Федеральное государственное унитарное предприятие
"НАУЧНО–ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. А.П. АЛЕКСАНДРОВА"

На правах рукописи

ЮДОВ Юрий Васильевич

Численное моделирование теплогидравлических процессов в циркуляционных контурах реакторных установок с водяным теплоносителем

01.04.14 – теплофизика и теоретическая теплотехника

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
д-р техн. наук
Мигров Юрий Андреевич

Сосновый Бор – 2021

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и степень разработанности темы

Основными инструментами при проектировании, обосновании безопасности и разработке эксплуатационных и аварийных инструкций применительно к объектам атомной энергетики являются вычислительные программы (расчетные коды) для численного моделирования поведения систем и оборудования в различных режимах. Особую сложность для численного моделирования представляют теплогидравлические процессы в двухфазных потоках циркуляционных контуров реакторных установок (РУ) с водо–водяными энергетическими реакторами (ВВЭР) в аварийных режимах с разгерметизацией первого контура [1, 2].

Расчетные программы, использовавшиеся в 60–е – 70–е годы прошлого века для анализа безопасности водо–водяных реакторов, базировались на одномерных (1D) гомогенных моделях двухфазного течения теплоносителя. Поскольку эти модели не позволяют описывать двухфазные потоки со значительными термической и скоростной неравновесностями фаз, упор при проведении расчетов в те годы делался на консервативную (с запасом) оценку параметров, важных для безопасности РУ. В конце 70–х годов за рубежом произошел качественный скачок в моделировании двухфазных потоков. Были завершены разработки двухжидкостных неравновесных 1D моделей с тремя уравнениями сохранения массы, энергии и импульса для каждой из фаз [3–5]. На основе таких моделей созданы системные теплогидравлические коды "улучшенной оценки" с гибкой топологической схемой функционирования: TRAC [6], RELAP5 [7, 8] (США), CATHARE (Франция) [9–11], ATHLET (Германия) [12], CATHENA (Канада) [13].

К концу 90–х годов в России – одной из ведущих держав в области ядерной энергетики – наметилось значительное отставание от западных стран в части развития расчетного обеспечения новых проектов реакторных установок с ВВЭР. В то время применительно к ВВЭР в Госатомнадзоре было аттестовано для обоснования безопасности только два кода: ТРАП (разработчик ОКБ "ГИДРОПРЕСС", г. Подольск) и РАДУГА (разработчик "Атомэнергопроект", г. Москва), которые базировались на несоответствующих современным требованиям гомогенных теплогидравлических моделях. Такое положение дел способствовало повышению степени зависимости расчетного обоснования отечественных проектов АЭС нового поколения от Запада. Для изменения ситуации Минатомом России было принято решение интенсифицировать работу по созданию отраслевого системного кода, сконцентрировав на нем финансовые и интеллектуальные ресурсы [14, 15]. Для определения перспективного базового кода (из имеющихся разработок в организациях Минатома) в сентябре 1999 г. был объявлен тендер "Разработка и верификация системного теплогидравлического кода для моделирования аварийных и нестационарных процессов для АЭС с ВВЭР" [14]. Тендер проводил Отраслевой центр Минатома России по расчетным кодам для АЭС и реакторных установок (ОЦРК). Победителем тендера признан расчетный код (РК) КОРСАР, разрабатываемый с 1996 г. во ФГУП "НИТИ им. А.П. Александрова" (г. Сосновый Бор), отдельные оригинальные модели и алгоритмы которого вынесены на защиту данной диссертационной работы. С начала 2000 г. код развивался под эгидой Минатома, а затем Госкорпорации "Росатом".

В переходных, и особенно аварийных, режимах реакторных установок с водяным теплоносителем возможны ситуации, когда неконденсирующиеся газы (НГ) попадают в контур циркуляции. Они могут появляться в результате:

– дегазации растворенных в воде компонентов;
– проникновения азота из газовой подушки гидроаккумуляторов системы аварийного охлаждения зоны после их опорожнения;
– образования водорода и кислорода в активной зоне вследствие радиолиза воды и пароциркониевой реакции в аварийных ситуациях.

Наличие неконденсирующихся газов в контуре циркуляции существенно влияет на теплофизические свойства парогазовой среды, а также приводит к снижению интенсивности межфазных тепломассообменных процессов. В результате создается газовый барьер для подвода пара к межфазной поверхности при конденсации и отвода пара от межфазной поверхности при испарении. Таким образом, НГ влияют на функционирование части оборудования и систем безопасности. Из-за попадания неконденсирующихся компонентов в паровой объем компенсатора давления снижается эффективность спринклерной системы, меняются динамические характеристики компенсатора давления. В авариях с потерей теплоносителя накопление газов в трубках парогенераторов значительно уменьшает тепловую эффективность системы пассивного отвода тепла при длительном расхолаживании. Поскольку НГ оказывают существенное воздействие на процессы в циркуляционном контуре, их влияние учитывается во всех системных теплогидравлических кодах улучшенной оценки.

Можно выделить общие принципы учета неконденсирующихся компонентов в двухжидкостных моделях:

– температура межфазной поверхности полагается равной температуре насыщения при парциальном давлении пара;
– влияние газового барьера на интенсивность генерации и конденсации пара моделируется введением эмпирических множителей, значение которых уменьшается при увеличении концентрации НГ в парогазовой среде;
– в кодах RELAP5 и CATHARE используется модель совместного диффузионного и термического сопротивления межфазному тепломассообмену в присутствии неконденсирующихся компонентов только в режимах пленочной конденсации [8, 16];

– растворение НГ в жидкой фазе и их выделение из нее моделируются при заданных постоянных коэффициентах массообмена [12, 17, 18].

В диссертации представлена разработанная автором и программно реализованная в РК КОРСАР усовершенствованная методика учета переноса в фазах и влияния на межфазный тепломассообмен НГ.

При расчетном обосновании безопасности РУ с ВВЭР выделяются режимы с различным динамическим изменением температуры теплоносителя или концентрации борной кислоты по отдельным петлям циркуляционного контура. Особое внимание уделяется опасным сценариям со снижением данных параметров, что приводит к увеличению мощности реактора за счет отрицательных обратных связей. В качестве примеров можно привести режимы с разрывом паропровода одного из парогенераторов (ПГ), с подключением главного циркуляционного насоса (ГЦН) ранее неработавшей петли, с транспортировкой пробки деборированной воды (конденсата) из гидрозатвора холодной нитки при пуске ГЦН, с несанкционированным поступлением деборированной воды из системы подпитки и т.д. Перечисленные ситуации приводят к асимметричному возмущению поля температуры или концентрации борной кислоты на входе в активную зону и соответствующему асимметричному возмущению энерговыделения в тепловыделяющих сборках (ТВС) активной зоны. Динамика и распределение возмущений определяются в значительной мере процессами перемешивания в напорной камере реактора.

Заложенные в системных кодах возможности позволяют осуществлять пространственное моделирование сопряженных теплогидравлических (в поканальном приближении) и нейтронно–физических процессов в активной зоне. Упрощенное описание теплогидравлических процессов в напорной камере снижает уровень обоснованности результатов расчета режимов с несимметричной работой оборудования реакторных установок. Применение квазитрехмерного "гидравлического" приближения с многоканальным моделированием камеры и установлением между каналами поперечных связей дает лишь грубую картину явлений и зависит от подбора заранее неизвестных значений гидравлических сопротивлений. Настройка и обоснование многоканальных расчетных схем осуществляются на базе экспериментальных данных, полученных на стендовых моделях реакторных установок и на натурных объектах при проведении пуско-наладочных испытаний. Стендовые установки являются дорогостоящими маломасштабными моделями РУ, эксперименты на них проводятся в граничной постановке, т.е. моделируется не весь контур, а только сам реактор. При пуско–наладочных испытаниях действующих энергоблоков АЭС проводятся измерения только в переходных режимах с незначительными возмущениями определяющих параметров, причем количество измеряемых параметров в этих опытах ограничено. Поэтому с полным основанием можно считать перспективным направлением проведение расчетов аварийных режимов РУ

ВВЭР по одномерным системным кодам, но при этом моделирование напорной камеры осуществлять в трехмерном (3D) CFD (**C**omputation **F**luid **D**ynamics) приближении. В последние годы предложено несколько технологий объединения посредством интегрирующих оболочек независимо разработанных коммерческих системных и CFD–кодов, например, связки TRACE–CFX [19], RELAP5–CFX [20], CATHARE–TRIO_U [21], RELAP5–STAR–CCM+ [22], ATHLET–ANSYS CFX [23]. Все они базируются на обмене данными по граничным условиям в конце временного шага. Обмен данными реализован либо по явной схеме [19, 20], либо по полунеявной схеме с использованием итераций [21–23]. В первом случае возникают проблемы устойчивости, во втором – проблемы сходимости итераций.

В диссертации приводятся результаты разработки специалистами ФГУП "НИТИ им. А.П. Александрова" под руководством и при непосредственном участии автора трехмерного CFD–модуля в составе кода КОРСАР для учета трехмерных эффектов в напорной камере реакторов. Этот модуль адаптирован как типовой элемент в составе новой версии расчетного кода КОРСАР/CFD. При этом впервые связи с элементами одномерной модели реализованы по полунеявной схеме с использованием мономатричного подхода для вычисления давления в расчетных ячейках 1D и 3D областей. Работа выполнена по заказу Главного конструктора РУ с ВВЭР АО ОКБ "ГИДРОПРЕСС".

Инженерные расчеты при обосновании теплотехнической надежности реакторов в настоящее время осуществляются по кодам поканального моделирования. В кодах поканального моделирования ячейки проточной части ТВС представляются в виде системы параллельных каналов, для каждого из которых записываются уравнения сохранения массы, энергии и количества движения теплоносителя в одномерном приближении с учетом обмена с соседними ячейками и поверхностью твэлов. Такие модели требуют дополнительных эмпирических корреляций для коэффициентов обмена: межъячеечного турбулентного перемешивания, поперечного конвективного обмена, сопротивления в продольном и поперечном направлениях и теплообмена с твэлами. Адекватность полученных результатов по инженерным кодам определяется точностью выбранных корреляций для замыкающих моделей. Экспериментальные данные по коэффициентам обмена, особенно по коэффициенту турбулентного перемешивания, имеют значительный разброс (более 100%) [24–26]. Отсутствуют систематизированные эмпирические корреляции по влиянию дистанционирующих решеток на интенсивность межъячеечного обмена.

В последнее время в мире наблюдается устойчивая тенденция к снижению консерватизма и перехода к реалистичным оценкам при расчетном обосновании безопасности активных зон реакторных установок, что позволяет повысить теплонапряженность и компактность ТВС в новых проектах. По мере развития вычислительной техники при анализе теплогидравлических процессов в ТВС все более перспективным признается прямое численное моделирование (**D**irected **N**umerical **S**imulation или DNS). В методах DNS турбулентные пульсации воспроизводятся непосредственно из решения уравнений Навье–Стокса без привлечения дополнительных моделей. Коды на основе DNS применяются для получения данных по корректировке замыкающих соотношений CFD–кодов применительно к сборкам [27, 28] и для детального анализа характеристик турбулентного потока в сборках [29, 30]. В этой связи представляется перспективным использование программных средств, базирующихся на методах прямого численного моделирования, для получения и уточнения замыкающих моделей кодов поканального моделирования.

Автором диссертационной работы разработан специализированный код DINUS для прямого численного моделирования теплогидравлических процессов в тепловыделяющих сборках реакторов. С помощью кода на основе разработанной методики продемонстрирована возможность определения коэффициентов межъячеечного турбулентного перемешивания для ТВС с треугольной упаковкой с учетом влияния дистанционирующих решеток.

Основные цели и задачи работы

Целями диссертационной работы являются разработка и программная реализация методик, численных схем, алгоритмов следующих математических моделей:

- одномерной двухжидкостной модели двухфазного многокомпонентного потока в разветвленных циркуляционных контурах;
- трехмерной CFD–модели однофазной жидкости в напорных камерах реакторов;
- прямого численного моделирования однофазных турбулентных потоков в тепловыделяющих сборках активной зоны.

Исходя из этого, в диссертации решены следующие задачи:

1. Разработана методика учета поведения неконденсирующихся компонентов в двухжидкостной модели двухфазных потоков.
2. Разработана полунеявная численая схема интегрирования уравнений сохранения двухжидкостной модели многокомпонентных двухфазных потоков.
3. Указанные разработки внедрены в системный теплогидравлический код КОРСАР, выполнено их тестирование и верификация.
4. Разработан однофазный трехмерный CFD–модуль на базе метода обрезанных декартовых ячеек для моделирования теплогидравлических процессов в напорных камерах РУ с ВВЭР.
5. CFD–модуль адаптирован в составе функционального наполнения расчетного кода КОРСАР/CFD.

6. Выполнен комплекс работ по тестированию и верификации кода КОРСАР/CFD при трехмерном моделировании напорной камеры.
7. На основе прямого численного моделирования разработана и апробирована методика определения коэффициентов межъячеечного турбулентного перемешивания в тепловыделяющих сборках с треугольной упаковкой с учетом влияния дистанционирующих решеток.

Научная новизна

В процессе выполнения диссертационной работы автором получены следующие научные результаты:

1. Предложена оригинальная методика учета влияния НГ в пароводяном теплоносителе на процессы межфазного тепломассообмена для двухжидкостной модели. Методика основана на использовании модели совместного диффузионного и термического сопротивления, методе аналогии процессов тепло– и массообмена, законе Генри, выделении нескольких механизмов межфазного тепломассообмена, отличающихся температурными либо концентрационными напорами, а также интенсивностью, и применяется единообразно для всех режимов течения двухфазного потока.

   Предложенный подход естественным образом моделирует снижение интенсивности конденсации (генерации) пара в присутствии неконденсирующихся компонентов в газовой фазе из-за уменьшения (увеличения) температуры межфазной поверхности относительно температуры насыщения при парциальном давлении пара.
2. Разработана полунеявная численная схема расчета динамики многокомпонентных двухфазных потоков. В численной схеме используются оригинальные соотношения для линеаризации по времени представленных неявно величин на межфазной поверхности: температуры и концентрации неконденсирующихся компонентов, а также концентрации насыщения компонентов в воде.
3. Предложены два оригинальных алгоритма коррекции полунеявной численной схемы интегрирования по времени уравнений сохранения двухжидкостной многокомпонентной модели.

   Первый из представленных алгоритмов осуществляет компенсацию численных дисбалансов массы и энергии фаз вследствие линеаризации нестационарных членов дискретных уравнений и обеспечивает консервативность схемы.

