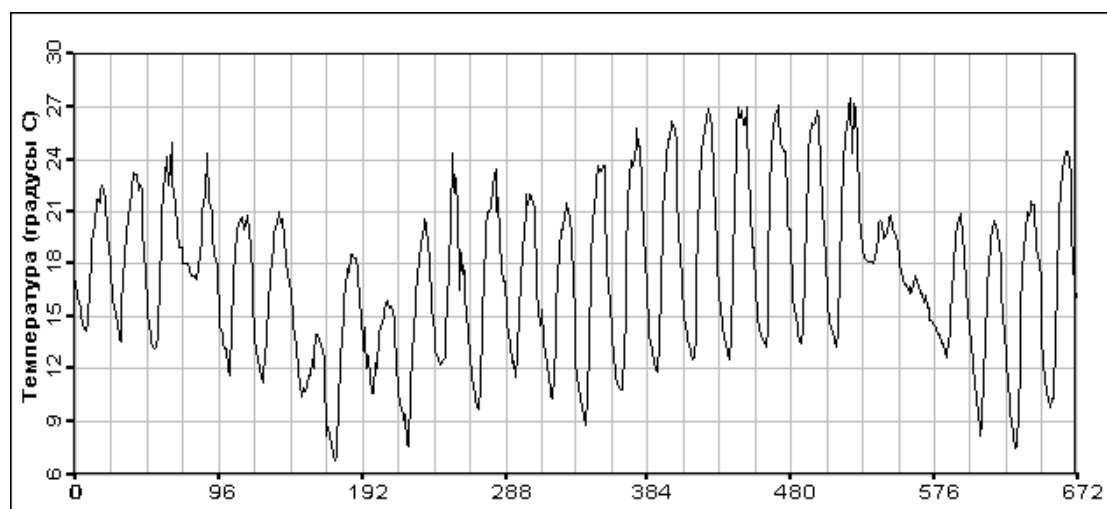


Рис. 32. Сезонное колебание нагрузки в электросети

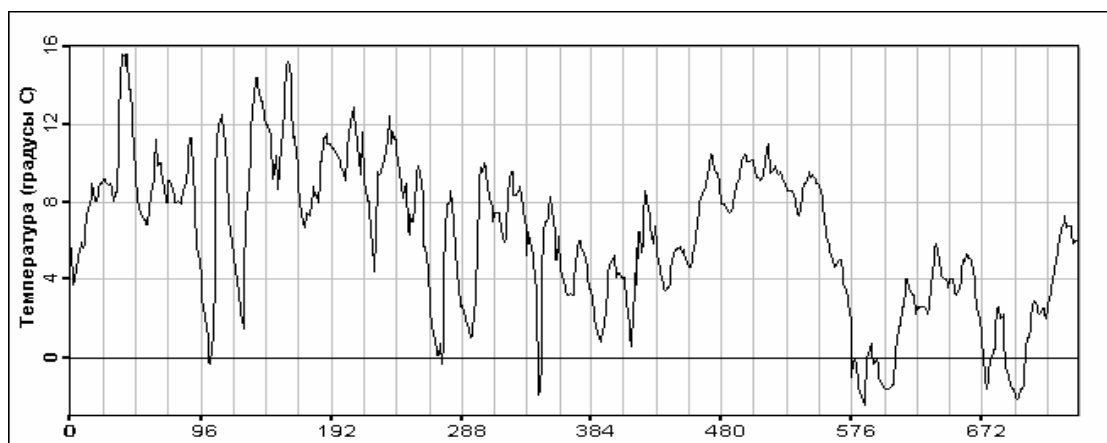
На следующих рисунках 33-36 представлены суточные измерения температуры для различных времен года. В качестве измерения температуры по региону, где разница температур, из-за пространственной протяженности, может достигать 15 градусов (особенно в переходные сезоны – весна и осень), взято измерение в административном центре региона.



*Рис. 33. Изменения температуры в марте*



*Рис. 34. Изменения температуры в августе*



*Рис. 35. Изменения температуры в октябре*

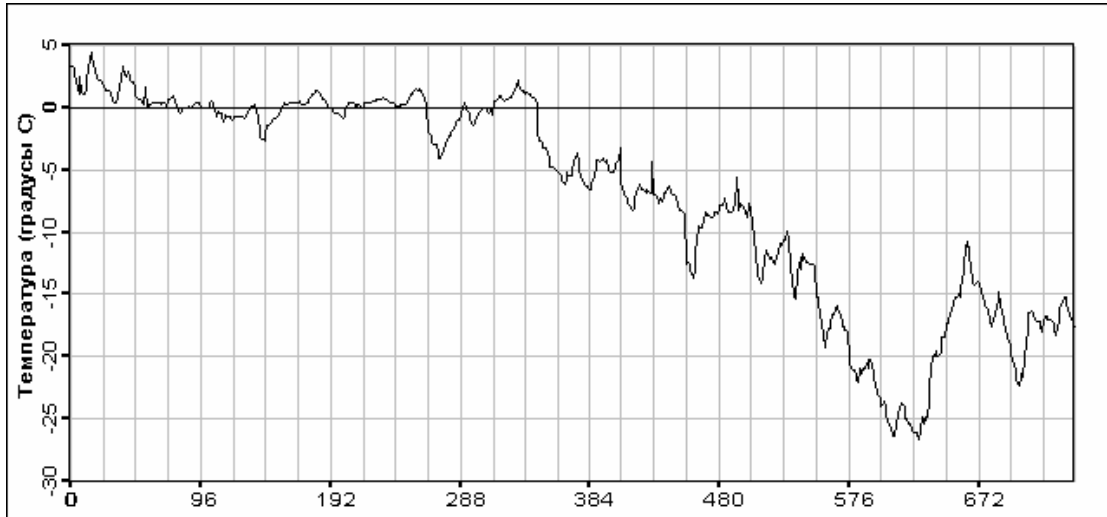


Рис. 36. Изменения температуры в декабре

На рисунке 37 представлена корреляция между температурой окружающей среды и нагрузкой в электросети за время с марта по декабрь (данные на 13.00). Видна заметная связь между значениями нагрузки и температуры, что означает целесообразность использования значения температуры для прогноза электропотребления, но с учетом того, что значение температуры на последующие дни также является прогнозным.

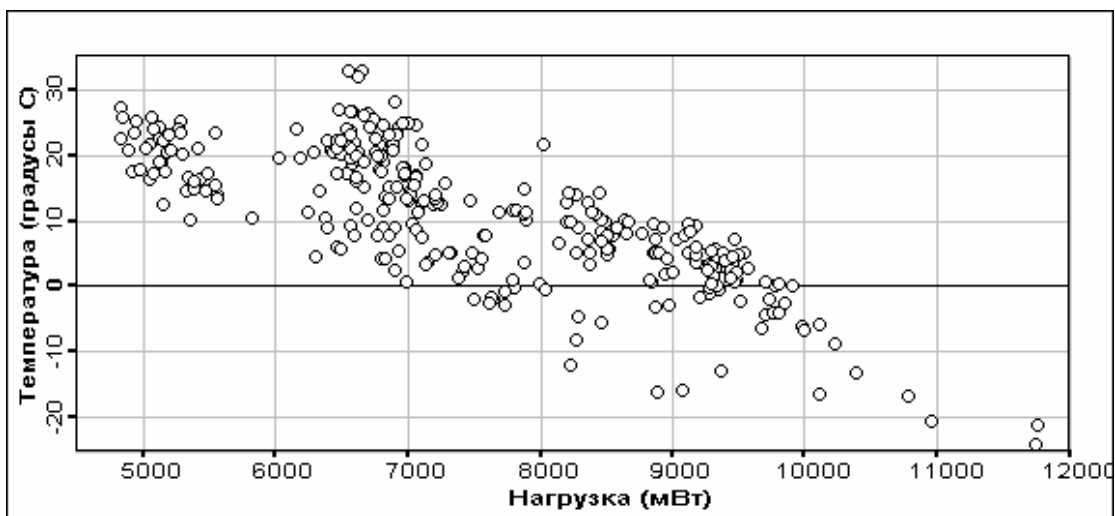


Рис. 37. Корреляция между нагрузкой в электросети и температурой

## 4. Примеры прогноза нагрузки в электросети для реальных Российских данных

### 4.1 Традиционные модели *ARMA* и *ARIMA* для анализа и прогноза нагрузки электросети

Теперь используем, описанную выше классическую методику анализа временных рядов для построения модели и проведения прогноза наблюдений нагрузки в электросети для реальных данных. Для анализа взяты данные по почасовым измерениям в рабочие дни апреля. Данные были представлены выше на рисунке 1. В данных явно выражена сезонная (в данном случае суточная) компонента с

периодом 24. Данные с удаленной сезонной (суточной) компонентой представлены на рисунке 38. В данных заметно присутствие тренда, следовательно его необходимо выделить. Результат удаления квадратичного тренда представлен на рисунке 39. На рисунках 40 и 41 соответственно представлены также автокорреляционная и частичная автокорреляционная функции для данных по нагрузкам в электросети, после выделения и удаления сезонной компоненты, а потом и тренда. Полученные частичные автокорреляционные функции позволяют предположить возможность попробовать использовать модель  $AR(q)$  – см рис.12.