   Второй алгоритм корректирует нефизичное перераспределение массы и энергии теплоносителя по расчетным ячейкам при изменении направления движения фаз за временной шаг, когда схема аппроксимации конвективных членов становится "антидонорной" по потоку.

4. Предложен оригинальный безытерационный метод расчета поля давления в разветвленных контурах циркуляции произвольной топологии, базирующийся на рекуррентных соотношениях метода прогонки.
5. Для CFD методов вложенной границы на декартовой сетке разработана и программно реализована пространственная аппроксимация конвективных и диффузионных членов на гранях декартовых ячеек второго порядка точности с компактными шаблонами при двукратном измельчении или укрупнении ячеек по координатному направлению.
6. Применительно к методам обрезанных декартовых ячеек предложен оригинальный оператор ограничения для многосеточного алгоритма расчета поля давления. Предложенный оператор ограничения учитывает наличие мелких обрезанных ячеек сетки, которые сливаются с соседними крупными ячейками в объединенную расчетную ячейку.
7. Впервые разработана и реализована методика объединения по полунеявной численной схеме в мономатричном варианте расчета поля давления одномерной двухжидкостной модели системного теплогидравлического кода с трехмерной CFD–моделью.

   С целью улучшения сходимости при итерационном решении уравнения Пуассона для определения объединенного поля давления используется многосеточный метод на множестве ячеек как 1D, так и 3D областей.

   Трехмерная модель программно реализована в виде CFD–модуля как типового элемента нодализационной схемы кода КОРСАР/CFD.
8. С помощью трехмерных расчетов по коду КОРСАР/CFD продемонстрировано анизотропное растекание теплоносителя в напорных камерах РУ с ВВЭР. Поступающие из патрубков потоки теплоносителя движутся по окружности (в азимутальных направлениях) в обе стороны, приобретая направление в нижнюю камеру при слиянии азимутальных потоков. Под патрубками работающих петель образуются области стагнации потока.

   На основе расчетного исследования предлагается объяснение данной картины течения.

   Показано, что вследствие анизотропного растекания малые изменения условий ввода теплоносителя в напорную камеру оказывают существенное влияние на формирование профиля температуры либо концентрации борной кислоты на входе в активную зону при возмущениях из холодных ниток.
9. Впервые предложена методика определения на основе прямого численного моделирования коэффициентов межъячеечного турбулентного перемешивания в тепловыделяющих сборках с треугольной упаковкой с учетом влияния дистанционирующих решеток для активных зон реакторов. С помощью разработанного автором диссертации кода DINUS

получены данные по распределению между дистанционирующими решетками коэффициентов межъячеечного турбулентного перемешивания в ТВС ВВЭР–440.

Теоретическая и практическая значимость работы

Результаты диссертационной работы способствуют повышению степени адекватности численного моделирования различных теплогидравлических систем с водяным теплоносителем.

Разработанные автором методики и алгоритмы легли в основу системного расчетного кода КОРСАР, который применяется конструкторскими организациями для анализа и обоснования безопасности АЭС с ВВЭР (АО ОКБ "ГИДРОПРЕСС", АО "АТОМПРОЕКТ") и ядерных энергетических установок транспортного назначения (АО "ОКБМ Африкантов"). Главный конструктор ВВЭР ОКБ "ГИДРОПРЕСС" и Генеральный проектировщик энергоблоков АЭС "АТОМПРОЕКТ" использовали код КОРСАР для обоснования безопасности АЭС сооруженных (или сооружаемых) в России: Балаковская, Балтийская, Калининская (4–й энергоблок), Ленинградская АЭС–2, Нововоронежская (4–й энергоблок) и за рубежом: Белорусская, "Белена" (Болгария), "Бушер" (Иран), "Куданкулам" (Индия), Тяньваньская (Китай), "Ханхикиви" (Финляндия).

Санкт–Петербургский политехнический университет, Нижегородский государственный университет, Уральский федеральный университет и Институт ядерной энергетики (г. Сосновый Бор Ленинградской обл.) используют код КОРСАР для обучения студентов.

Безытерационный метод расчета поля давления разветвленных циркуляционных контуров применяется в математических моделях полномасштабных тренажеров судовых ядерных энергетических установок ФГУП "НИТИ им. А.П. Александрова".

Трехмерное представление напорных камер реакторов с помощью CFD–модуля, внедренного в новую версию кода КОРСАР/CFD как типовой элемент нодализационных схем, позволит Главному конструктору ВВЭР проводить прецизионные расчеты аварийных режимов с несимметричной работой петель теплообмена. Результаты таких расчетов будут использоваться для проверки и настройки многоканальных с поперечными связями моделей напорных камер, по которым проводится обоснование безопасности большинства режимов данного класса.

По результатам прямого численного моделирования турбулентных потоков в сборках стержней с треугольной упаковкой получено наилучшее совпадение рассчитанного коэффициента межъячеечного турбулентного перемешивания вдали от дистанционирующей решетки с данными корреляции Ким–Чанга. На основании этого факта корреляция Ким–Чанга была предложена автором для реализации в поканальной модели активной зоны ВВЭР кода

КОРСАР. Дополнительно введен коэффициент, учитывающий интенсификацию межъячеечного перемешивания вследствие турбулизирующего эффекта дистанционирующих решеток.

Методология и методы исследования

В диссертации для решения задач гидродинамики и теплообмена применяются методы математического моделирования, основанные на численном интегрировании систем дифференциальных уравнений сохранения массы, энергии и количества движения в потоке теплоносителя. Используются математические модели трех видов:

1. Одномерная двухжидкостная модель для многокомпонентного двухфазного потока в контурах циркуляции. В двухжидкостной модели процессы, которые являются следствием поперечных градиентов параметров, такие как тепловое и механическое межфазные взаимодействия, а также тепловые и механические взаимодействия фаз со стенками каналов учитываются посредством алгебраических источниковых членов в уравнениях сохранения. Источниковые члены вычисляются по полуэмпирическим замыкающим соотношениям в зависимости от режимов течения и теплообмена двухфазного потока.
2. Трехмерная CFD модель однофазного турбулентного потока, базирующаяся на решении усредненных уравнений Навье–Стокса в форме Рейнольдса. Влияние пульсаций параметров на характеристики потока учитываются при помощи замыкающих соотношений для турбулентных напряжений Рейнольдса (либо турбулентной вязкости).
3. Прямое численное моделирование турбулентных потоков. При прямом численном моделировании не требуются замыкающие модели для турбулентных напряжений. Турбулентные пульсации компонентов скорости и соответствующие им турбулентные напряжения получаются непосредственно из численного решения уравнений сохранения.

Дискретизация уравнений сохранения осуществляется методом контрольного объема на шахматной сетке для одномерной модели и на совмещенной сетке для CFD и DNS–моделей. При аппроксимации по пространству членов уравнений CFD–модели применяется метод обрезанных декартовых ячеек, а DNS–модели – метод обобщенных (криволинейных) координат.

Реализация моделей в разработанных программных комплексах КОРСАР, КОРСАР/CFD, DINUS осуществлялась по принципу поэтапного перехода от простого к сложному, то есть последовательного включения, тщательного тестирования и верификации численных алгоритмов и методик.

Положения, выносимые на защиту:

1. Методика расчета поведения неконденсирующихся газов в пароводяном теплоносителе, базирующаяся на использовании только физических законов без привлечения

дополнительных эмпирических коэффициентов, которая позволяет адекватно моделировать в широком диапазоне параметров многокомпонентные двухфазные потоки.

2. Полунеявная численная схема интегрирования уравнений сохранения многокомпонентной двухжидкостной модели и ее программная реализация в расчетном коде КОРСАР. При разработке численной схемы предложено несколько оригинальных алгоритмов:

–линеаризация неявных членов уравнений сохранения массы и энергии при наличии неконденсирующихся компонентов в пароводяном потоке;

–алгоритм компенсации численных дисбалансов массы, энергии фаз и массы компонентов в газовой фазе вследствие линеаризации нестационарных членов дискретных уравнений, обеспечивающий консервативность схемы;

–корректировка нефизичного перераспределения массы и энергии теплоносителя по расчетным ячейкам при изменении направления движения фаз за временной шаг, когда схема аппроксимации конвективных членов становится "антидонорной" по потоку;

–безытерационный метод расчета поля давления по расчетным ячейкам нодализационной схемы разветвленного контура циркуляции произвольной топологии.

3. Верификация модели межфазного тепломассообмена в присутствии неконденсирующихся компонентов расчетного кода КОРСАР по экспериментальным данным с пленочной конденсацией и испарением жидкой пленки в паровоздушных потоках и тестирование на задаче с выделением азота из перенасыщенного раствора воды.
4. Разработка трехмерного CFD–модуля для однофазного теплоносителя на основе метода обрезанных декартовых ячеек.
5. Методика объединения трехмерного CFD–модуля с одномерной двухжидкостной моделью контурной теплогидравлики по полунеявной мономатричной схеме.
6. Программная реализация CFD–модуля как типового элемента гибкой топологической схемы системного кода КОРСАР/CFD.
7. Верификация расчетного кода КОРСАР/CFD по режимам реакторной установки ВВЭР–1000 с несимметричной работой оборудования петель при моделировании напорной камеры реактора в трехмерной постановке с помощью CFD–модуля.
8. Расчетный код DINUS для прямого численного моделирования турбулентных потоков в тепловыделяющих сборках активной зоны реакторов, его тестирование и верификация.
9. Методика определения коэффициентов межъячеечного турбулентного перемешивания с учетом влияния дистанционирующих решеток в ТВС на основе расчетов по кодам класса DNS.

Достоверность результатов

Достоверность результатов, полученных в диссертационной работе, обеспечивается:

1. Использованием математических моделей, основанных на фундаментальных законах сохранения массы, энергии и количества движения в двухфазных и однофазных потоках.
2. Применением научно обоснованных физических моделей и численных алгоритмов.
3. Результатами тестирования и верификации разработанных расчетных кодов.
4. Методической проработкой решаемых задач, включающей проверку степени зависимости получаемых решений от расчетной сетки, постановки граничных условий и т.д.
5. Публикацией результатов в рецензируемых журналах и их обсуждением на ведущих российских и международных конференциях и семинарах.

Апробация диссертации

Результаты работы докладывались на:

- международных конференциях: "Теплофизические аспекты безопасности ВВЭР" (21–24 ноября 1995 г. и 26–29 мая 1998 г., г. Обнинск, РФ), International Conference on Nuclear Engineering (ICONE9, 8–12 апреля 2001 г., г. Ницца, Франция, ICONE11, 20–23 апреля 2003 г., г. Токио, Япония, ICONE14, 17–20 июля 2006 г., Майами, США), международных научно–технических конференциях "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР" (МНТК4, 23–26 мая 2005 г., МНТК5, 29 мая–1 июня 2007 г., МНТК6, 26–29 мая 2009 г., МНТК7, 17–20 мая 2011 г., МНТК8, 28–31 мая 2013 г., МНТК9, 19–22 мая 2015 г., МНТК10, 16–19 мая 2017 г., МНТК11, 21–24 мая 2019 г., г. Подольск, РФ), на симпозиумах AER (Atom Energy Research) по физике и безопасности реакторов ВВЭР (17ый симпозиум, 24–29 сентября 2007 г., г. Ялта, Украина и 24ый симпозиум, 14–18 октября 2014 г., г. Сочи, РФ), CFD4NRS–4 (CFD for Nuclear Reactor Systems) Workshop "The Experimental Validation and Applicaion CFD and CMFD Codes in Nuclear Reactor Technology" (10–12 сентября 2012 г., г. Тэджон, Корея), международной научно–практической конференции (МНПК) по атомной энергетике (2–7 октября 2017 г., г. Севастополь, РФ);
- российских конференциях: отраслевой конференции "Гидродинамика и безопасность АЭС" (28–30 сентября 1999 г., г. Обнинск), отраслевой конференции "Теплогидравлические коды для энергетических реакторов (разработка и верификация)" (29–31 мая 2001 г., г. Обнинск), всероссийских научно–технических конференциях "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР" (2ой, 19–23 ноября 2001 г. и 3^{ей}, 26–30 мая 2003 г., г. Подольск), научно–практической конференции молодых ученых и специалистов "КОМАНДА" (8 – 10 июня 2015 г., г. Санкт–Петербург);

– семинарах: Минатома РФ "Динамика энергоблоков атомных станций (проблемы управления и безопасности)" (30 мая–3 июня 1994 г., г. Сосновый Бор), по динамике ядерно–энергетических установок "Математическое и физическое моделирование ядерных реакторов и петлевых установок, проблемы верификации" (Минатом РФ, 9–13 сентября 1996 г., г. Димитровград), секции динамики "Математические модели для исследования и обоснования характеристик оборудования и ЯЭУ в целом при их создании и эксплуатации" (18–22 сентября 2000 г., г. Сосновый Бор), XIII школе–семинаре молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева "Физические основы экспериментального и математического моделирования процессов газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках" (20–25 мая 2001г., г. Санкт–Петербург), межотраслевом научно–техническом семинаре "Расчетные и экспериментальные исследования динамики ядерных энергетических установок на этапах жизненного цикла" (20–22 октября 2015 г., г. Сосновый Бор), межотраслевом научно–техническом семинаре "Моделирование динамики ЯЭУ" (5–7 июня 2018 г., г. Сосновый Бор).

Публикации

По теме диссертации ее автором опубликованы 53 работы, из них 20 – в реферируемых отечественных журналах из списка ВАК при Минобрнауки ("Теплоэнергетика", "Математическое моделирование", "Вопросы атомной науки и техники", "Технология обеспечения жизненного цикла ядерных энергетических установок"), одна – в зарубежном журнале "Kerntechnik" из базы данных и системы цитирования Scopus, 32 – в материалах международных и российских конференций, семинаров. Получено 3 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ (№ 2000610816, № 2005612500, № 2011613548).

Личный вклад автора

Личный вклад автора заключается в:

1. Разработке методики учета влияния неконденсирующихся газов в рамках одномерной двухжидкостной модели пароводяных потоков.
2. Программной реализации в расчетном коде КОРСАР полунеявной численной схемы интегрирования уравнений сохранения многокомпонентной двухжидкостной модели применительно к циркуляционным контурам произвольной топологии.
3. Верификации и тестировании методики учета влияния неконденсирующихся газов РК КОРСАР.
4. Руководстве и непосредственном участии:

4.1 при создании трехмерного CFD–модуля для моделирования однофазного теплоносителя на основе метода обрезанных декартовых ячеек;

4.2 при тестировании и верификации CFD–модуля.

5. Разработке и программной реализации полунеявной монoматричной схемы объединения 1D и 3D моделей и адаптации CFD–модуля как типового элемента в составе расчетного кода КОРСАР/CFD.
6. Верификации расчетного кода КОРСАР/CFD по экспериментам с перемешиванием теплоносителя в напорной камере реактора при ее трехмерном моделировании с помощью CFD–модуля и анализе результатов верификационных расчетов.
7. Разработке, тестировании и верификации расчетного кода DINUS для прямого численного моделирования турбулентных потоков через тепловыделяющие сборки реакторов с учетом влияния дистанционирующих решеток.
8. Разработке и апробации методики на основе прямого численного моделирования расчета коэффициента межъячеечного турбулентного перемешивания для ТВС активных зон реакторов.

Вынесенные на защиту оригинальные элементы методик и численных алгоритмов разработаны лично автором.

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения, списка сокращений и обозначений, списка литературы, трех приложений и списка иллюстраций. Диссертационная работа изложена на 277 страницах, содержит 18 таблиц, 121 рисунок. Список литературы включает 215 наименований.

Благодарности

Автор диссертационной работы выражает благодарность научному консультанту диссертации, д.т.н., начальнику Отдела Теплофизических Исследований (ОТФИ) ФГУП "НИТИ им. А.П. Александрова" Мигрову Юрию Андреевичу за поддержку автора и конструктивные замечания, сотруднику ОКБ "ГИДРОПРЕСС", к.т.н. Петкевичу Ивану Геннадьевичу за предоставление и подробное обсуждение файла входных данных для расчетного кода КОРСАР РУ с ВВЭР–1000.

Отдельно хотелось бы отметить сотрудников ОТФИ, принимавших участие под руководством автора диссертации в разработке, тестировании и верификации CFD–модуля кода КОРСАР/CFD:

– Чепилко Степана Сергеевича:

разработка генератора декартовых сеток и дифференциальных моделей турбулентных напряжений, построение расчетных сеток при тестировании и верификации модуля;

– Кастерина Дмитрия Сергеевича:
  программная реализация параллельных вычислений, декомпозиция области моделирования при проведении расчетов;
– Румянцева Сергея Николаевича:
  построение STL–файлов границ трехмерной области моделирования.

Генератор двумерных сеток для кода DINUS был создан сотрудником ОТФИ Донченко Денисом Николаевичем.

Автор благодарит сотрудницу ОТФИ Мартынову Ирину Яковлевну за неоценимую помощь в оформлении рукописи диссертации.

1 ОДНОМЕРНАЯ ДВУХЖИДКОСТНАЯ МОДЕЛЬ РК КОРСАР

1.1 Основные характеристики и этапы разработки РК КОРСАР

Основные характеристики теплогидравлического расчетного кода КОРСАР представлены в работах [31–36].

Назначение

Расчетный код КОРСАР предназначен для численного моделирования стационарных состояний, переходных и аварийных режимов реакторных установок с водо–водяными реакторами: ВВЭР и реакторами блочной интегральной компоновки (РБИК). РК КОРСАР обеспечивает сопряженное численное моделирование нестационарных нейтронно–физических и теплогидравлических процессов, протекающих в водо–водяных реакторах в эксплуатационных и аварийных режимах, с учетом поведения неконденсирующихся газов в теплоносителе и переноса жидкого поглотителя (борной кислоты) жидкой фазой.

Код может использоваться:

- при расчетном обосновании безопасности на всех стадиях жизненного цикла РУ с ВВЭР и РБИК;
- для проведения расчетов динамики РУ с ВВЭР и РБИК на стадиях проектирования и эксплуатации;
- для выполнения детерминистических расчетов переходных и аварийных режимов РУ с ВВЭР и РБИК применительно к вероятностным анализам безопасности;
- для моделирования теплогидравлических процессов в экспериментальных установках и стендах с водяным теплоносителем.

Функциональное наполнение

Основой функционального наполнения кода КОРСАР является блок расчета нестационарной контурной теплогидравлики. В этом блоке реализован алгоритм численного решения уравнений сохранения многокомпонентной двухжидкостной модели (вода, пар, неконденсирующиеся газы) в одномерном приближении.

Для обеспечения работоспособности блока контурной теплогидравлики в состав функционального наполнения входят два вспомогательных программных блока:

– расчет замыкающих соотношений теплогидравлической модели;
– расчет термодинамических свойств воды и парогазовой смеси.

Логической основой методики расчета замыкающих соотношений для определения межфазного и пристеночного трения, теплообмена на стенке и межфазного тепломассообмена служат согласованные между собой карты режимов течения и теплообмена двухфазных потоков.

При разработке программного модуля расчета термоднамических свойств воды и парогазовой смеси учтены требования полунеявной численной схемы двухжидкостной модели:

– необходимость расчета полного набора производных термодинамических потенциалов от термодинамических переменных как для водяной, так и для парогазовой фаз и обеспечение непрерывности этих производных во всем диапазоне изменения рассчитываемых переменных;
– обеспечение экстраполируемости свойств в области метастабильных состояний воды (перегретая вода) и пара (переохлажденный пар).

Для расчета нестационарного теплопереноса в твердых телах в сопряженной постановке используются:

– модуль расчета нестационарной теплопроводности в одномерном приближении (в направлении, перпендикулярном течению теплоносителя);
– блок расчета нестационарной теплопроводности в двухмерном приближении (добавляется направление вдоль течения теплоносителя).

Для расчета нестационарных нейтронно–физических процессов и остаточного тепловыделения в активной зоне в расчетном коде имеются:

– программный блок КАРТА, обеспечивающий трехмерное моделирование кинетики водо–водяного реактора;
– модуль расчета кинетики реактора в сосредоточенных параметрах (точечная модель).

В состав функционального наполнения РК КОРСАР входит набор специализированных программных модулей, обеспечивающих расчет нестационарных процессов в отдельных элементах оборудования (пароводяной сосуд под давлением, гидроаккумулятор, бак со свободным уровнем, центробежный насос, задвижка и т.д.). Специализированные программные модули включены во временной цикл интегрирования уравнений сохранения в блоке контурной теплогидравлики по явной схеме и определяют для них граничные условия.

<u>Этапы разработки</u>

В начале 90–х годов автором диссертации разработана программа ДЖИП (<u>**д**</u>вух<u>**жи**</u>дкостной <u>**п**</u>акет), в которой реализована полунеявная численная схема решения уравнений сохранения однокомпонентной двухжидкостной модели двухфазного потока для теплогидравлических систем произвольной топологии [37, 38]. Была проведена верификация программы по экспериментальным данным на интегральном стенде ИСБ–ВВЭР [39–42]. Главным недостатком программы ДЖИП являлось отсутствие гибкой топологии, когда решение разнообразных задач контурной теплогидравлики обеспечивается посредством файлов ввода исходных данных без перетрансляции расчетной программы на ЭВМ.

В 1995 г. руководством ФГУП "НИТИ им. А.П. Александрова" было принято решение о создании на базе программы ДЖИП расчетного кода КОРСАР, обладающего гибкой топологией. Работы по созданию кода начались в 1996 г. под руководством начальника отдела теплофизических исследований (ОТФИ) Мигрова Юрия Андреевича. За довольно короткий срок (1996 – 1997 г.г.) для обеспечения функционирования РК КОРСАР в режиме гибкой топологической схемы были разработаны номенклатура, принципы связей и спецификация типовых элементов нодализационных схем моделируемых объектов, а также структура информационного поля расчетного кода. Сотрудником ОТФИ Даниловым Ильей Геннадьевичем созданы программные средства DLC (**D**ata **L**anguage for **C**odes), с помощью которых формируется файл входных данных, содержащий информацию о топологии задачи и условия ее однозначности [43]. Общение пользователей с кодом осуществляется посредством специализированного, мнемоничного языка DLC. Разработанный и реализованный, как составная часть кода, интерпретатор языка DLC осуществляет обработку файла входных данных, их синтаксический и семантический контроль, выдает соответствующие диагностические сообщения и заполняет информационное поле. Информационное поле представляет собой набор COMMON–блоков, в которых по результатам обработки файла входных данных заносится исчерпывающая информация обо всех элементах нодализационной схемы, связях между элементами и об управляющих воздействиях в процессе решения задачи. Дополнительно программные средства DLC обеспечивают доступ к элементам информационного поля в процессе решения задачи.

К 2000 г. была завершена разработка первой версии расчетного кода КОРСАР/В1.1 [44], которая была аттестована в Госатомнадзоре в 2003 г. [45]. Она базируется на двухжидкостной модели пароводяного потока без учета влияния неконденсирующихся газов. Кинетика реактора рассчитывается по точечной модели. В 2005 г. была зарегистрирована версия РК КОРСАР/В2 с пространственной моделью кинетики реактора [46], а в 2009 г. – версия РК КОРСАР/ГП, в которой дополнительно учитывается динамика неконденсирующихся газов в блоке контурной теплогидравлики [47]. В 2009 г. РК КОРСАР/ГП аттестован в Ростехнадзоре [48]. К 2014 г., после добавления моделей явлений, специфических для активных зон и оборудования реакторных установок с реакторами блочной и интегральной компоновки (разработки АО "ОКБМ Африкантов"), создана и аттестована в Ростехнадзоре версия РК КОРСАР/BR [49].

С момента создания кода КОРСАР постоянно проводилась его верификация согласно матрицам явлений и экспериментов применительно к ВВЭР [50]. В процессе верификации использовались экспериментальные данные, полученные на локальных стендах [51–55], интегральных установках [56–58], натурных объектах [59–61], и сопоставление с данными расчетов по другим кодам [59, 62]. Результаты верификации обобщены в верификационных отчетах при аттестации кода в надзорных органах, например, [63].

1.2 Математическая постановка задачи для пароводяного потока

В РК КОРСАР модель динамики двухфазного пароводяного потока в циркуляционных контурах базируется на одномерном двухжидкостном приближении с равными давлениями фаз. Каждая фаза характеризуется параметрами, усредненными по сечению каналов, и описывается дифференциальными уравнениями сохранения массы, энергии и количества движения. В уравнениях сохранения не учитываются диффузионные процессы, связанные с градиентами параметров в направлении течения фазы. Процессы, которые являются следствием поперечных градиентов, такие как тепловые и механические межфазные взаимодействия, а также тепловые и механические взаимодействия фаз со стенками каналов учитываются в источниковых членах уравнений с использованием эмпирических замыкающих соотношений.

Необходимым условием устойчивости решения двухжидкостной модели является гиперболичность исходной системы дифференциальных уравнений сохранения. Предположение о равенстве давлений фаз может приводить к негиперболичности системы уравнений двухжидкостной модели (комплексным характеристическим направлениям). С целью гиперболизации системы в уравнения сохранения количества движения фаз вводятся дополнительные члены, содержащие производные от зависимых переменных, которые воздействуют на матрицу коэффициентов базисной системы уравнений и ее характеристические направления [2, 64]. В модели контурной теплогидравлики кода КОРСАР в качестве дополнительных членов используется динамическая составляющая силы присоединенных масс. Поскольку аналогичный подход реализован в коде RELAP5 и подробно описан в работе [8], при изложении материала диссертации для сокращения записи уравнений сохранения количества движения фаз и их дискретных аналогов члены, связанные с силами присоединенных масс, не учитываются.

В РК КОРСАР осуществлен новый подход к математическому моделированию дисперсно–кольцевого режима течения двухфазного потока, позволяющий в рамках двухжидкостной модели дифференцировать влияние пленки жидкости и взвешенных в газовом ядре капель на характеристики потока. При этом предполагается, что:

– капли переносятся со скоростью газа;

– температуры жидкой фазы в каплях и в пленке одинаковы;

– поток находится в состоянии динамического равновесия;

– объемная доля капель в ядре потока $\overset{*}{E}$ определяется из эмпирических корреляций по локальным теплогидравлическим параметрам теплоносителя.

При дисперсно–кольцевом режиме течения конвективные члены в уравнениях сохранения жидкой фазы разделяются на две составляющие, которые отражают перенос массы и энергии жидкой фазы вдоль канала пленкой и каплями, а уравнения сохранения количества движения записываются отдельно для газокапельного ядра и жидкой пленки. Скорость жидкой фазы в этом случае будет представлять собой в системе уравнений скорость жидкой пленки, а скорость газа – скорость газокапельного ядра, что позволяет в качестве замыкающих соотношений по трению пленки жидкости со стенкой каналов и межфазному трению газокапельного ядра и пленки использовать традиционные корреляции трехжидкостных моделей.

Данный подход подробно изложен в [65, 66] и кандидатской диссертации автора [67]. Поэтому в настоящей работе рассмотрена классическая система уравнений двухжидкостной модели, соответствующая остальным режимам течения двухфазного теплоносителя.

Уравнения сохранения массы, энергии газа (пара) и жидкости (воды) записываются в консервативной форме:

уравнения сохранения массы фаз

$$\frac{\partial(\varphi_p\rho_p)}{\partial t}+\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(\varphi_p\rho_p W_p A\right)=R_{m,p}; \tag{1.1}$$

уравнения сохранения энергии фаз

$$\frac{\partial(\varphi_p\rho_p h_p)}{\partial t}+\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(\varphi_p\rho_p h_p W_p A\right)-\varphi_p\left[\frac{\partial P}{\partial \tau}+W_p\frac{\partial P}{\partial z}\right]=R_{e,p}. \tag{1.2}$$

Уравнения сохранения количества движения фаз записываются в неконсервативной форме:

$$\varphi_p\rho_p\frac{\partial W_p}{\partial t}+\varphi_p\rho_p W_p\frac{\partial W_p}{\partial z}+\varphi_p\frac{\partial P}{\partial z}=R_{mom,p}. \tag{1.3}$$

В уравнениях (1.1)–(1.3) индекс "p"обозначает фазы, т.е. либо жидкость (индекс "f"), либо газ (индекс "g"); φ, h, W, ρ, P – объемная доля, удельная энтальпия, скорость, плотность фаз, давление (неизвестные переменные системы); t – время; z – координата; A – площадь проходного сечения; $R_{m,p}$, $R_{e,p}$ – источниковые члены, характеризующие изменение массы и энергии фаз в единицу времени и на единицу объема вследствие межфазного тепломассообмена, теплообмена со стенкой каналов, а также внешнего по отношению к моделируемой системе подвода массы и энергии (размерности $R_{m,p}$ – кг/м³/с, $R_{e,p}$ –Вт/м³). Источниковые члены $R_{mom,p}$ моделируют силы на единицу объема межфазного механического взаимодействия трением и путем обмена импульсом при массообмене, трения фаз со стенкой каналов и объемные силы (размерность $R_{mom,p}$ – Н/м³).