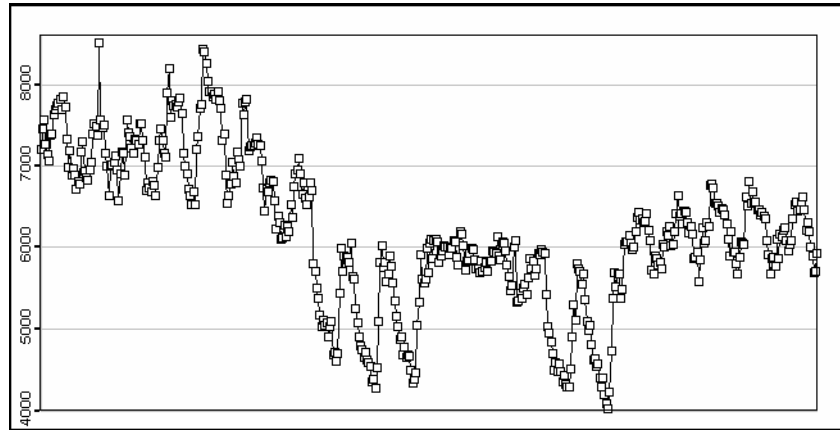


Рис. 38. Данные по почасовым измерениям нагрузки в электросети с удаленной сезонной компонентой

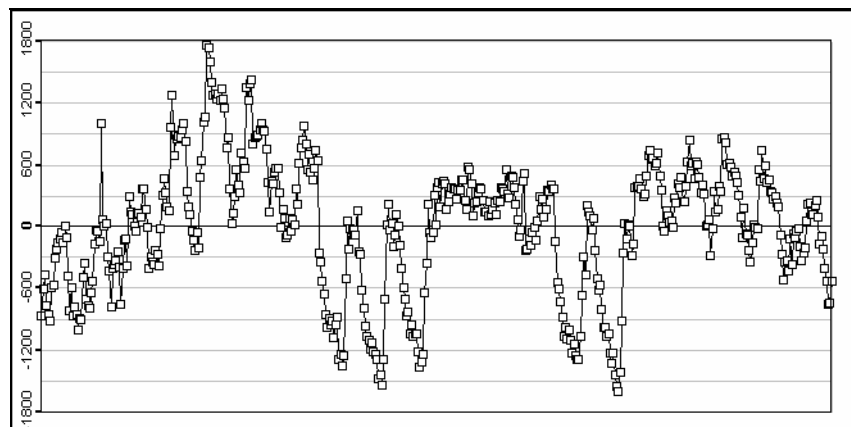


Рис. 39. Данные по почасовым измерениям нагрузки в электросети с удаленными сезонной компонентой и квадратичным трендом

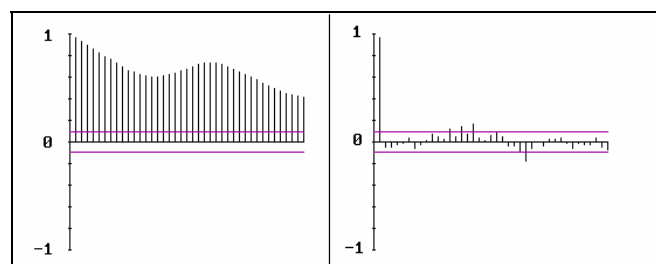


Рис. 40. Автокорреляционная (слева) и частичная автокорреляционная (справа) функции для данных, представленных на рис.38, почасовым измерениям нагрузки в электросети с удаленными сезонной компонентой

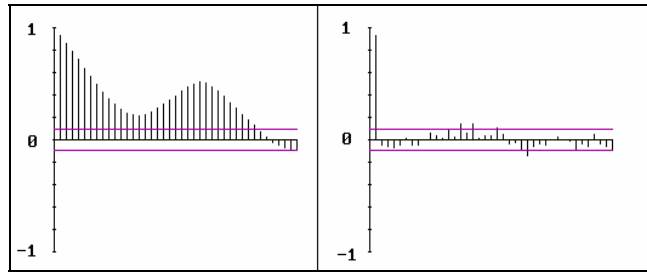


Рис. 41. Автокорреляционная (слева) и частичная автокорреляционная (справа) функции для данных, представленных на рис.39, почасовым измерениям нагрузки в электросети с удаленными сезонной компонентой и квадратичным трендом

Подбор параметров модели  $ARMA(p,q)$  выполняется в 4 этапа. На первом этапе используется возможность, предоставленная программой, выбора наилучших параметров, включая размерность, для чисто авторегрессионной модели. Выбор параметров  $\phi$  осуществляется с использованием алгоритма Бурга, размерность подбирается, чтобы минимизировать AICC для  $1 < p < n$ . В результате предложено использовать модель  $AR(26)$ . На втором этапе, задавая различные размерности модели и сравнивая значения AICC, сделан вывод, что модель  $AR(26)$  лучшим образом подходит данным. Результаты сравнения AICC для различных моделей представлены в таблице 1.

Таблица 1. Выбор размерности ARMA модели

Модель	AICC	Модель	AICC	Модель	AICC
MA(26)	6724	ARMA(1,26)	6560	ARMA(2,26)	6575
MA(25)	6725	ARMA(1,25)	7606	ARMA(2,25)	6560
MA(24)	6690	ARMA(1,24)	7604	ARMA(2,24)	7606
MA(23)	6645	ARMA(1,16)	7590	ARMA(2,23)	7604
MA(22)	6619	ARMA(1,15)	6583	ARMA(2,22)	7602
MA(21)	6602	ARMA(1,14)	6587	ARMA(2,18)	7595
MA(20)	6593	ARMA(1,13)	6584	ARMA(2,17)	6588
MA(19)	6588	ARMA(1,12)	6588	ARMA(2,16)	6591
MA(18)	6589	ARMA(1,11)	6585	ARMA(2,15)	6587
MA(17)	6585	ARMA(1,10)	6588	ARMA(2,14)	7587
MA(16)	6583	ARMA(1,9)	6584	ARMA(2,9)	7578
MA(15)	6580	ARMA(1,8)	6580	ARMA(2,8)	6584
MA(14)	6592	ARMA(1,7)	6583	ARMA(2,7)	7574
MA(13)	6596	ARMA(1,6)	6592	ARMA(3,26)	7610
MA(12)	6630	ARMA(4,1)	6578	ARMA(3,25)	7609
MA(11)	6634	ARMA(5,1)	6590	ARMA(3,24)	7607
MA(10)	6656	ARMA(6,1)	6597	ARMA(3,18)	7596
MA(9)	6654	ARMA(7,1)	6586	ARMA(3,14)	7589
MA(8)	6698	ARMA(8,1)	6589	ARMA(3,7)	7576
MA(7)	6756	ARMA(9,1)	6592	ARMA(3,6)	7574
MA(6)	6785	ARMA(3,1)	6576	ARMA(3,3)	7576
ARMA(26,1)	6628	ARMA(26,2)	6644	ARMA(25,1)	7606