Для замыкания системы уравнений (1.1)–(1.3) добавляются термодинамические соотношения:

$$\rho_p = \rho_p\left(P, h_p\right) \tag{1.4}$$

и условие заполнения двухфазным потоком полного сечения канала: $\varphi_f + \varphi_g = 1$.

Для РК КОРСАР автором предложена модификация записи членов уравнений сохранения энергии фаз, представляющих работу сил сжатия. Конвективная составляющая выражается через производные потоков скалярных переменных по координате:

$$\varphi_p W_p \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{A}\frac{\partial\left(\varphi_p P W_p A\right)}{\partial z} - \frac{P}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(\varphi_p W_p A\right). \tag{1.5}$$

Как будет продемонстрировано в разделе 2.2 диссертации, такая форма записи упрощает разностную аппроксимацию членов методом контрольного объема на шахматной сетке.

Источниковые члены в уравнениях представляются в следующем виде:

$$R_{m,p} = \gamma_p + m_p; \tag{1.6}$$

$$R_{e,p} = h_{pi}\gamma_p - q_{pi} + q_{wp} - q_{wpi} + q_p + \overset{*}{h}_p m_p; \tag{1.7}$$

$$R_{mom,p} = \tau_{ip} + \left(W_i - W_p\right)\gamma_p - \tau_{wp} + \varphi_p \rho_p g_z + \varphi_p H_{pump}. \tag{1.8}$$

В соотношении (1.6) γ_p – интенсивность образования фаз в единице объема, m_p – расход поступления фаз из внешнего для моделируемого контура источника (стока) на единицу объема (впрыск, подпитка, течь и т.д.). Из условия сохранения массы на границе раздела фаз:

$$\gamma_g = -\gamma_f = \gamma,$$

где γ – интенсивность генерации пара в единице объема.

В выражении (1.7) для источниковых членов уравнений сохранения энергии приняты следующие дополнительные обозначения: h_{pi} – удельные энтальпии фаз на межфазной поверхности, q_{pi} – тепловые потоки от фаз к межфазной поверхности, q_{wp} – общие тепловые потоки от стенки к фазам, q_{wpi} – части тепловых потоков от стенки к межфазной поверхности на генерацию пара (все тепловые потоки на единицу объема), q_p – плотности энерговыделения в объеме фаз вследствие диссипации энергии потока, нейтронно–физических процессов или химических реакций и т.д., $\overset{*}{h}_p$ – удельные энтальпии фаз от внешних источников массы.

Удельные тепловые потоки представляются как произведение коэффициентов теплообмена на температурный напор, тогда:

$$q_{pi} = \alpha_{pi}\Pi_i\left(T_p - T_s\right)/A; \tag{1.9}$$

$$q_{wp} = \alpha_{wp}\Pi_{wp}\left(T_w - T_{wp}\right)/A, \tag{1.10}$$

где α_{pi}, α_{wp} – коэффициенты теплообмена фаз с межфазной поверхностью и со стенкой, T_p, T_w – температуры фаз и стенки, T_s – температура насыщения воды, которая принимается на межфазной поверхности, T_{wp} – температура фаз при теплообмене со стенкой (определяет температурный напор, принимается равной либо T_p, либо T_s), Π_i, Π_{wp} – периметры межфазной поверхности и контакта фаз со стенкой. Значение q_{wgi} полагается равным нулю, а часть теплового потока от стенки к жидкости на генерацию пара определяется как доля от общего потока $æ_f$ $\left(0 \le æ_f \le 1\right)$:

$$q_{wfi} = q_{wi} = æ_f q_{wf}. \tag{1.11}$$

Величина γ рассчитывается из условия энергетического баланса на межфазной поверхности:

$$\gamma = \frac{q_{fi} + q_{gi} + q_{wi}}{h_{gi} - h_{fi}}. \tag{1.12}$$

Следует отметить, что представленная модель межфазного тепломассобмена распространяется на случай метастабильного состояния фаз при перегреве воды $\left(T_f > T_s\right)$ и переохлаждении пара $\left(T_g < T_s\right)$. В этих ситуациях комплексы $\alpha_{pi}\Pi_i$ принимаются равными большим значениям $(\alpha\Pi)_{metp}$ (на условной межфазной границе).

Удельные энтальпии фаз от внешних источников массы и на межфазной поверхности рассчитываются по донорному принципу против потока:

$$\overset{*}{h}_p = \begin{cases} h_{pm}, & \text{если } m_p > 0 \\ h_p, & \text{если } m_p < 0; \end{cases} \tag{1.13}$$

$$h_{fi} = \begin{cases} h_f, & \text{если } \gamma > 0 \\ h_{fs}, & \text{если } \gamma < 0, \end{cases} \qquad h_{gi} = \begin{cases} h_{gs}, & \text{если } \gamma > 0 \\ h_g, & \text{если } \gamma < 0. \end{cases} \tag{1.14}$$

В соотношении (1.13) h_{pm} – задаваемые по условию задачи удельные энтальпии фаз, поступающих в контур от внешних источников, а h_{ps} в выражении (1.14) – удельные энтальпии фаз на линии насыщения. Определения h_{pi} по (1.14) базируется на следующих соображениях (см. рисунок 1.1). В случае генерации пара (γ>0) поток массы воды направлен к межфазной поверхности, поток массы пара (равный потоку массы воды) от межфазной поверхности, а при конденсации пара (γ<0) направление потоков массы противоположное. Такой подход к определению h_{pi} реализован в последних версиях кодов TRAC [6], RELAP5 [8]. Широко распространенное предположение $h_{pi} = h_{ps}$ может приводить к нефизичным результатам. Например, к перегреву паровой фазы при конденсации, что следует из уравнения сохранения энергии пара, записанного в неконсервативной форме:

$$\varphi_g \rho_g \frac{\partial h_g}{\partial \tau} + \ldots = \ldots - |\gamma| \cdot \left(h_{gs} - h_g\right) + \ldots \ .$$

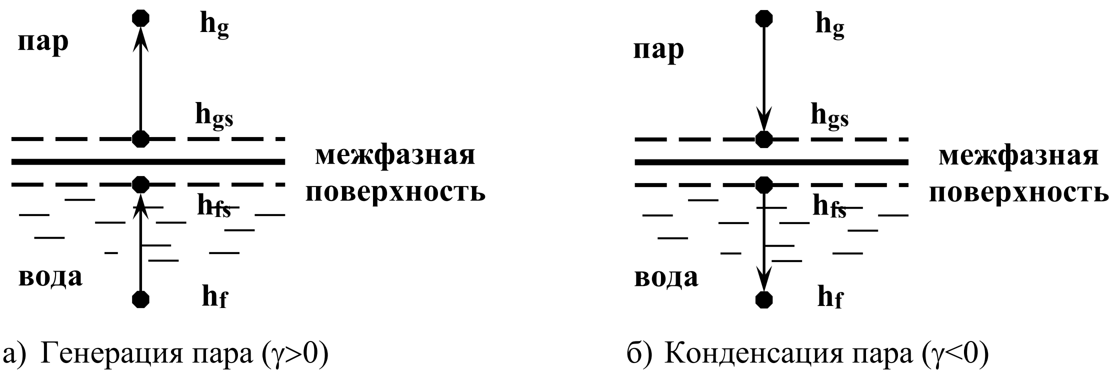


Рисунок 1.1 – Направления потоков массы фаз при межфазном массообмене

В источниковых членах уравнений сохранения количества движения фаз (1.8) τ_{ip}, τ_{wp} обозначают силы межфазного трения и трения фаз со стенкой каналов на единицу объема, W_i – скорость межфазной поверхности, g_z – проекция вектора ускорения свободного падения на координатную ось, H_{pump} – напор насоса на единицу длины. Силы трения записываются по соотношениям Дарси:

$$\tau_{ig} = -\tau_{if} = \lambda_i \Pi_i \rho_c \left| W_f - W_g \right| \left(W_f - W_g \right) / (8A), \tag{1.15}$$

$$\tau_{wp} = \lambda_{wp} \Pi_{wp} \rho_p \left| W_p \right| W_p / (8A), \tag{1.16}$$

в которых λ_i, λ_{wp} – коэффициенты межфазного трения и трения фаз со стенкой, ρ_c – плотность несущей фазы. В силы трения фаз со стенкой (1.16) добавляются члены по формуле Дарси, учитывающие потери давления на местных сопротивлениях.

Скорость межфазной поверхности W_i в составляющих $R_{mom,p}$, описывающих обмен количеством движения фаз при массообмене, рассчитывается по соотношению:

$$W_i = \begin{cases} W_f \ , & \text{если} \ \ \gamma > 0 \\ W_g \ , & \text{если} \ \ \gamma < 0 \ , \end{cases} \tag{1.17}$$

то есть полагается, что сгенерированный пар обладает скоростью воды, а сконденсированная вода – скоростью пара.

Значения коэффициентов в выражениях (1.9)–(1.11), (1.15), (1.16) $\alpha_{pi}\Pi_i$, $\alpha_{wp}\Pi_{wp}$, $æ_f$, $\lambda_i\Pi_i$, $\lambda_{wp}\Pi_{wp}$ зависят от режимов течения двухфазного потока, а также от режимов теплообмена со стенкой, и определяются по эмпирическим замыкающим соотношениям.

1.3 Замыкающие соотношения

Автор диссертации внес определяющий вклад в обоснование и выбор замыкающих соотношений для теплогидравлической модели РК КОРСАР на основе анализа, модификации приведенных в литературе методик и корреляций, что отражено в работах [65, 66, 68–71].

Карты режимов

Карты течения представлены отдельно для горизонтального и вертикального каналов шестью основными режимами: пузырьковым, снарядным, дисперсно–кольцевым, дисперсным, расслоенным и обращенным кольцевым. Однофазная жидкость и однофазный газ рассматриваются как частные случаи пузырькового и дисперсного режимов, соответственно. Карта теплообмена со стенкой учитывает следующие режимы: конвективный теплообмен к жидкости, докризисное кипение, пленочное кипение, дисперсный режим и конденсация пара на стенке (пленочная конденсация). Между основными режимами течения и теплообмена со стенкой реализованы переходные области, в которых производится "сшивка" между коэффициентами, определенными в базовых режимах.

Карта режимов течения для горизонтальных каналов представлена в координатах (φ, F) на рисунке 1.2а, где φ – объемная доля газосодержания, F – модифицированное число Фруда, определяющее условие возникновения расслоенного режима течения в горизонтальном трубопроводе [65, 68]:

$$F = \frac{\left| j_g - 1.5 j_f / X^{0.85} \right|}{\sqrt{gD}} \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_f - \rho_g}} \ , \tag{1.18}$$

а для вертикальных каналов – в координатах (φ, δ_{CHF}) на рисунке 1.2б, где δ_{CHF} – критерий перехода к закризисным по теплообмену режимам течения:

$$\delta_{CHF} = \frac{T_w - T_{cr}}{T_{min} - T_{cr}} \ . \tag{1.19}$$

В выражении (1.18): X – параметр Локкарта–Мартинелли, j – приведенная скорость, D – эквивалентный диаметр канала. В выражении (1.19) T_{cr}, T_{min} – критическая температура (соответствующая критическому тепловому потоку) и минимальная температура устойчивого пленочного кипения, соответственно. Критическая температура определяется из итерационного решения уравнения:

$$q_{cr} = \alpha(T_{cr})(T_{cr} - T_f),$$

где α – коэффициент теплообмена при докризисном кипении, q_{cr} – плотность критического теплового потока. Минимальная температура устойчивого пленочного кипения рассчитывается по соотношению Греневельда–Стюарта [10].

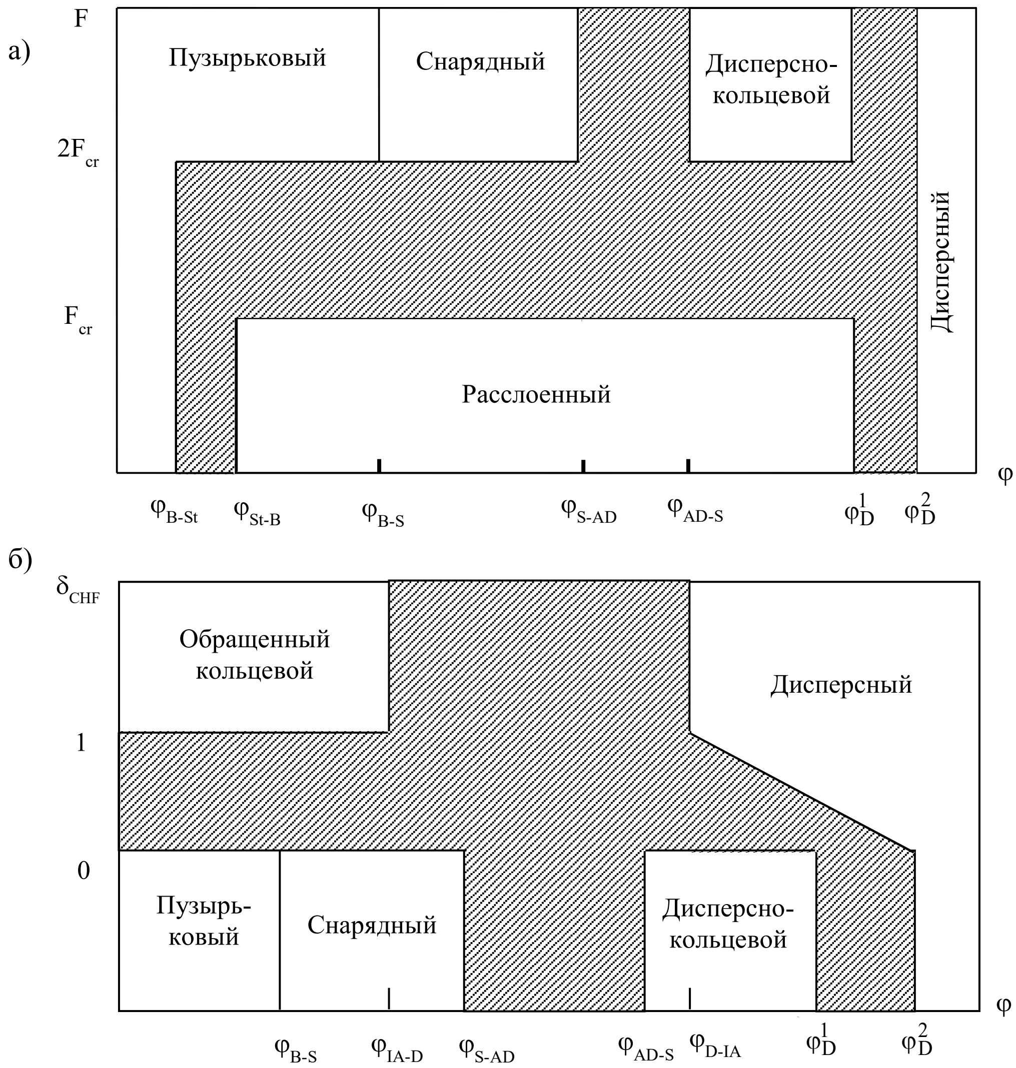


Рисунок 1.2 – Режимы течения теплоносителя в каналах

а) горизонтальный канал б) вертикальный канал

На рисунке 1.2 $\varphi_{B\text{–}St}$, $\varphi_{St\text{–}B}$, $\varphi_{B\text{–}S}$, $\varphi_{S\text{–}AD}$, $\varphi_{AD\text{–}S}$, φ^1_D, φ^2_D, $\varphi_{IA\text{–}D}$, $\varphi_{D\text{–}IA}$ – граничные объемные газосодержания перехода от одного режима течения к другому; $F_{cr}(X)$ – критическое число Фруда, определяющее границу области существования расслоенного режима.

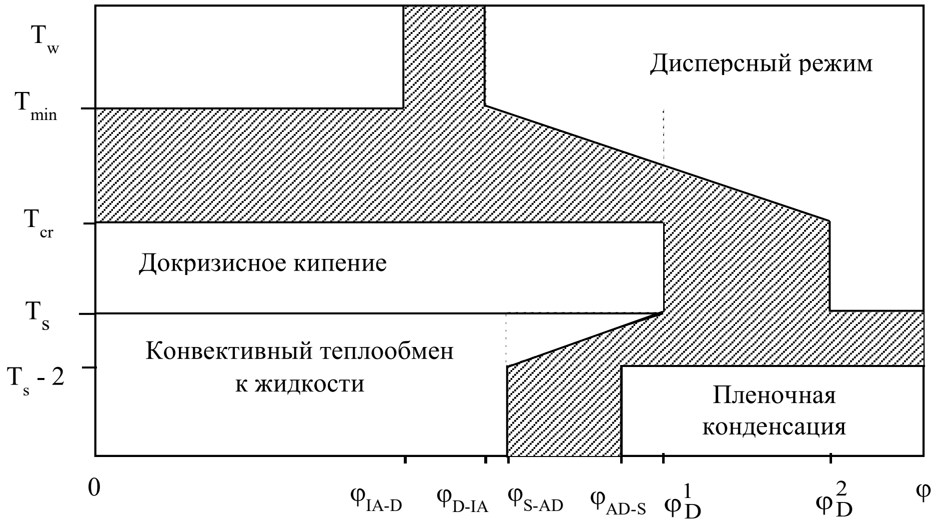


Рисунок 1.3 – Карта режимов теплообмена со стенкой

Отметим, что в РК КОРСАР критерий существования расслоенного режима течения двухфазного потока в горизонтальных трубах выражен через приведенные скорости фаз (консервативные характеристики потока) на основе модернизированного критерия Тейтеля–Даклера, что обеспечивает устойчивое численное решение при смене режима:

$$F = F(j_f, j_g, X) < F_{cr} = F_{cr}(X). \tag{1.20}$$

Приведение модифицированного критерия Тейтеля–Даклера к виду (1.20) реализовано согласно методике [72]. Модифицированный критерий Тейтеля–Даклера был усовершенствован в области низких газосодержаний по экспериментальным данным для водо–воздушных и паро–водяных потоков в широком диапазоне изменения определяющих параметров.

Карта режимов теплообмена со стенкой канала изображена на рисунке 1.3 в координатах (φ,T_W). Карты режимов течения и теплообмена согласованы между собой по граничным объемным газосодержаниям.

Межфазное трение

Замыкающие соотношения по межфазному трению для различных режимов течения приведены в таблице 1.1.

Для расчета механического взаимодействия фаз в пузырьковом и снарядном режимах течения в коде КОРСАР, как и в большинстве зарубежных теплогидравлических кодах улучшенной оценки, используется адаптированная модель потока дрейфа [8, 11]. Согласно этой модели:

$$\tau_{ig} = \varphi_g \varphi_f^3 \frac{\rho_f}{C_m^2 L_m} \left[c_0 W_f - \frac{1 - c_0 \varphi_g}{\varphi_f} W_g \right]^2,$$

где c_0 – параметр распределения; L_m, C_m – характерный размер и константа различных зависимостей скорости дрейфа газовой фазы $W_{g,j}$, которые можно представить в следующем обобщенном виде:

$$W_{gj} = C_m \left[g \cdot \left(\rho_f - \rho_g \right) \cdot L_m / \rho_f \right]^{0.5}.$$

При малых газосодержаниях $W_{g,j}$ рассчитывается по корреляции для скорости дрейфа одиночного пузыря [73]. При больших газосодержаниях для каналов малого диаметра скорость дрейфа определяется по соотношению [74], автоматически учитывающему влияние геометрии проходного сечения канала (труба, кольцевой канал, сборка стержней) на скорость всплытия снарядов. Для каналов большого диаметра скорость дрейфа газовой фазы вычисляется по модернизированной зависимости Лабунцова [75] с учетом влияния взаимодействия пузырьков и микродвижения вязкой жидкости вокруг больших пузырей и снарядов [11, 76].

В этих режимах соотношение (1.15) переписывается в виде:

$$\tau_{ig} = \lambda_i \Pi_i \rho_f \left| C_f W_f - C_g W_g \right| \left(C_f W_f - C_g W_g \right) / (8A),$$

где $\lambda_i \Pi_i = \varphi_g \varphi_f^3 / \left(C_m^2 L_m \right)$, $C_f = c_0$, $C_g = \left(1 - c_0 \varphi_g \right) / \varphi_g$.

В дисперсно–кольцевом режиме течения коэффициент межфазного трения определяется по модифицированной корреляции Уоллиса [73, 77]. В случае моделирования ограничения противоточного движения фаз по коду КОРСАР коэффициент межфазного трения в дисперсно–кольцевом режиме течения увеличивается при приближении к кривой захлебывания согласно методике [70].

В дисперсном режиме взаимодействие фаз сводится к механическому взаимодействию капель с паровым потоком. Коэффициент межфазного трения определяется по зависимости для расчета сопротивления при обтекании потоком сферических частиц [2].

В расслоенном режиме течения в горизонтальных каналах коэффициент межфазного трения определяется по зависимостям для расчета трения газа о твердую стенку λ_{wg} с поправкой на волнообразование на межфазной поверхности. Коэффициент "K" (см. таблицу 1.1) рассчитывается по усовершенствованной методике [78]. Суть усовершенствования состоит в учете в предлагаемых корреляциях критерия образования волн на межфазной поверхности на основе теории Кельвина–Гельмгольца [79], что позволило расширить область применения методики как по давлению, так и по диаметру каналов [65, 68].

Механизм межфазного трения в обращенном кольцевом режиме определяется числом Рейнольдса Re_g. При малых числах $Re_g \le 500$ межфазная поверхность гладкая и реализуется ламинарный режим течения газовой пленки. При $Re_g \ge 1500$ определяющее влияние на трение оказывает «шероховатость» межфазной поверхности ε. Для ее расчета используется модель Нелсена–Унала, заложенная в коде TRAC [6].

Таблица 1.1 – Замыкающие соотношения по межфазному трению

Режим течения	Замыкающие соотношения
Пузырьковый, снарядный	Модель потока дрейфа
Дисперсно–кольцевой	$\lambda_i = \frac{0.316}{Re_g^{0.25}}\left(1+150\frac{2\delta_f}{D}\right)$; $\Pi_i = \pi(D-2\delta_f)$; $Re_g = \frac{\rho_g W_g (D-2\delta_f)}{\mu_g}$; $\delta_f = \frac{D}{2}\left[1-\sqrt{\varphi_g + \overset{*}{E}\varphi_f}\right]$ – толщина жидкой пленки
Дисперсный	$\lambda_i = 0.4 + \frac{24}{Re_d} + \frac{4}{\sqrt{Re_d}}$; $\Pi_i = 6\varphi_f\, A/D_d$; $Re_d = \rho_g \lvert W_g - W_f \rvert D_d/\mu_g$; D_d – диаметр капель, рассчитывается по соотношениям [6]
Расслоенный	$\lambda_i = \lambda_{wg} K$; $\Pi_i = D\sin\theta$; θ – угол раскрытия сегмента жидкой фазы; $K = \begin{cases} 1 & \text{при } \Delta W_{gf} \le \Delta W_{cr} \\ 1+15\bar{h}_f^{-0.5}\left[\frac{\Delta W_{gf}}{\Delta W_{cr}}-1\right] & \text{при } \Delta W_{gf} > \Delta W_{cr} \end{cases}$; $\Delta W_{gf} = \lvert W_g - W_f \rvert$; $\bar{h}_f$ – относительная высота сегмента жидкой фазы; $\Delta W_{cr} = \sqrt{2\left(1+\frac{\rho_g}{\rho_f}\right)}\sqrt{\frac{g(\rho_f-\rho_g)}{\rho_g}}L$; L – длина Лапласа
Обращенный кольцевой	$\lambda_i = \begin{cases} 64/Re_g, & \text{при } Re_g \le 500 \\ \left[1.74 - 2\lg\left(\frac{2\varepsilon}{D}\right)\right]^{-2}, & \text{при } Re_g \ge 1500 \end{cases}$; $\Pi_i = \Pi$; $\varepsilon = \min\left[\frac{D}{2}, 73.52 L^{1/2} N_\mu^{1/3}\right]$; N_μ – комплекс вязкости; $Re_g = \rho_g \lvert W_g - W_f \rvert \cdot 2\delta_g/\mu_g$; $\delta_g = \varphi_g\, A/\Pi$ – толщина газовой пленки

Трение фаз со стенкой канала

Замыкающие соотношения для расчета трения фаз со стенкой представлены в таблице 1.2.

В пузырьковом, снарядном и дисперсном режимах течения в коде КОРСАР используется модифицированная модель Локкарта–Мартинелли [8] (уточнены корреляции для расчета коэффициента "С").

В дисперсно–кольцевом, расслоенном и обращенном кольцевом режимах течения применяются модели раздельного трения фаз.

Таблица 1.2 – Замыкающие соотношения по трению двухфазного потока со стенкой

Режим течения	Замыкающие соотношения
Пузырьковый, снарядный, дисперсный	$\lambda_{wp}\Pi_{wp}/A = \varphi_{wp}\ Y\Pi/\left(\rho_p W_p^2\right)$; $Y = \Phi_f + \Phi_g + C\sqrt{\Phi_f \Phi_g}$; $\Phi_p = \lambda\left(Re_p\right)\rho_p j_p^2$; $\varphi_{wf} = 1$, $\varphi_{wg} = 0$ для пузырькового и снарядного режимов; $\varphi_{wf} = 0$, $\varphi_{wg} = 1$ для дисперсного режима; $\lambda\left(Re_p\right)$ – зависимость для однофазных потоков; $Re_p = \rho_p \left\|j_p\right\| D/\mu_p$; $C = \max(2, C_1(B) \cdot C_2(\rho W))$; $C_1 = 50/\left(24B^{2/3} + 1\right)$; $C_2 = 1.07\exp(-\rho W/3000)$; $B = \frac{\rho_g}{\rho f}\left(\frac{\mu_f}{\mu_g}\right)^{0.2}$ – параметр Барокши
Дисперсно–кольцевой	$\lambda_{wf} = \max\left(\frac{64}{Re_f}, \frac{0.316}{Re_f^{0.25}}\right)$; $\lambda_{wg} = 0$; $\Pi_{wf} = \Pi$; $Re_f = \frac{\rho_f \left\|W_f\right\| D_f}{\mu_f}$; $D_f = \left(1 - \overset{*}{E}\right)\varphi_f D$
Расслоенный	$\lambda_{wp} = \max\left(\frac{64}{Re_p}, \frac{0.316}{Re_p^{0.25}}\right)$; $Re_p = \rho_p \left\|W_p\right\| D_p/\mu_p$; $D_g = \frac{\pi\varphi_g D}{\theta + \sin\theta}$; $D_f = \frac{\pi\varphi_f D}{\pi - \theta}$; $\Pi_{wg} = \theta D$; $\Pi_{wf} = (\pi - \theta)D$
Обращенный кольцевой	$\lambda_{wf} = 0$; $\lambda_{wg} = \lambda\left(Re_g\right)$– зависимость для однофазных потоков; $Re_g = \rho_g \left\|W_g\right\| 2\delta_g/\mu_g$; $\Pi_{wg} = \Pi$

Межфазный теплообмен

В пузырьковом, снарядном, дисперсно–кольцевом и расслоенном режимах течения при перегреве жидкой фазы $(T_f > T_s)$ используются корреляции, заимствованные из методики расчета французского кода CATHARE [10]. Обоснование этих корреляций было выполнено на представительном банке экспериментальных данных по истечению вскипающего теплоносителя из сосудов через длинные каналы. В дисперсном режиме при $T_f > T_s$ и во всех режимах при переохлаждении пара $\left(T_g < T_s\right)$ предполагается, что межфазный теплообмен достаточно интенсивный, чтобы удерживать фазы на линии насыщения:

$$(\alpha\Pi)_{metp} = \varphi_p C_{pp}\rho_p\ A/\tau,$$

где C_{pp} – удельная теплоемкость фазы p при постоянном давлении, τ – малая постоянная времени порядка 10^{-3}с.

Основные замыкающие соотношения, реализованные в коде КОРСАР для расчета интенсивности межфазного теплообмена при стабильном термодинамическом состоянии фаз, представлены в таблице 1.3. В таблице λ_p, Pr_p – коэффициент теплопроводности и число Прандтля фаз, соответственно.

Межфазный теплообмен при конденсации пара в объеме недогретой жидкости в пузырьковом режиме течения определяется по известной зависимости Мэингер [6, 80], а периметр межфазной поверхности определяется в предположении сферической формы пузырьков. Средний диаметр пузырьков принимается минимальным из рассчитанных по трем условиям:

– дробления вследствие движения пузырька относительно жидкой фазы (только для вертикальных каналов);
– дробления пузырьков в турбулентном потоке жидкости [81];
– ограничения размера пузырька характерной длиной Лапласа [6, 10].

Скорость скольжения пузырька W_{Rb} определяется по модели потока дрейфа, используемой при расчете межфазного трения.