На третьем этапе проведена оптимизация параметров, полученных предварительно, методом наибольшего правдоподобия. В результате AICC незначительно снизился (до 6555.87). На последнем этапе, просмотрены полученные параметры и ошибки их оценки (см Таблицу 2) и 13 параметров обнулены. После этого повторена процедура оптимизации параметров методом наибольшего правдоподобия. В результате AICC снизился до 6531.66. Таким образом, выбранной является модель:

$$X_t - 0.92X_{t-1} - 0.045X_{t-6} + 0.036X_{t-9} + 0.075X_{t-12} - 0.086X_{t-13} + 0.12X_{t-14} - 0.072X_{t-15} + 0.093X_{t-16} - 0.12X_{t-17} - 0.089X_{t-22} - 0.059X_{t-24} - 0.063X_{t-25} + 0.18X_{t-26} = Z_t$$

Таблица 2. Параметры модели и ошибки их оценки

Параметр	Предварительная оценка параметра	Ошибка предварительной оценки параметра	Окончательная оценка параметра	Ошибка окончательной оценки параметра
$\phi_1$	0.91	0.05	0.92	0.02
$\phi_2$	0.011	0.06		
$\phi_3$	0.026	0.06		
$\phi_4$	-0.016	0.06		
$\phi_5$	-0.035	0.06		
$\phi_6$	0.076	0.06	0.045	0.03
$\phi_7$	-0.015	0.06		
$\phi_8$	0.002	0.06		
$\phi_9$	-0.053	0.06	-0.036	0.03
$\phi_{10}$	0.021	0.06		
$\phi_{11}$	0.017	0.06		
$\phi_{12}$	-0.089	0.06	-0.075	0.05
$\phi_{13}$	0.085	0.06	0.086	0.06
$\phi_{14}$	-0.12	0.06	-0.12	0.06
$\phi_{15}$	0.075	0.06	0.072	0.06
$\phi_{16}$	-0.09	0.06	-0.093	0.06
$\phi_{17}$	0.12	0.06	0.12	0.05
$\phi_{18}$	0.007	0.06		
$\phi_{19}$	-0.018	0.06		
$\phi_{20}$	-0.035	0.06		
$\phi_{21}$	0.038	0.06		
$\phi_{22}$	0.087	0.06	0.089	0.04
$\phi_{23}$	0.002	0.06		
$\phi_{24}$	0.056	0.06	0.059	0.05
$\phi_{25}$	0.061	0.06	0.063	0.06
$\phi_{26}$	-0.18	0.04	-0.18	0.04

Полученная модель использована для прогноза почасовой нагрузки в электросети для следующих 2 рабочих дней. Результат представлен на рисунке 42. Прогноз модели выделен на рисунке в прямоугольник.

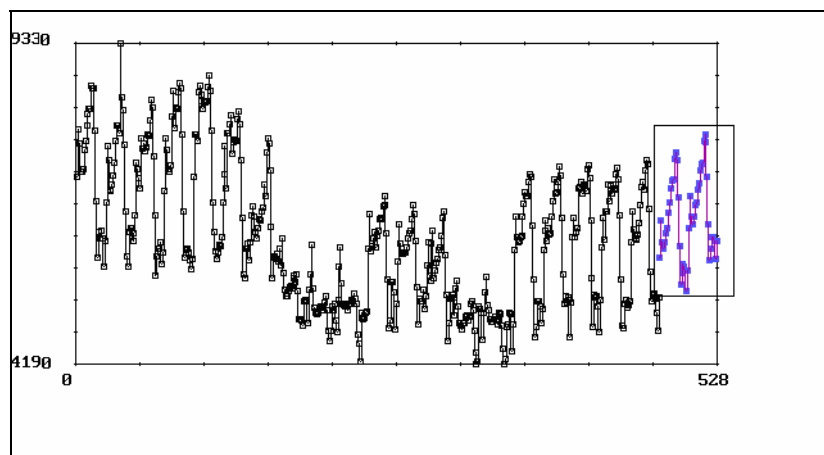


Рис. 42. Данные по почасовым нагрузкам в электросети за 20 рабочих дней и прогноз на следующие 2 рабочих дня (в прямоугольнике)

Теперь попробуем использовать модель ARIMA для прогноза почасовых нагрузок. Для тех же данных (рис. 1) сначала делаем разностное преобразование с шагом 24, чтобы удалить периодическую суточную компоненту. Таким образом, мы используем сезонную модель ARIMA – SARIMA (seasonal ARIMA). В результате получают данные, представленные на рисунке 43. Их автокорреляционная и частичная автокорреляционная функции представлены на рисунке 44.

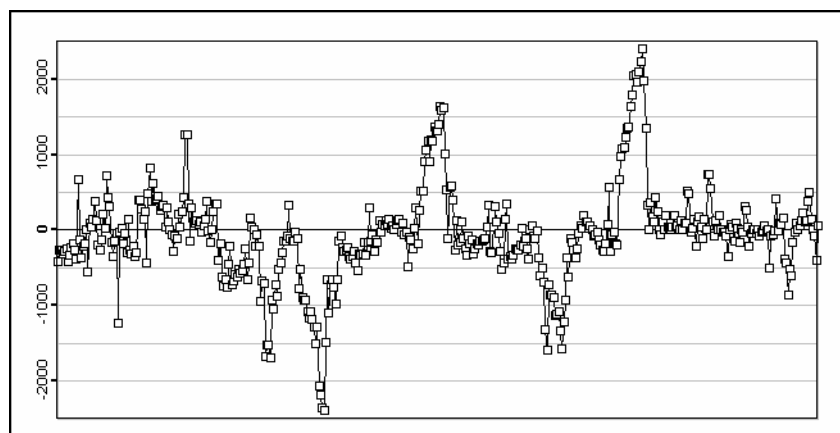


Рис. 43. Данные по почасовым измерениям нагрузки электросети после разностного преобразования с шагом 24 (удаление сезонной компоненты)

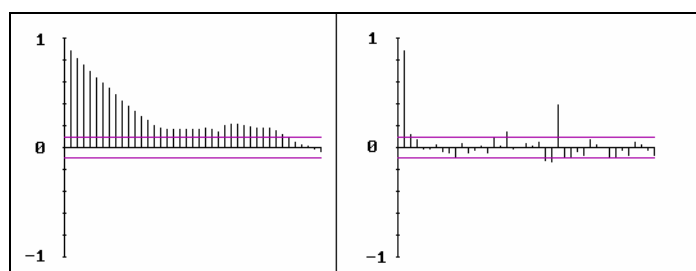


Рис. 44. Автокорреляционная (слева) и частичная автокорреляционная функции для данных по почасовым измерениям нагрузки электросети после разностного преобразования с шагом 24 (удаление сезонной компоненты)

После удаления сезонной компоненты глобального тренда в данных не наблюдается, но имеются локальные довольно сильные тренды. Их удаление также возможно с помощью одношагового разностного преобразования. Результаты выполнения такого преобразования представлены на рисунках 45 и 46.

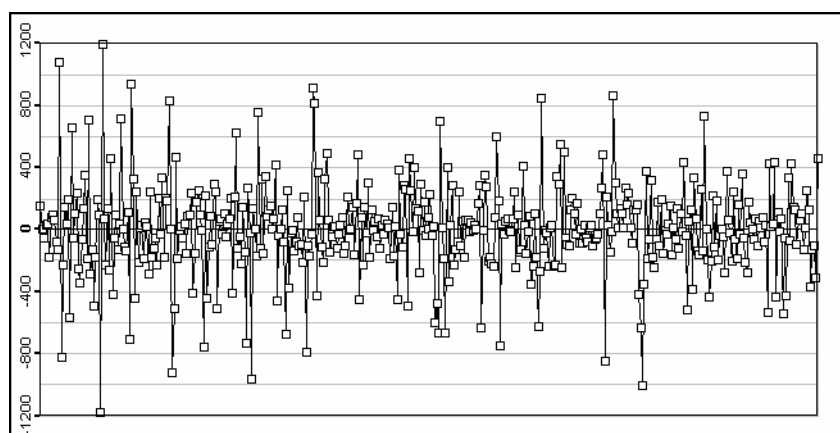


Рис. 45. Данные по почасовым измерениям нагрузки электросети после разностного преобразования, удалившего сезонную компоненту и разностного преобразования с шагом 1