Снарядный режим течения рассматривается как движение крупных снарядов, почти полностью занимающих проходное сечение канала, которые чередуются с жидкими пробками, содержащими мелкие пузыри. Межфазный теплообмен в снарядном режиме включает в себя теплообмен на межфазной поверхности мелких пузырей $(\alpha_{fi}\Pi_i)_b$ и снарядов $(\alpha_{fi}\Pi_i)_s$ [82]. Объемная доля снарядов в канале φ_{gs} связана с объемной долей мелких пузырей в жидких пробках φ_{gb} соотношением:

$$\varphi_{gs} = (\varphi_g - \varphi_{gb})/(1 - \varphi_{g_b}).$$

По аналогии с кодом RELAP5 [8] полагается, что φ_{gb} экспоненциально убывает от φ_{B-S} до нуля с увеличением газосодержания от φ_{B-S} до φ_{AD-S}.

Величина $(\alpha_{fi}\Pi_i)_b$ в таблице 1.3 рассчитывается по соотношениям для пузырькового режима, в которых вместо φ_g используется φ_{gb}.

Как показали исследования Катаока и Иши [6], снаряды могут устойчиво существовать в виде длинных пузырей, занимающих большую часть проходного сечения, только в трубах, диаметр которых меньше критического, равного $D_{cr} = 50L$ (L– длина Лапласа), а в трубах большого диаметра ($D > D_{cr}$) снаряды разрушаются на большие пузыри в виде колпачков, диаметр основания которых приблизительно равен $0.9D_{cr}$.

Таблица 1.3 – Замыкающие соотношения по межфазному теплообмену

Режим течения	Замыкающие соотношения
пузырьковый	$\alpha_{fi} = \frac{\lambda_f}{D_b} 0.185 \cdot Re_b^{0.7} \cdot Pr_f^{0.5}$; $Re_b = \frac{\rho_f \lvert W_{Rb} \rvert \cdot D_b}{\mu_f}$; $\Pi_i = \frac{3.6 \cdot \varphi_g}{D_b} \cdot A$; Средний диаметр пузырька: $D_b = \min(D_{b1}, D_{b2}, D_{b3})$; $D_{b1} = \frac{We_{cr} \cdot \sigma}{\rho_f W_b^2}$; $We_{cr} = 7.5$ (для вертикального канала); $W_b = \frac{1.53}{\varphi_f} \cdot \sqrt{\frac{g(\rho_f - \rho_g) \cdot L}{\rho_f}}$; $D_{b2} = 4.94 \frac{\sigma^{0.6} \cdot D^{0.4}}{\rho_f^{0.6} \cdot \lvert j \rvert^{1.2}} \cdot \left(\frac{\rho_f}{\rho_g}\right)^{0.2}$; $D_{b3} = 2L$
снарядный	$\alpha_{fi}\Pi_i = (\alpha_{fi}\Pi_i)_b \cdot (1 - \varphi_{gs}) + (\alpha_{fi}\Pi_i)_s \cdot \varphi_{gs}$ Трубы малого диаметра: $(\alpha_{fi})_s = \frac{\lambda_f}{2\delta_f} \cdot 0.023 \cdot Re_f^{0.8} \cdot Pr_f^{0.4}$; $Re_f = \rho_f \lvert W_{Rb} \rvert \cdot 2\delta_f / \mu_f$; $\delta_f = 0.06 \cdot D$; $(\Pi_i)_s = 4.5 A/D$. Трубы большого диаметра: $(\alpha_{fi})_s$ равен α_{fi} в пузырьковом режиме при $D_b = 0.9D_{cr}$; $(\Pi_i)_s = 16A/D_{cr}$
дисперсно–кольцевой	$\alpha_{fi}\Pi_i = \left[(\alpha_{fi})_f + (\alpha_{fi})_d\right] \cdot \Pi_i$; $(\alpha_{fi})_f = \frac{\lambda_f}{2\delta_f} \cdot \max\left(4,\ 0.023 \cdot Re_f^{0.8} \cdot Pr_f^{0.4}\right)$; $Re_f = \rho_f \lvert W_g - W_f \rvert / \mu_f$; $(\alpha_{fi})_d = C_{pf} (\rho W)_d$; $(\rho W)_d = 0.15 \rho_f \overset{*}{E} \varphi_f \Big/ \left(\varphi_g + \overset{*}{E} \varphi_f\right)$; $\alpha_{gi}\Pi_i = (\alpha_{gi})_f \Pi_i + (\alpha_{gi})_d (\Pi_i)_d$; $(\alpha_{gi})_f = \frac{\lambda_g}{(D - 2\delta_f)} \cdot \max\left(4,\ 0.023 \cdot Re_g^{0.8} \cdot Pr_g^{0.4}\right)$; $Re_g = \frac{\rho_g \lvert W_g - W_f \rvert \cdot (D - 2\delta_f)}{\mu_g}$; $(\alpha_{gi})_d = \frac{\lambda_g}{D_d} \cdot \left(2 + 0.74 \cdot Re_d^{0.5} \cdot Pr_g^{0.33}\right)$; $Re_d = \rho_g \cdot W_{Rd} \cdot D_d / \mu_g$; $(\Pi_i)_d = 6 \cdot \overset{*}{E} \varphi_f \cdot A \big/ D_d$
расслоенный	$\alpha_{fi} = (\alpha_{fi})_c + \sqrt{[(\alpha_{fi})_c]^2 + (\alpha_{fi})_{fr}^2}$; $(\alpha_{fi})_c = \frac{0.0072 \cdot Ja}{Pr_f} \cdot \rho_f \cdot C_{pf} \cdot \lvert W_g - W_f \rvert$; $(\alpha_{fi})_{fr} = 0.12 \cdot \sqrt{\frac{\lambda_i \rho_g}{2Pr_f \cdot \rho_f}} \cdot \rho_f \cdot C_{pf} \cdot \lvert W_g - W_f \rvert$; $\alpha_{gi} = \frac{\lambda_g}{D_g} \cdot \max\left(4,\ 0.023 \cdot \sqrt{K} \cdot Re_g^{0.8} \cdot Pr_g^{0.4}\right)$

Продолжение таблицы 1.3

дисперсный	$\alpha_{gi} = \frac{\lambda_g}{D_d} \cdot \left(2 + 0.74 \cdot Re_d^{0.5} \cdot Pr_g^{0.33}\right)$; $Re_d = \frac{\rho_g \left\|W_g - W_f\right\| \cdot D_d}{\mu_g}$
Обращенный кольцевой	$\alpha_{gi} = \alpha_{fi} = \alpha_{wg}$; $\Pi_i = \Pi \cdot \sqrt{1 - \varphi_g}$

Соответственно, в трубах малого диаметра периметр межфазной поверхности снарядов рассчитывается по соотношению Ишии $(\Pi_i)_s = 4.5A/D$, а коэффициент межфазного теплообмена определяется в предположении, что жидкость сосредоточена у стенки в виде пленки, как в кольцевом режиме течения. В трубах большого диаметра этот коэффициент определяется по зависимости Мэингера, как для пузырей, диаметр которых принимается равным $D_b = 0.9D_{cr}$. Периметр межфазной поверхности для колпачкообразных пузырей вычисляется по методике, реализованной в коде TRAC.

В дисперсно–кольцевом режиме течения межфазный теплообмен со стороны недогретой до насыщения жидкой фазы определяется двумя механизмами:

– конвективным теплообменом между пленкой жидкости и парокапельным ядром;
– массообменом между пленкой и каплями.

Плотность потока осаждения капель $(\rho W)_d$ рассчитывается при этом по зависимости Хьюитт [83] в приближении динамического равновесия (т.е. интенсивность срыва капель с пленки равна интенсивности их осаждения на пленку). Периметр же межфазной поверхности принимается равным периметру внутренней поверхности пленки.

В расслоенном режиме при конденсации коэффициент теплообмена со стороны жидкой фазы определяется по методу аналогии между процессами массообмена при абсорбции газов и теплообмена [84]. Он представляет собой комбинацию коэффициентов межфазного теплообмена вследствие межфазного трения $(\alpha_{fi})_{fr}$ и обмена импульсом при конденсации $(\alpha_{fi})_c$.

Теплообмен пара с межфазной поверхностью в дисперсно–кольцевом режиме течения находится как сумма межфазного теплообмена между паром и пленкой и между паром и каплями. Скорость скольжения капель относительно пара W_{Rd} определяется согласно модели потока дрейфа по корреляции, заимствованной из кода TRAC [6]. Межфазный теплообмен между паром и каплями рассчитывается по зависимости для теплообмена сферических частиц, обтекаемых потоком газа [2].

В расслоенном режиме течения при расчете коэффициента теплообмена со стороны пара коэффициент "K" учитывает интенсификацию теплообмена вследствие образования волн на межфазной поверхности. Этот коэффициент рассчитывается по зависимости, изложенной при описании замыкающих соотношений по межфазному трению.

В обращенном кольцевом режиме при моделировании межфазного теплообмена по рекомендации авторов работы [85] полагается равенство коэффициентов теплообмена на стенке и на межфазной поверхности.

Для диспергированной фазы (паровой в пузырьковом и снарядном режиме, водяной в дисперсном режиме) коэффициент межфазного теплообмена определяется из решения задачи теплопроводности в сфере: $\alpha_{pi} = 16\lambda_p / D_p$.

Теплообмен фаз со стенкой канала

В области докризисных режимов теплообмена (докризисное кипение, конвективный теплообмен к жидкости, пленочная конденсация) предполагается, что со стенкой обменивается теплом только жидкая фаза, и $\alpha_{wg} = 0$. В закризисных режимах (пленочное кипение, дисперсный режим) тепло со стенки передается как к жидкой, так и к газовой фазам.

В режиме докризисного кипения α_{wf} рассчитывается по зависимости Чена, модифицированной в целях её распространения на режим поверхностного кипения. Доля тепла от стенки, идущая на генерацию пара, определяется по методике Саха–Зубера [2, 6, 8]. Такой подход широко применяется в расчетных кодах улучшенной оценки.

В режиме конвективного теплообмена к жидкости коэффициент теплообмена определяется составляющей макроконвекции в соотношении Чена. При этом в РК КОРСАР предполагается, что тепловой поток от стенки идет на изменение удельной энтальпии жидкости, а конденсация пара осуществляется через межфазный теплообмен в недогретой жидкости.

В случае больших газосодержаний $\left(\varphi_g > \varphi_{AD-S}\right)$ конденсация водяного пара на стенке происходит с образованием пристенной пленки конденсата. Режим течения двухфазного потока при конденсации кольцевой или дисперсно–кольцевой. При пленочной конденсации считается, что все отводимое к стенке тепло идет на конденсацию пара. Коэффициент теплообмена при ламинарном течении пленки определяется ее термическим сопротивлением δ_f / λ_f, а при турбулентном режиме рассчитывается по составляющей макроконвекции в зависимости Чена.

Для расчета теплообмена к паровой пленке при пленочном кипении используется соотношение, предлагаемое авторами работы [85], которое основано на зависимости Кэйса для теплопередачи между параллельными пластинами в предположении, что $\alpha_{gi} = \alpha_{wg}$. Кроме того, в этом режиме учитывается лучистый теплообмен между стенкой и жидкой фазой, полностью идущий на генерацию пара:

$$q_{wr} = \sigma_B \varepsilon \left(T_w^4 - T_s^4\right),$$

где σ_B – постоянная Стефана–Больцмана, ε – степень черноты стенки.

В дисперсном режиме в коде КОРСАР учитываются следующие механизмы теплообмена [86–88]:

– конвективный теплообмен пара со стенкой (при вынужденной α_{wgf} и естественной α_{wgn} конвекции);
– поток тепла к каплям жидкости, испаряющимся в пристенном слое q_{wf1};
– тепловой поток к каплям при их контакте со стенкой q_{wf2};
– лучистый теплообмен капель со стенкой q_{wr}.

Таблица 1.4 – Зависимости по расчету теплообмена на стенке

Режим теплообмена	Замыкающие соотношения
Докризисное кипение	Зависимость Чена, методика Саха–Зубера
Конвективный теплообмен к жидкости	$\alpha_{wf} = \alpha_{wc} \cdot F$; $\alpha_{wc} = \dfrac{\lambda_f}{D}\max\left(3.66, 0.023 Re_f^{0.8} Pr_f^{0.4}\right)$; $Re_f = \rho_f \lvert j_f \rvert \cdot D / \mu_f$; $F = \max\left(1, 2.35(X + 0.213)^{0.736}\right)$
Пленочная конденсация	$\alpha_{wf} = \max(\lambda_f / \delta_f, \alpha_{wc} \cdot F)$
Пленочное кипение	$\alpha_{wg} = \dfrac{\lambda_g Nu_g}{2\delta_g} \Bigg/ \left(1 - \dfrac{T_g - T_s}{T_w - T_g} \cdot \theta\right)$; $Nu_g = Nu_g\left(Re_g, Pr_g\right)$; $\theta = \theta\left(Re_g, Pr_g\right)$ $\alpha_{wf} = q_{wr} / (T_w - T_f)$; $q_{wr} = \sigma_B \varepsilon \left(T_w^4 - T_s^4\right)$
Дисперсный	$\alpha_{wg} = \max\left(\alpha_{wgf}; \alpha_{wgn}\right)$ $\alpha_{wgf} = \max\left(3.66,\ 0.023 \cdot Re_{gw}^{0.8} \cdot Pr_{gw}^{0.4}\right)$; $Re_{gw} = \rho_g \lvert j \rvert \cdot D / \mu_{gw}$; $\alpha_{wgn} = \max\left[0.401 \cdot \left(Gr_g \cdot Pr_g\right)^{0.25},\ 0.12 \cdot \left(Gr_g \cdot Pr_g\right)^{0.33}\right]$; $Gr_g = g \rho_g^2 \beta \lvert T_w - T_g \rvert \cdot D^3 / \mu_g^2$; $\alpha_{wf} = \left(q_{wf1} + q_{wf2} + q_{wr}\right) / \left(T_w - T_f\right)$; $q_{wf1} = 50 \dfrac{\varphi_f \lambda_{gw}^2}{\alpha_{wg} D_d^2} (T_w - T_s)$; $q_{wf2} = (\rho W)_d\, r \cdot \overset{*}{\varepsilon}$; $q_{wr} = \varphi_f \sigma_B \varepsilon \left(T_w^4 - T_s^4\right)$; $\overset{*}{\varepsilon} = \exp\left(1 - (T_w / T_s)^2\right)$

Плотность теплового потока при непосредственном контакте капель со стенкой представляется традиционным образом [86]: $q_{wr2} = (\rho W)_d \cdot r \cdot \overset{*}{\varepsilon}$, где $(\rho W)_d$ – интенсивность орошения стенки каплями; r – теплота парообразования; $\overset{*}{\varepsilon}$ – эффективность теплового восприятия капель. Вывод соотношений для расчета q_{wf1} и $(\rho W)_d$ приведен в работе [71].

Для дисперсного режима в таблице 1.4 свойства пара с индексом "gw" определяются при температуре $(T_g + T_w)/2$. Величина α_{wgn} вычисляется по зависимости Греневельда [10].

1.4 Учет влияния неконденсирующихся газов в математической постановке задачи

Описание поведения неконденсирующихся газов осуществляется при следующих допущениях:

1. Учитывается смесь четырех компонентов в любой комбинации: азота (N_2), водорода (H_2), кислорода (O_2) и гелия (He).
2. Перенос неконденсирующихся компонентов происходит как в газовой, так и в жидкой фазах.
3. Компоненты газовой фазы, а также жидкая фаза и растворенные в ней компоненты, находятся в механическом и термическом равновесии.
4. Парогазовая смесь и компоненты неконденсирующихся газов описываются законами Дальтона и Менделеева–Клапейрона, соответственно. Предполагается, что удельная энтальпия компонентов НГ является функцией только температуры и не зависит от давления.
5. Концентрация неконденсирующихся компонентов в жидкой фазе мала, поэтому влиянием этих компонентов на физические свойства жидкости можно пренебречь. Изменения массы и энергии жидкой фазы при дегазации и растворении в ней неконденсирующихся газов не учитываются.

Учет неконденсирующихся компонентов в двухжидкостной модели при принятых допущениях позволяет оставить без изменения уравнения сохранения массы, энергии и количества движения фаз (1.1)–(1.3). Дополнительно добавляются уравнения сохранения массы неконденсирующихся компонентов в фазах:

$$\frac{\partial(\varphi_p \rho_p X_{np})}{\partial t} + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}(\varphi_p \rho_p X_{np} W_p A) = R_{m,np}, \tag{1.21}$$

где X – массовая доля компонентов неконденсирующихся газов в фазах, индекс "n" соответствует произвольному неконденсирующемуся компоненту ($n = \overline{1, N_n}$, N_n – количество компонентов). Члены $R_{m,np}$ учитывают массовые потоки неконденсирующихся компонентов, либо при растворении, либо при дегазации и источники подвода массы компонентов из внешних систем.

Поскольку плотность газовой фазы зависит как от давления и удельной энтальпии смеси, так и от ее компонентного состава (согласно допущению 5 компонентный состав растворенных НГ не влияет на плотность жидкой фазы), термодинамические соотношения (1.4) переписываются в виде:

$$\rho_g = \rho_g\left(P, h_g, X_{1g,\dots,} X_{N_n g}\right), \tag{1.22}$$

$$\rho_f = \rho_f\left(P, h_f\right). \tag{1.23}$$

1.4.1 Межфазный тепломассообмен

Модель межфазного тепломассообмена при наличии неконденсирующихся газов в расчетном коде КОРСАР базируется на следующих основных предположениях [89, 90]. Межфазный тепломассообмен происходит как в объемах фаз, так и на межфазной поверхности. В объемах фаз реализуются интенсивные тепломассообменные процессы при метастабильном состоянии жидкой фазы и пара, такие как вскипание жидкости вследствие ее перегрева выше температуры насыщения при полном давлении теплоносителя, выделение компонентов неконденсирующихся газов из перенасыщенного раствора, спонтанная конденсация парового компонента из-за переохлаждения газовой смеси ниже температуры насыщения при парциальном давлении пара. На межфазной поверхности происходит значительно менее интенсивный, чем в объемах фаз, тепломассообмен при любом состоянии фаз.

Межфазные тепловые и массовые потоки при метастабильном состоянии фаз пропорциональны отклонению соответствующих параметров от линии насыщения. Удельные тепловые и массовые потоки на межфазной поверхности записываются как произведение коэффициентов теплообмена (массообмена) на температурный (концентрационный) напор относительно параметров на межфазной поверхности.

Температура на межфазной поверхности рассчитывается по модели совместного диффузионного и термического сопротивления тепломассообмену парового компонента газовой смеси, а концентрация неконденсирующихся компонентов в жидкости на поверхности– по закону Генри.

Наличие неконденсирующихся газов не влияет на значения коэффициентов теплообмена со стороны жидкой фазы. Влияние НГ на коэффициенты теплообмена со стороны газовой фазы учитывается только через свойства парогазовой среды. Коэффициенты массообмена определяются по аналогии процессов тепло– и массообмена.

<u>Межфазный тепломассообмен парового компонента</u>

Полагается, что межфазный тепломассообмен парового компонента происходит в результате следующих процессов:

– испарения и конденсации на межфазной поверхности;
– вскипания в объеме жидкой фазы при ее перегреве выше температуры насыщения при полном давлении T_s, то есть $T_f > T_s$;
– спонтанной конденсации в объеме газовой фазы при ее переохлаждении ниже температуры насыщения при парциальном давлении пара $T_{s,v}$, то есть $T_g < T_{s,v}$.

Процессы испарения и конденсации на межфазной поверхности происходят постоянно в двухфазном потоке и определяют инерционность процессов межфазного тепломассообмена. Процессы вскипания и спонтанной конденсации возникают только в ситуациях метастабильного состояния фаз и обладают малой постоянной времени.

Суммарный массовый поток γ генерации (конденсации) пара на единицу объема в общем случае складывается из трех составляющих, соответствующих вышеперечисленным процессам:

$$\gamma = \gamma_i + \gamma_{fvol} + \gamma_{gvol}, \tag{1.24}$$

где индекс i соответствует процессам испарения и конденсации; fvol – процессу вскипания жидкости; gvol – процессу спонтанной конденсации пара.

Испарение и конденсация на межфазной поверхности

Баланс энергии на межфазной поверхности можно записать в виде, аналогичном (1.12):

$$\gamma_i = \frac{q_{fi} + q_{gi} + q_{wi}}{h_{vi} - h_{fi}}, \tag{1.25}$$

в котором

$$q_{pi} = \alpha_{pi} \Pi_i \left(T_p - T_i\right) / A, \tag{1.26}$$

q_{wi} – тепловой поток на единицу объема от стенки к межфазной поверхности при пленочной конденсации

$$q_{wi} = q_{wf} = q_{wfi} = \alpha_{wf} \Pi \left(T_w - T_i\right) / A. \tag{1.27}$$

В соотношении (1.27) Π – периметр канала.

Удельные энтальпии, переносимые на межфазной поверхности, рассчитываются по схеме против потока:

$$h_{fi}=\begin{cases} h_f, & \text{если} \quad \gamma_i>0; \\ h'(T_i), & \text{если} \quad \gamma_i<0. \end{cases}$$
$$h_{vi}=\begin{cases} h''(T_i), & \text{если} \quad \gamma_i>0; \\ h_v, & \text{если} \quad \gamma_i<0. \end{cases} \tag{1.28}$$

где h_v – удельная энтальпия парового компонента.

Принципиальное отличие выражений (1.26)–(1.28) заключается в том, что в них используется температура межфазной поверхности T_i. Наличие НГ в газовой фазе приводит к появлению газового барьера, препятствующего отводу парового компонента от межфазной поверхности за счет диффузии при испарении и подводу пара к межфазной поверхности при конденсации. Возникает градиент парциального давления пара P_v вдоль нормали от межфазной границы (положительный при испарении, отрицательный при конденсации). Профили P_v проиллюстрированы на рисунке 1.4. На рисунке P_{vi} – парциальное давление парового компонента на межфазной границе, $P_{v\infty}$ – на удалении от межфазной границы, P_v – средняя по сечению канала. В результате температура межфазной поверхности $T_i=T_{sat}(P_{vi})$ отличается от $T_{sv}=T_{sat}(P_v)$. В случае испарения $T_i>T_{sv}$, а в случае конденсации $T_i<T_{sv}$, что снижает температурный напор в (1.26), (1.27) и, соответственно, интенсивность образования парового компонента.

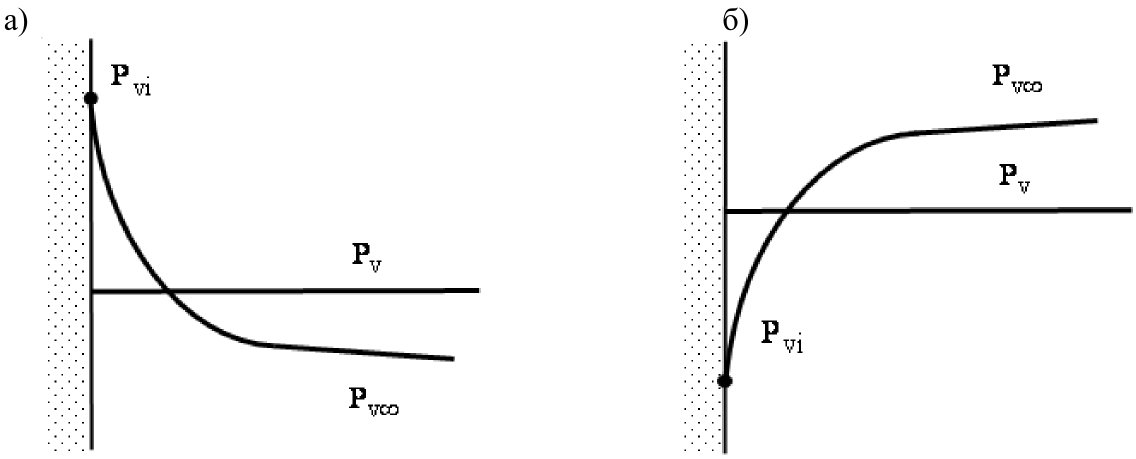


Рисунок 1.4 – Профиль парциального давления парового компонента вдоль нормали от межфазной поверхности

а) испарение, б) конденсация

Температура межфазной поверхности определяется из балансового уравнения, учитывающего суммарное диффузионное и термическое сопротивление тепломассообмену в присутствии неконденсирующихся компонентов в газовой фазе [91]:

$$\frac{\beta_{vi}\Pi_i P M_v}{RT_g A}\ln\frac{P-P_v}{P-P_s(T_i)}=\gamma_i(T_i), \tag{1.29}$$

где β_{vi} – коэффициент массообмена парового компонента газовой смеси к межфазной поверхности; M_v – молекулярная масса пара; R – универсальная газовая постоянная; $P_s(T_i)$ – давление насыщения при температуре T_i; $\gamma_i(T_i)$ рассчитывается по соотношениям (1.25)–(1.28). Выражение в левой части представляет массовый поток парового компонента через газовый барьер от межфазной поверхности (либо к межфазной поверхности) при заданной на ней величине парциального давления $P_s(T_i)$.

При конденсации пара $(\gamma_i < 0)$ по соотношению (1.29) получается, что концентрация пара у межфазной поверхности ниже концентрации пара в объеме газовой фазы, поскольку $P_s(T_i) < P_v$. При испарении, когда $\gamma_i > 0$, $P_s(T_i) > P_v$, концентрация пара у межфазной поверхности превышает таковую в объеме газовой фазы.

Интересно рассмотреть предельные случаи уравнения (1.29). При $P_v \to 0$ (газовая фаза является только смесью неконденсирующихся компонентов) левая часть уравнения может быть только положительной. Таким образом, в этом случае возможно только испарение пара из существующей жидкой фазы. Если $P_v \to P$, то $P_s(T_i) \to P$ и, следовательно, $T_i \to T_s$. В этом случае возможны ситуации, когда левая часть (1.29) будет как положительной (испарение), так и отрицательной (конденсация). Данный подход естественным образом учитывает снижение интенсивности конденсации либо генерации пара в присутствии неконденсирующихся компонентов в газовой фазе из-за уменьшения температурного напора в соотношениях (1.26), (1.27) поскольку при конденсации $T_i < T_{sv}$, а при генерации $T_i > T_{sv}$.

Вскипание в объеме жидкости

Кроме перегрева жидкой фазы к данному виду межфазного тепломассообмена парового компонента относится также генерация пара вследствие теплового взаимодействия жидкости со стенкой при докризисном кипении, пленочном кипении (лучистый обмен энергией горячей стенки с межфазной границей), в дисперсном режиме (обмен энергией горячей стенки с каплями).

Обозначив через q_{fvol}, q_{wvol} тепловые потоки на генерацию пара в объеме жидкой фазы при ее перегреве и от стенки, соответственно, выражение для интенсивности этого процесса можно представить следующим образом:

$$\gamma_{fvol} = \left(q_{fvol} + q_{wvol}\right) / \left(h''(P) - h_f\right), \qquad (1.30)$$

где

$$q_{fvol} = (\alpha\Pi)_{metf} \max\left(0, T_f - T_s\right) / A. \qquad (1.31)$$

Спонтанная конденсация в объеме газовой фазы

Интенсивность конденсации в случае переохлаждения газовой фазы рассчитывается по соотношению:

$$\gamma_{gvol} = q_{gvol} / \left(h_v - h'(P_v)\right), \qquad (1.32)$$

в котором тепловой поток на конденсацию при метастабильном состоянии парового компонента q_{gvol} определяется из выражения:

$$q_{gvol} = (\alpha\Pi)_{metg} \min\left(0, T_g - T_{sv}\right) / A. \qquad (1.33)$$

На рисунке 1.5 приведена схема распределения тепловых потоков при межфазном тепломассообмене парового компонента. Следует отметить, что на рисунке 1.5б изображен тепловой поток от стенки на генерацию пара только для режима докризисного кипения.