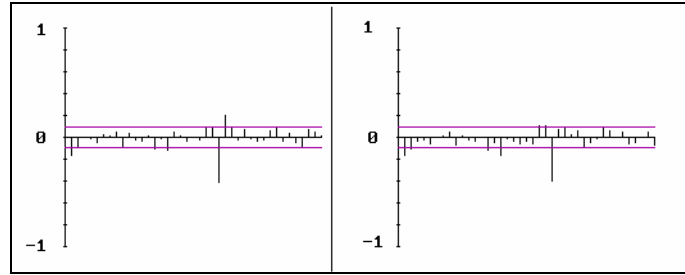


Рис. 46. Автокорреляционная (слева) и частичная автокорреляционная функции для данных по почасовым измерениям нагрузки электросети после разностного преобразования, удалившего сезонную компоненту и разностного преобразования с шагом 1

Для полученных данных делается выбор модели ARMA(p,q) таким же образом, как было описано выше. В качестве лучшей модели выбрана модель MA(26) (AICC=6532 после предварительного выбора модели и 6303 после проведения оптимизации методом наибольшего правдоподобия). Окончательная модель может быть записана следующим образом:

$$X_t = Z_t - 0.042Z_{t-1} - 0.089Z_{t-5} - 0.11Z_{t-12} - 0.12Z_{t-14} + 0.097Z_{t-22} + 0.14Z_{t-23} - 0.66Z_{t-24} + 0.24Z_{t-25} + 0.082Z_{t-26}$$

В результате использования этой модели получен прогноз на 2 следующих рабочих дня (см рис. 47), прогнозные значения выделены в прямоугольник.

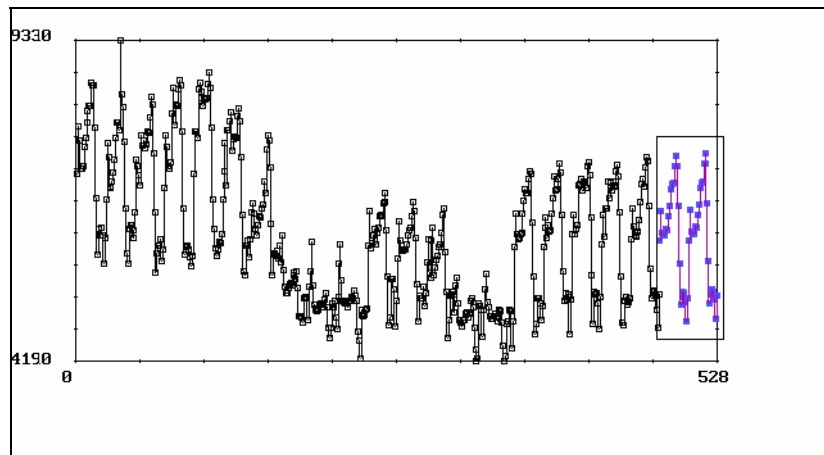


Рис. 47. Данные по почасовым нагрузкам в электросети за 20 рабочих дней и прогноз на следующие 2 рабочих дня (в прямоугольнике)

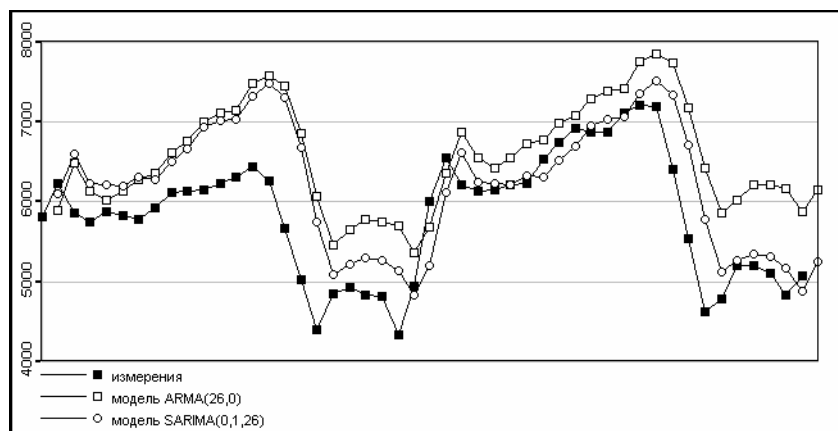


Рис. 48. Сравнение результатов прогноза с тестовыми значениями



Сравнение результатов, полученных моделями ARMA и SARIMA, описанными выше с тестовыми значениями нагрузки электросети представлены на рисунке 48. Видно, что форма временного ряда поймана обеими моделями правильно, но расхождения со значениями реальной нагрузки достаточно большие. Ошибки прогноза ( $100\% \cdot | \text{модельная нагрузка} - \text{тестовая нагрузка} / \text{тестовая нагрузка} |$ ) для обеих моделей представлены на рисунке 49. Видно, что ошибка в большинстве точек не превышает 30% и нигде не превышает 40%. Но такие ошибки прогноза считаются большими. Модель SARIMA в нашем случае дает ошибки меньше, чем ARMA (больше 30% в 3 точках).

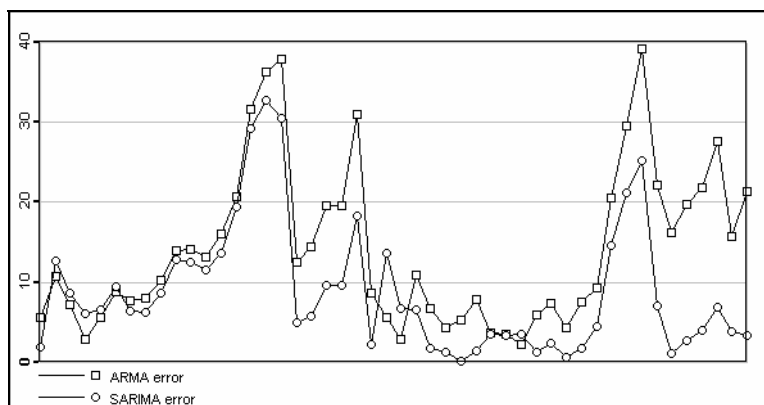


Рис. 49. Ошибки прогноза моделей ARMA(26,0) и SARIMA(0,1,26)

## 4.2 Модифицированная модель ARMA

По анализу, проведенному в предыдущем пункте видно, что использование традиционных подходов анализа временных рядов к данным по нагрузке электросети в принципе возможно, но использование моделей ARMA и ARIMA напрямую дает довольно большие ошибки прогноза, достигающие 40%. Поэтому предлагается проведение более детальной предварительной обработки данных.

Анализ проводился для реальных данных по нагрузке в электросети в рабочие дни ноября. Было использовано предположение о том, что нагрузка в любой рабочий день определяется нагрузкой в предыдущий и следующий рабочие дни и аналогична нагрузке в те же дни предыдущей недели. Таким образом, для прогноза нагрузки на понедельник был построен временной ряд, состоящий из понедельников и вторников, для прогноза на вторник - из понедельников, вторников и сред, на среду - из вторников, сред и четвергов, на четверг - из сред, четвергов и пятниц. Прогноз на пятницы делался также по четвергам и пятницам. Пример временного ряда, состоящего из понедельников и вторников приведен на рисунке 50.



Рис. 50. Нагрузка в электросети в понедельники и вторники ноября

Для удаления сезонной компоненты, использовалась техника выделения низкочастотной компоненты [45] (Рис. 51) и ее вычитания из исходной нагрузки (Рис. 52). Частота была выбрана так, чтобы удалить из данных сезонную (суточную) компоненту (0.08). Для полученных остатков вычислены автокорреляционная и частичная автокорреляционная функции (Рис.53), их вид предполагает возможность использования модели *ARMA*.

Модель *ARMA* была подобрана по схеме, описанной выше (модель *AR(36)*). Эта модель была использована для предсказания в 120 точках (Рис. 54). Так как результат модели воспроизводит исходную картину, то в качестве прогноза на будущее выбираются 24 последних точки. Для получения реальных значений прогноза нагрузки эти значения были прибавлены к последнему понедельнику из низкочастотной компоненты. Последний понедельник низкочастотной компоненты был выбран, чтобы воспроизвести тренд, если он присутствует. Аналогичная процедура была проделана для всех рабочих дней недели. Результаты, их сравнение с реальной нагрузкой и прогнозом эксперта представлены на Рис 55 и в таблице 3.



Рис. 51. Низкочастотный фильтр нагрузки в электросети для понедельников и вторников ноября

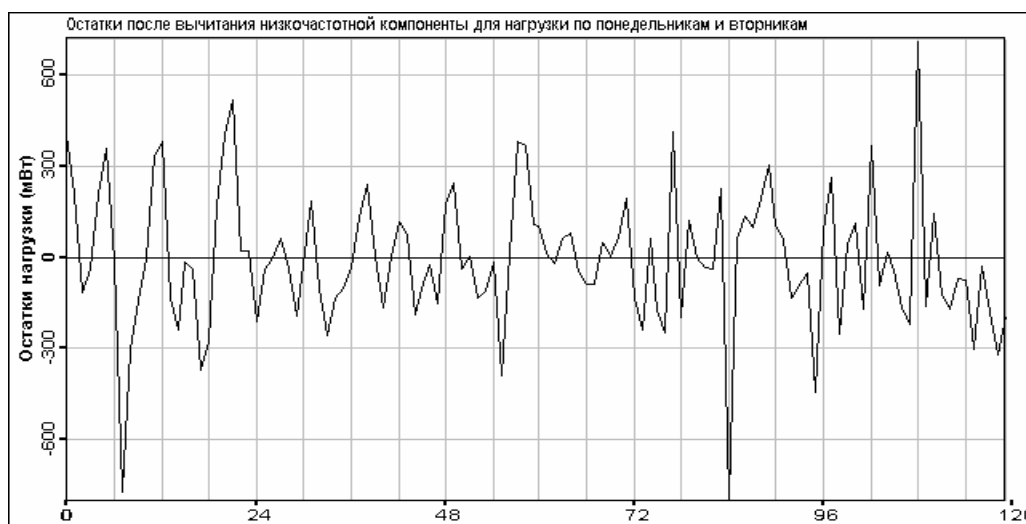


Рис. 52. Остатки нагрузки в электросети для понедельников и вторников ноября после вычитания низкочастотной компоненты

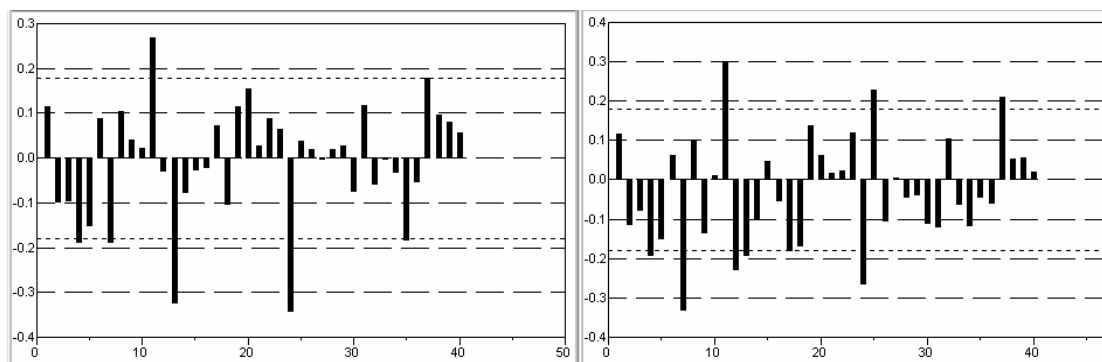


Рис. 53. Автокорреляционная функция (слева) и частичная автокорреляционная функция (справа) для остатков нагрузки в электросети



Рис. 54. Прогноз модели ARMA для остатков нагрузки в электросети

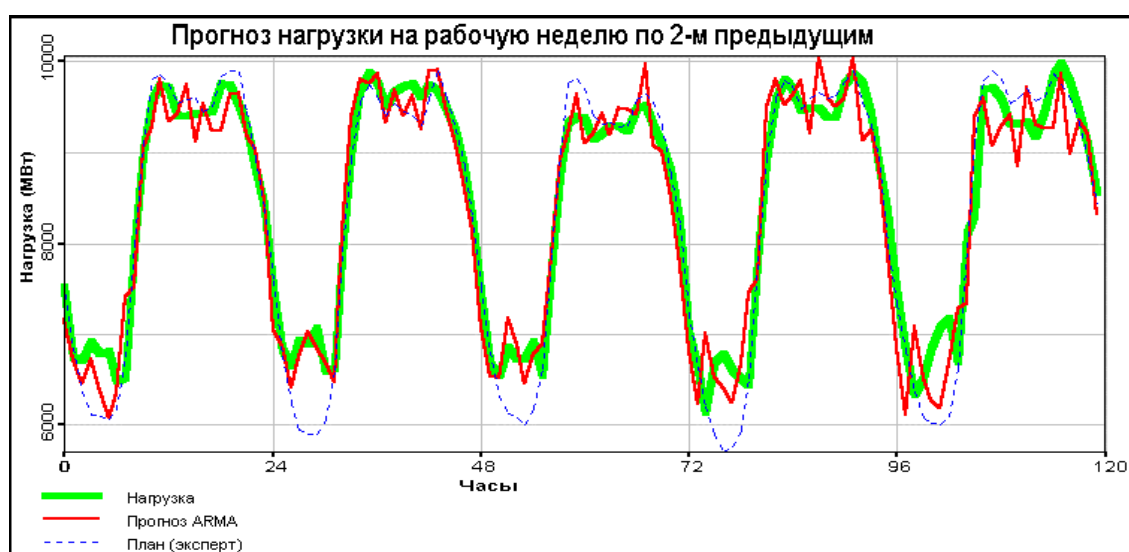


Рис. 55. Сравнение результата прогноза нагрузки в электросети с помощью модели ARMA с выделением низкочастотной компоненты и плана, сделанного экспертом

Таблица 3. Статистика разниц между нагрузкой и планом (экспертной оценкой) и прогнозом ARMA (Авторегрессии и скользящего среднего)

	Нагрузка - План	Нагрузка - Прогноз
Минимум	-775	-1059
Нижняя квартиль	-121.5	-148.5
Медиана	-15	116
Верхняя квартиль	166	290
Максимум	1161	891
Среднее значение	93.8	67.7
Вариация	135300	132300
Стандартное отклонение	368	364
Коэф. Симметрии	1.17	-0.56
Эксцесс	0.95	0.80
Сумма	11261	8118

*Качество оценки эксперта и прогноза ARMA*

Квадратный корень из Средней квадратичной ошибки	106.1	90.1
--	-------	------

### 4.3 Карты Кохонена для классификации типов дней по нагрузке в электросети

Традиционно карты Кохонена используются для задач классификации. Подобные задачи возникают и при прогнозировании нагрузки в электросети. Даже при использовании традиционных методов анализа временных рядов лучшие результаты были получены при выделении для прогноза части данных. В нашем случае выделение было сделано на интуитивном уровне, но использование аппарата карт Кохонена позволяет подходить к этой задаче более научно.

Для примера была проведена классификация дней ноября по типам. Была построена карта Кохонена размером 6 на 6 (чтобы количество узлов было не меньше, чем количество дней в месяце). Входной вектор, а соответственно и все узлы сети, имели размерность 24, по числу измерений нагрузки в электросети за сутки. Для обучения использовались данные по нагрузке в электросети за сентябрь и октябрь.

Обучение проводилось в 2 этапа:

- 1000 шагов с модификацией победителя и его окрестности в 4 соседа,  $\alpha(0)=0.9$ .
- 10000 шагов с модификацией победителя и его ближайших соседей,  $\alpha(0)=0.1$ .

На обученную сеть были поданы данные по ноябрю для классификации. В результате каждый день ноября был отнесен к определенному классу. Были выделены рабочие дни (тип 32), выходные дни (тип 22), субботы (тип 28), а также не совсем рабочие и не совсем выходные (тип 23 и 31). Результаты классификации дней ноября представлены в Таблице 4.

Выделение более тонких закономерностей возможно только при большем соответствии данных для обучения и тестовых данных. Например данные по некоторому месяцу за 2 разных года.

Использование данных за несколько лет позволило бы также провести классификацию с учетом температуры для выделения классов выходных и рабочих дней для различных сезонов. Такая классификация позволила бы выбрать соответствующие наборы данных, которые можно использовать совместно, а какие необходимо анализировать и прогнозировать отдельно.

Таблица 4. Распределение дней по типам с помощью самоорганизующейся карты Кохонена

дата	день недели	тип по карте Кохонена
1 ноября	пятница	32
2 ноября	суббота	28
3 ноября	воскресенье	28
4 ноября	понедельник	32
5 ноября	вторник	32
6 ноября	среда	32
7 ноября	четверг	22
8 ноября	пятница	23
9 ноября	суббота	23
10 ноября	воскресенье	31
11 ноября	понедельник	32
12 ноября	вторник	32
13 ноября	среда	32
14 ноября	четверг	32
15 ноября	пятница	32
16 ноября	суббота	28
17 ноября	воскресенье	22
18 ноября	понедельник	32
19 ноября	вторник	32
20 ноября	среда	32
21 ноября	четверг	32
22 ноября	пятница	32
23 ноября	суббота	28
24 ноября	воскресенье	22
25 ноября	понедельник	32
26 ноября	Вторник	32
27 ноября	Среда	32
28 ноября	Четверг	32
29 ноября	Пятница	32
30 ноября	Суббота	28

#### 4.4 Многослойный перцептрон для прогноза нагрузок электросети

В качестве примера использования ИНС для прогноза нагрузки в электросети, используем реальные данные по нагрузкам для Российского региона за период с апреля по июль. Для обучения использовались данные по нагрузке в электросети и температуре для рабочих дней за апрель, май, июнь и первую половину июля, разбитые на тренировочный и тестовый наборы случайным образом (20% данных для обучения – тестовый набор). Было решено построить и обучить 4 нейронные сети для прогноза нагрузки на определенные час (3.00, 5.00, 13.00 и 19.00). Было специально выбрано время с неустойчивой нагрузкой.

В качестве входных параметров использовались нагрузка и температура в прогнозируемое время неделю назад, в прогнозируемое время и за 3 предыдущих часа накануне и за 3 предыдущих часа в день прогноза (всего 17 входных параметров). Была построена ИНС с 2 скрытыми слоями по 8 нейронов в каждом. Обучение проводилось для каждого прогнозируемого времени отдельно. Для обучения сетей использовались генетические алгоритмы. Полученные результаты, их сравнение с прогнозом, сделанным экспертом и реальной нагрузкой, представлены на рисунках 56-59. Видно, что в ночное и раннее утреннее время ИНС дает существенно лучший прогноз. В дневное и вечернее время прогноз ИНС лучше, чем прогноз эксперта отслеживает неожиданные изменения в нагрузке.



Рис. 56. Прогноз энергопотребления с использованием ИНС – многослойный перцептрон на 19.00



Рис. 57. Прогноз энергопотребления с использованием ИНС – многослойный перцептрон на 13.00

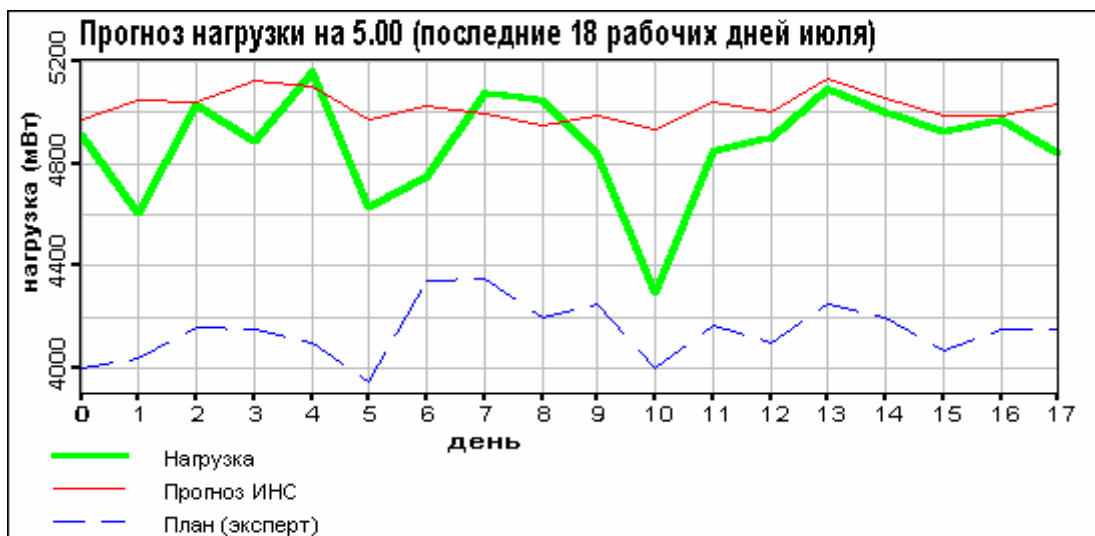


Рис. 58. Прогноз энергопотребления с использованием ИНС – многослойный перцептрон на 5.00



Рис. 59. Прогноз энергопотребления с использованием ИНС – многослойный перцептрон на 3.00

Для сравнения результатов прогноза был проведен статистический анализ ошибок, результаты которого представлены в таблице 5. Качество прогноза определяется через квадратный корень из средней квадратичной ошибки.

Таблица 5. Статистика разниц между нагрузкой и прогнозом

Время	Нагрузка - Прогноз ИНС				Нагрузка – План (эксперт)			
	3.00	5.00	13.00	19.00	3.00	5.00	13.00	19.00
Минимум	-300	-642	-297	-120	632	293	-307	-431
Нижняя квартиль	-66.4	-212	-94.5	-11.7	792	682	-84.5	-72.5
Медиана	-15	-79.2	-39.5	33.7	867	770	2	57.5
Верхняя квартиль	6.8	-27.9	18	89	928	844	161	307
Максимум	116.9	94.5	144	218	1095	1060	353	486
Среднее значение	-43.1	-141	-35	34.9	865	733	15.4	79.3
Стандартное отклонение	103.8	190.8	105	86.5	121	181	185	272
Коэф. симметрии	-0.86	-1.16	-0.44	-0.09	0.1	-0.8	-0.04	-0.2
Эксцесс	0.09	0.39	0.13	-0.48	-0.71	0.19	-1.01	-1.12
Сумма	-775	-2529	-631	628	15573	13201	277	1427
Качество прогноза	27.8	50.3	25.1	25.1	124.8	115	16.6	37.8

Для ошибок прогноза ИНС построены автокорреляционные функции (см Рис. 60 и 61). Видно, что для 3.00, 5.00 и 13.00 корреляции практически отсутствуют, то есть улучшение результатов статистическими методами в данном случае невозможно. Для 19.00 явно видны корреляции и можно предположить возможность улучшения прогноза за счет моделирования ошибок с помощью модели  $AR(n)$ .

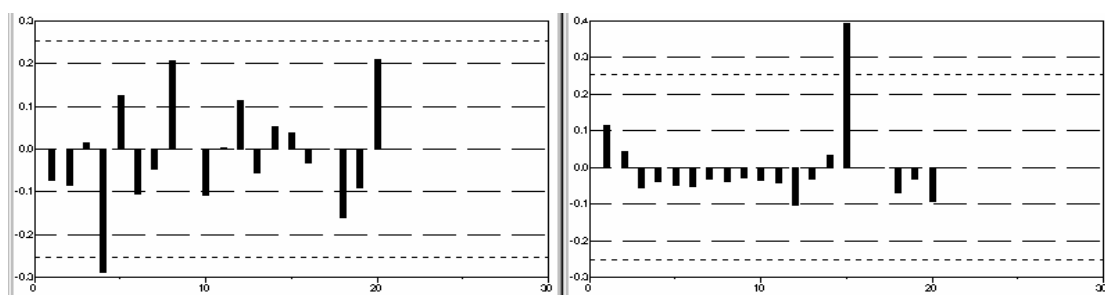


Рис. 60. Автокорреляционные функции ошибок прогноза ИНС на 3.00 (слева) и 13.00 (справа)

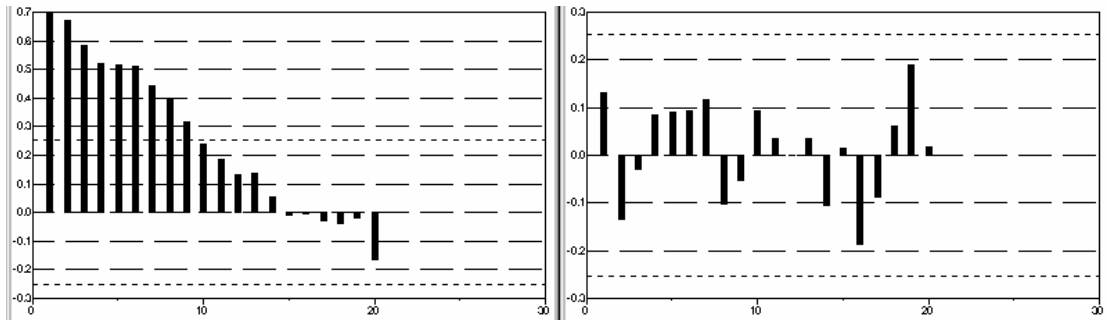


Рис. 61. Автокорреляционные функции ошибок прогноза ИНС на 19.00 (слева) и 5.00 (справа)

#### 4.5 Геостатистика для анализа нагрузок в электросети

Геостатистика – это набор методов интерполяции, стохастического моделирования, вероятностного картирования данных, использующих построенную по исходным данным модель пространственной корреляционной структуры [46]. При этом используется предположение, что данные удовлетворяют условиям процесса со стационарными приращениями. Для описания пространственной корреляционной структуры используют вариограмму. Для исходных данных вариограмма вычисляется по следующей формуле:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (Z(x_i) - Z(x_i + h))^2 \quad (30)$$

где  $N(h)$  число пар точек, разделенных расстоянием  $h$ ,  $Z(x)$  значение исследуемой переменной в точке  $x$ . Для полученной по формуле 30 экспериментальной вариограммы строится математическая модель (сферическая, экспоненциальная, гауссовская или другая), удовлетворяющая специальным требованиям, налагаемым на вариограмму (симметричность, отрицательная определенность). Подбор параметров математической модели осуществляется так, чтобы минимизировать ошибку оценки вариограммы.

Традиционно геостатистика используется для анализа пространственно распределенных данных, но в последнее время появились попытки использования геостатистики для пространственно-временных и временных задач [47]. Пригодность методов геостатистики определяется возможностью построения и моделирования вариограммы.

В случае временных рядов вариограмма может считаться аналогом автокорреляционной функции, использующейся в традиционных методах анализа временных рядов. В данном случае вариограмма строится для одномерного пространства и описывает корреляции между точками, разделенными определенным интервалом времени.

Возможность построения вариограммы для временных рядов открывает широкий круг методов геостатистики для временных задач. В данной работе продемонстрирована принципиальная возможность построения вариограмм для задач, связанных с анализом и прогнозом нагрузки в электросети. На рисунках 62-64 представлены экспериментальные вариограммы для октября.

По полученным вариограммам можно сделать вывод о возможности использования методов геостатистики для данных с удаленной сезонностью (суточностью). Вариограмма удовлетворяет формальным требованиям (рост, стационарность, соответствие значения плато и априорной вариации).

Другой возможностью использования методов геостатистики является доработка коррелированных невязок, полученных в результате использования ИНС. При анализе пространственно распределенных данных такой подход дает очень хорошие результаты [48]. На рисунке 65 представлена вариограмма невязок ИНС, использованной в предыдущем пункте для 19.00. Полученная вариограмма может быть аппроксимирована прямой (представлена на рисунке).



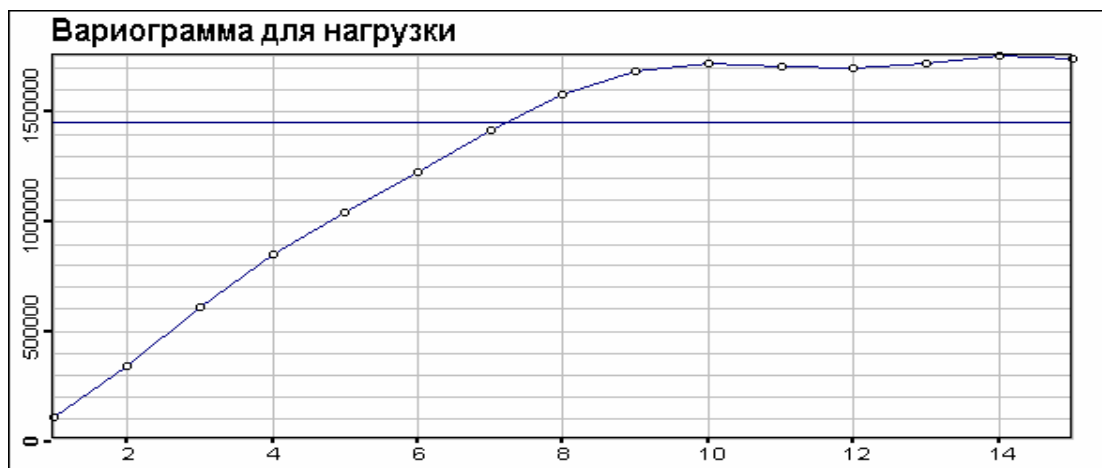


Рис. 62. Вариограмма для нагрузки в электросети за октябрь



Рис. 63. Вариограмма для нагрузки в электросети за октябрь после процедуры удаления сезонности (суточности)



Рис. 64. Вариограмма для нагрузки в электросети за октябрь после процедуры разностного преобразования с шагом 1



Рис. 65. Вариограмма невязок ИНС

Кроме указанного выше, возможно использование геостатистики в задачах прогноза электропотребления и нагрузок для региональных (пространственно распределенных) данных.

## 5. Заключение

На основе проведенного анализа были получены следующие результаты:

1. Для собранных баз данных по нагрузке в электросети Московского региона выявлено влияние различных параметров (времени года, времени суток, дня недели, температуры) на значение нагрузки.
2. Использование классических методов анализа и прогноза временных рядов возможно для предсказания потребления электроэнергии Московского региона. Но лучшие результаты дает предложенный модифицированный алгоритм, основанный на классических методах анализа временных рядов и классификации по типам дней.
3. Искусственные нейронные сети дают хорошие результаты при прогнозе нагрузки в электросети в неустойчивые часы суток.
4. Возможно использование методов геостатистики для анализа нагрузок в электросети.

В целом проведенный анализ показал целесообразность и перспективность использования современных методов статистики, геостатистики и искусственных нейронных сетей для прогноза потребления электроэнергии в условиях Московского региона. Применение современных методов позволяет улучшить точность прогноза по сравнению с используемыми в настоящий момент методами.

Полученные результаты открывают перспективу совместного использования двух адаптивных технологий, зависящих от данных, дополнительной информации и знаний: геостатистики и ИНС. Их комбинированное использование позволит улучшить прогноз, в частности, за счет учета географически распределенных данных, влияющих на прогноз. Такие работы до настоящего времени не проводились и представляют несомненный научный и практический интерес.

## Литература

1. G. Cross, F. D. Galiana Short-Term Load Forecasting, Proceedings of the IEEE, Vol. 75, N. 12, 1987, pp. 1558-1573.
2. H. Muller Short-term load prediction in electrical power systems, Operations Research in Progress. Hingham, MA:D.Reidel, 1982, pp. 459-477.
3. M. A. Abu-el-Magd, N. K. Sinha, Short-term load demand modelling and forecasting, IEEE Trans. Syst., Man Cybern., V. SMC-12, N. 3, 1982, pp. 370-382.

4. D. W. Bunn, E. D. Farmer, Economical and operational context of electrical load prediction, in Comparative Models for Electrical Load Forecasting, D. W. Bunn and E. D. Farmer eds. New York, NY: Wiley, 1985, pp.3-11.
5. A. A. Girgis, S. Varadan, A. K. El-Din, J. Zhu Comparison of different approaches to short-term load forecasting, Eng. Int. Syst., V. 4, 1995, pp. 205-210.
6. P. C. Gupta A stochastic approach to peak power demand forecasting in electric utility systems, IEEE Trans. Power App. Syst., V. PAS-90, 1977.
7. T. N. Goh, H. L. Ong, Y. O. Lee A new approach to statistical forecasting of daily peak power demand, Elec. Power Syst. Res., V. 10, N. 2, 1986, pp. 145-148.
8. Y.-Y. Hsu, C.-C. Yang Design of artificial neural networks for short-term load forecasting. Part 2. Multilayer feedforward network for peak load and valley load forecasting. IEEE Proceedings-C, V. 138, N. 5, 1991, pp. 414-418.
9. B. S. Kermanshahi, C. H. Poskar, G. Swift, P. McLaren, W. Pedrycz, W. Buhn, A. Silk Artificial Neural Networks for Forecasting Daily Loads of a Canadian Electric Utility, IEEE 0-7803-1217-1, 1993, pp. 302-307.
10. T. Bauman, H. Strasser, H. Landrichter Short-Term Load Forecasting Methods in Comparison: Kohonen Learning, Backpropagation Learning, Multiple Regression analysis and Kalman Filters. Proceedings of ISAP'94, Montpellier, 1994, pp. 445-451.
11. T. Czernichow, B. Dorizzi, A. Germond, P. Caire Improving Recurrent Network Load Forecasting, Proceedings of ICANN'95, 1995, pp.899-904.
12. D. P. Lijesen, J. Rosing, Adaptive forecasting of hourly load based on load measurements and weather information, IEEE Trans. Power App. Syst. V. PAS-90, N. 4, 1971, pp. 1757-1767.
13. P. C. Gupta, K. Yamada, Adaptive short-term forecasting of hourly loads using weather information, IEEE Trans. Power App. Syst., V. PAS-91, N. 5, 1972, pp. 2085-2094.
14. D. Park, O. Mohammed, R. Merchant, T. Dinh, C. Tong, A. Azeem, J. Farah, C. Drake Forecasting Abnormal Load Conditions with Neural Networks, IEEE 0-7803-1217-1, 1993, pp. 73-78.
15. O. Mohammed, D. Park, R. Merchant, T. Dinh, C. Tong, A. Azeem, J. Farah, C. Drake Practical Experiences with An Adaptive Neural Network Short-Term Load Forecasting System, IEEE 94 WM 210-5 PWR, 1994, pp. 1-9.
16. D. S. Chen, R. C. Jain A Robust Back-Propagation Learning Algorithm for Function Approximation, IEEE Transactions on Neural Networks, V. 5, N. 3, 1994.
17. Information Digest, Nuclear Regulation Commission, NUREG-1350, V. 6, 1994.
18. P. J. Brockwell, R. A. Davis Introduction to Time Series and Forecasting, Springer-Verlag New-York Berlin Heidelberg, 1995, 420 pp.
19. Галушкин А.И. Применение нейрокомпьютеров в энергетических системах. <http://www.chat.ru/~vlasov/new8.htm>.
20. A. Piras A Multiresponse Structural Connectionist Model for Short-Term Electrical Load Forecasting, These N 1546, 1996.
21. S.-T. Chen, D. C. Yu, A. R. Moghaddamjo Weather Sensitive Short-Term Load Forecasting Using Nonfully Connected Artificial Neural Network, IEEE Trans. Power Syst., V. 7, N. 3, 1992, pp. 1098-1105.
22. T. Kohonen Self-organizing Maps, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1995, 362 pp.
23. Y.-Y. Hsu, C.-C. Yang Design of artificial neural networks for short-term load forecasting. Part 1: Self-organizing feature maps for day type identification. IEEE Proceedings-C, V. 138, N. 5, 1991, pp. 407-413.
24. А. В. Демура Применение нейронной сети Кохонена для классификации суточных графиков нагрузки, Техническая электродинамика, Энергетические системы и установки, № 4, 1995, стр. 76-77.
25. T. Baumann, A. Germond Application of the Kohonen Network to Short-Term Load Forecasting, IEEE 0-7803-1217-1, 1993, pp. 407-412.
26. S. Haykin Neural Networks. A Comprehensive Foundation. Macmillan College Publishing Company. N. Y., 1994, 696 p.
27. T. Masters Practical Neural Network Recipes in C++. Academic Press, 1993, 143 p.
28. M. Kanevski Artificial Neural Networks and spatial interpolations. Case Study: Chernobyl Fallout. Preprint IBRAE-95-07, 1994, 38 p.
29. R. Rojas Neural Networks. A systematic introduction. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
30. S. D. Billings Simulated annealing for earthquake location. Geophys. J. Int. V. 118, 1994, pp. 680-692.
31. L. Ingber Adaptive simulated annealing, 1993-1996, [ingber@ingber.com](mailto:ingber@ingber.com).
32. S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, M. P. Vecchi Optimization of simulated annealing, Science, V. 220, N. 4598, 1983, pp. 671-680.

33. S. P. Singh, O. P. Maikl Single ANN architecture for short-term load forecasting for all seasons, Eng. Int. Syst., V. 3, N. 4, 1995, pp. 249-254.
34. D. Park, O. Mohammed, A. Azeem, R. Merchant, T. Dinh, C. Tong, J. Farah, C. Drake Load Curve Shaping Using Neural Networks, 0-7803-1217-1, 1993, pp. 290-295.
35. В. Д. Лепорский, М. Э. Куссуль, Т. В. Иваницкая Моделирование нейронного классификатора для решения задач прогноза в электроэнергетике, Техническая электродинамика, Энергетические системы и установки, № 4, 1995, стр. 61-65.
36. Y. Shimakura, Y. Fujisawa, Y. Maeda, R. Makino, Y. Kishi, M. Ono, J.-Y. Fann, N. Fukusima Short-Term Load Forecasting Using An Artificial Neural Network, IEEE 0-7803-1217-1, 1993, pp.233-238.
37. M. Khadam, A. Lago, E. Dobrowolski Short-term Electric Load Forecasting Using Neural Network, paper presented at: Summer Workshop on Neural Network Computing for Electric Power Industry, Stanford University, 1992.
38. C. N. Lu, H. T. Wu, S. Vemuri Neural Network Based Short Term Load Forecasting, IEEE 92 WM 125-5 PWRS, 1992, pp. 1-7.
39. S. J. Kiartzis, A. G. Bakirtzis, V. Petridis Neural Networks Application to Short Term Load Forecasting, pp. 339-344.
40. F. de Viron, J. Claus, F. Dongier, M. Monteyne Automation, with neural network based techniques, of short-term load forecasting at the Belgian national control centre, IEEE 0-7803-1217-1, 1993, pp. 55-59.
41. M. C. Brace, J. Schmidt, M. Hadlin Comparison of the forecasting accuracy of the neural networks with other established techniques, IEEE 91TH0374-9, 1991, pp.31-35.
42. D. C. Park, M. A. El-Sharkawi, R. J. Marks II, L. E. Atlas, M. J. Damborg Electric Load Forecasting Using An Artificial Neural Network, IEEE Trans. On Power Syst., V. 6, N. 2, pp.442-449.
43. J. S. Armstrong Principles of Forecasting: Handbook for Researchers and Practitioners, J. S. Armstrong (ed.), draft for Introduction, Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, 1999.
44. A. S. Weigend Time Series Analysis and Prediction, <http://www.cs.colorado.edu/~andreas/Home.html>, CU-CS-744-94 (draft), 1994, .58 p.
45. T. Masters Neural, Novel and Hybrid Algorithms for Time Series Prediction, John Wiley & Sons Inc., New York Chichester Prisbnone Toronto Singapore, 1995, 514 pp.
46. Ed. H. Isaaks, R. M. Shrivastava. An introduction to Applied Geostatistics. Oxford, Oxford University Press, 1989.
47. E. Schuhler. Apport de la geostatistique aux modeles probabilistes de la finance. These pour obtenir le grade de Docteur de la science, Ecole de Mines de Paris, 12 octobre 1998. (на французском языке).
48. M. Kanevski, V. Demyanov, M. Maignan. Spatial estimations and simulations of environmental data by using geostatistics and artificial neural network. Proceedings of IAMG-97, ed. V. Pawlowsky-Glahn, Barcelona, 1997.