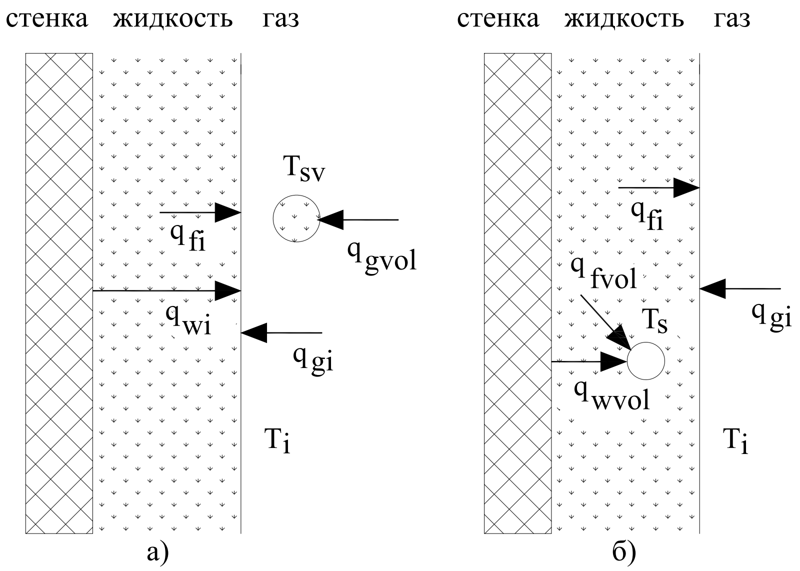


Рисунок 1.5 – Схема распределения тепловых потоков при межфазном тепломассообмене для процессов конденсации (а) и генерации (б) пара

Тепловые потоки к межфазной поверхности в численной схеме кода КОРСАР записываются неявно по временным шагам относительно температурных напоров с последующей их линеаризацией по неизвестным переменным системы уравнений сохранения двухжидкостной модели (см. раздел 2.2). Для линеаризации тепловых потоков требуется нахождение частных производных от температуры межфазной поверхности $\partial T_i / \partial P$, $\partial T_i / \partial h_f$, $\partial T_i / \partial h_g$ и $\partial T_i / \partial X_{ng}$. Производные вычисляются в предположении, что коэффициент перед логарифмом в (1.29) и теплота фазового перехода в соотношении (1.25) являются константами:

$$\frac{\partial T_i}{\partial P} = \left[\left(\alpha_{fi}\Pi_i \frac{\partial T_f}{\partial P} + \alpha_{gi}\Pi_i \frac{\partial T_g}{\partial P}\right)\left(P - P_s(T_i)\right)/A + \right.$$
$$\left. + C_1\left(1 - \frac{\left(1 - \partial P_v/\partial P\right)\left(P - P_s(T_i)\right)}{P - P_v}\right)\right] \Big/ C_2 ; \tag{1.34}$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial h_f} = \alpha_{fi}\Pi_i \frac{\partial T_f}{\partial P}\left(P - P_s(T_i)\right) \Big/ \left(C_2 A\right) ; \tag{1.35}$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial h_g} = \left(C_1 \frac{\partial P_v}{\left(P - P_v\right)\partial h_g} + \alpha_{gi}\Pi_i \frac{\partial T_g}{\partial h_g} \Big/ A\right)\left(P - P_s(T_i)\right) \Big/ C_2 ; \tag{1.36}$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial X_{ng}} = \left(C_1 \frac{\partial P_v}{\left(P - P_v\right)\partial X_{ng}} + \alpha_{gi}\Pi_i \frac{\partial T_g}{\partial X_{ng}} \Big/ A\right)\left(P - P_s(T_i)\right) \Big/ C_2 , \tag{1.37}$$

где $C_1 = \beta_{vi}\Pi_i P M_v \left(h_{vi} - h_{fi}\right) / \left(R T_g A\right)$,

$C_2 = \left(\alpha_{fi}\Pi_i + \alpha_{gi}\Pi_i + \alpha_{wf}\Pi\right)\left(P - P_s(T_i)\right)/A + C_1\, dP_s(T_i)/dT_i$.

Несложно показать, что в предельном случае, когда газовая фаза представляет собой только паровой компонент $\frac{\partial T_i}{\partial P} \approx \frac{dT_s}{dP}$, $\frac{\partial T_i}{\partial h_f} \approx 0$, $\frac{\partial T_i}{\partial h_g} \approx 0$, $\frac{\partial T_i}{\partial X_{ng}} \approx 0$.

Массообмен неконденсирующихся компонентов при растворении и дегазации

Межфазный массовый поток компонентов неконденсирующихся газов на единицу объема складывается из потоков массы НГ на межфазной поверхности ψ_{ni} и их выделения из объема жидкой фазы ψ_{nvol}:

$$\psi_n = \psi_{ni} + \psi_{nvol}. \tag{1.38}$$

Составляющие массовых потоков рассчитываются следующим образом:

$$\psi_{ni} = \beta_{ni}\Pi_i \rho_f \left(X_{nf} - X_{nfi}\right) / A ;$$
$$\psi_{nvol} = b_{vol} \max\left(0, X_{nf} - X_{nfs}\right), \tag{1.39}$$

где β_{ni} – коэффициент массообмена газовых компонентов в жидкой фазе; b_{vol} – коэффициент интенсивности выделениия НГ из объема жидкости (расход при единичном концентрационном напоре в единицу объема, полагается равным $\varphi_f \rho_f / \tau$, где τ=0.1 с – инерционность процессов дегазации); $X_{nf\mathit{i}}$, X_{nfs} – массовая доля компонентов НГ на межфазной поверхности и на линии насыщения, соответственно.

Массовая доля компонентов на межфазной поверхности определяется по закону Генри:

$$X_{nfi} = \frac{H_n(T_f)P_n M_n}{\rho_f}, \tag{1.40}$$

где P_n – парциальное давление, H_n – коэффициент растворимости, M_n – молекулярная масса неконденсирующихся компонентов.

Условия возникновения насыщенного многокомпонентного раствора согласно закону Генри можно записать в виде

$$\rho_f \sum_{n=1}^{N_n} \frac{X_{n,f}}{H_n(T_f)\cdot M_n} > P - P_s(T_f),$$

откуда несложно получить:

$$X_{nfs} = H_n(T_f)\cdot M_n \times$$
$$\times\left[\left(P - P_s(T_f)\right)\Big/ \rho_f - \sum_{k\neq n}^{N_n} X_{kf} / \left(H_k(T_f)\cdot M_k\right)\right]. \tag{1.41}$$

Из соотношения (1.41) следует, что концентрация насыщения каждого компонента неконденсирующегося газа в жидкости зависит как от температуры и давления жидкости, так и от наличия в растворе других компонентов.

Удельные энтальпии неконденсирующихся компонентов, переносимые на межфазной поверхности, рассчитываются по схеме против потока:

$$h_{ni} = \begin{cases} h_n(T_f), & \text{если } \psi_{ni} > 0 \\ h_n(T_g), & \text{если } \psi_{ni} < 0, \end{cases}$$

где $h_n(T_f)$ – температурная зависимость удельных энтальпий компонентов. Поскольку $\psi_{nvol} > 0$, то при выделении газа из объема жидкой фазы переносится энтальпия $h_n(T_f)$.

Окончательно массовые потоки неконденсирующихся компонентов (1.38) представляются в РК КОРСАР единым выражением:

$$\psi_n = b_n(X_{nf} - X_{nfe}), \tag{1.42}$$

где b_n – эффективный коэффициент интенсивности массообмена

$$b_n = b_{ni} + \tilde{b}_{nvol}, \qquad (1.43)$$

X_{nfe} – равновесные массовые доли неконденсирующихся компонентов

$$X_{nfe} = \left(b_{ni} X_{nfi} + \tilde{b}_{nvol} X_{nfs} \right) / b_n \,. \qquad (1.44)$$

В соотношениях (1.43), (1.44) $b_{ni} = \beta_{ni} \Pi_i \rho_f / A$, $\tilde{b}_{nvol} = b_{vol} \theta\left(X_{nf} - X_{nfs} \right)$, θ – функция Хевисайда, то есть $\theta(x) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad x \le 0 \\ 1, & \text{если} \quad x > 0. \end{cases}$

Поскольку, как будет показано разделе 2.2 диссертации, в разностной схеме кода КОРСАР потоки ψ_n выражаются неявно относительно X_{nfe}, необходимо вычислять частные производные X_{nfe} по P, h_f, h_g, X_{ng}. При дифференцировании соотношения (1.44) учитывается только зависимость X_{nfi} от $P_n\left(P, h_g, X_{1g}, ..., X_{N_n g}\right)$ в соотношении (1.40) и зависимость X_{nfs} от $P - P_s(T_f)$ в выражении (1.41):

$$\frac{\partial X_{nfe}}{\partial P} = \frac{H_n(T_f) M_n}{b_n \rho_f} \left(b_{ni} \frac{\partial P_n}{\partial P} + \tilde{b}_{nvol} \right); \qquad (1.45)$$

$$\frac{\partial X_{nfe}}{\partial h_f} = -\frac{\tilde{b}_{nvol}}{b_n} \frac{H_n(T_f) M_n}{\rho_f} \frac{dP_s(T_f)}{dT_f} \frac{\partial T_f}{\partial h_f}; \qquad (1.46)$$

$$\frac{\partial X_{nfe}}{\partial h_g} = \frac{b_{ni}}{b_n} \frac{H_n(T_f) M_n}{\rho_f} \frac{\partial P_n}{\partial h_g}; \qquad (1.47)$$

$$\frac{\partial X_{nfe}}{\partial X_{kg}} = \frac{b_{ni}}{b_n} \frac{H_n(T_f) M_n}{\rho_f} \frac{\partial P_n}{\partial X_{kg}}, \qquad k = \overline{1, N_n}\,. \qquad (1.48)$$

Согласно принятым допущениям модели учета влияния НГ, выражения для источниковых членов уравнений сохранения количества движения фаз (1.8) и уравнения сохранения массы жидкой фазы (1.6) не изменяются. В источниковый член уравнения сохранения массы газовой фазы добавляется член, представляющий массовые потоки неконденсирующихся компонентов при растворении и дегазации:

$$R_{m,g} = \gamma + m_g + \sum_{n=1}^{N_n} \psi_n \,. \qquad (1.49)$$

Наиболее существенно изменились выражения для источниковых членов уравнений сохранения энергии фаз (1.7). Изменения связаны с предположением о наличии трех механизмов межфазного тепломассообмена парового компонента (в уравнении сохранения энергии газовой фазы дополнительно моделируется поступление энергии НГ из жидкой фазы вследствие дегазации и растворения):

$$R_{e,f} = -h_{fi}\gamma_i - h_f\gamma_{fvol} - h'(P_v)\gamma_{gvol} - q_{fi} - q_{fvol} + q_{wf} - q_{wi} - \\ - q_{wvol} + q_f + \overset{*}{h}_f\, m_f\,; \tag{1.50}$$

$$R_{e,g} = h_{vi}\gamma_i + h''(P)\gamma_{fvol} + h_v\gamma_{gvol} - q_{gi} - q_{gvol} + q_{wg} + q_g + \\ + \overset{*}{h}_g\, m_g + \sum_{n=1}^{N_n}(h_{ni}\psi_n). \tag{1.51}$$

Источниковые члены для уравнений сохранения массы неконденсирующихся компонентов (1.21) имеют следующий вид:

$$R_{m,nf} = m_{nf} - \psi_n\,; \\ R_{m,ng} = m_{ng} + \psi_n\,, \tag{1.52}$$

где m_{np} – источники НГ из внешних систем.

Коэффициенты массообмена в (1.29) и (1.39) вычисляются с учетом аналогии процессов тепло – и массообмена [92]. В таблице 1.3 вместо зависимостей $\alpha_{gi} = f_1(\lambda_g, Pr_g)$ и $\alpha_{fi} = f_2(\lambda_f, Pr_f)$ используются соотношения $\beta_{vi} = f_1(D_{vg}, Sc_{vg})$ и $\beta_{ni} = f_2(D_{nf}, Sc_{nf})$, где D_{vg}, D_{nf} – коэффициенты диффузии пара в парогазовой фазе и компонентов НГ в жидкой фазе, соответственно, $Sc_{vg} = \mu_g/(\rho_g D_{vg})$, $Sc_{nf} = \mu_f/(\rho_f D_{nf})$ – числа Шмидта.

1.4.2 Термодинамические свойства парогазовой среды

Удельная энтальпия, суммарное давление и компонентный состав однозначно определяют термодинамическое состояние парогазовой смеси.

Плотность газовой фазы можно выразить как сумму плотностей компонентов смеси:

$$\rho_g = \rho_v + \sum_{n=1}^{N_n}\rho_n\,, \tag{1.53}$$

а относительные массовые содержания компонентов через их относительные плотности:

$$X_v = \frac{\rho_v}{\rho_g}, \quad X_{ng} = \frac{\rho_n}{\rho_g}. \tag{1.54}$$

Согласно закону Дальтона:

$$P = P_v + \sum_{n=1}^{N_n}P_n\,. \tag{1.55}$$

Удельная энтальпия парогазовой смеси:

$$h_g = \left(\rho_v h_v + \sum_{n=1}^{N_n}\rho_n h_n\right)\Big/\rho_g = X_v h_v + \sum_{n=1}^{N_n}X_{ng} h_n\,. \tag{1.56}$$

Компоненты НГ описываются законом Менделеева – Клапейрона:

$$P_n = R_n \rho_n T_g, \tag{1.57}$$

где $R_n = R/M_n$ – газовые постоянные неконденсирующихся компонентов, R – универсальная газовая постоянная, а их удельные энтальпии являются функцией только температуры

$$h_n = h_n(T_g). \tag{1.58}$$

Подставляя выражение (1.57) в (1.55), и, используя соотношение (1.54), получим:

$$(P - P_v) \cdot \left(1 - \sum_{n=1}^{N_n} X_{ng}\right) = T_g \rho_v (P_v, T_g) \cdot \sum_{n=1}^{N_n} R_n X_{ng} . \tag{1.59}$$

Перепишем уравнение (1.56) в виде:

$$h_g = \left(1 - \sum_{n=1}^{N_n} X_{ng}\right) \cdot h_v (P_v, T_g) + \sum_{n=1}^{N_n} X_{ng} h_n (T_g). \tag{1.60}$$

Система нелинейных уравнений (1.59), (1.60), при заданных $P, h_g, X_{1g.}, ..., X_{Nng}$, определяет парциальное давление парового компонента P_v и температуру парогазовой среды T_g.

Плотность парогазовой смеси предлагается рассчитывать по соотношению (1.53), которое, используя уравнения Менделеева–Клапейрона (1.57) и закон Дальтона (1.55), можно переписать в виде:

$$\rho_g = \rho_v (P_v, T_g) + \frac{1}{T_g} \sum_{n=1}^{N_n} \frac{(P - P_v) - \sum_{k \neq n}^{N_n} P_k}{R_n} . \tag{1.61}$$

Парциальное давление компонентов неконденсирующихся газов в уравнении (1.61) выразим из (1.57) через их относительные массовые доли:

$$P_n = X_{ng} R_n \rho_g T_g . \tag{1.62}$$

Тогда получим окончательное выражение для ρ_g:

$$\rho_g = \left(\rho_v (P_v, T_g) + \frac{(P - P_v)}{T_g} \sum_{n=1}^{N_n} \frac{1}{R_n}\right) \Bigg/ \left(1 + \sum_{n=1}^{N_n} \frac{1}{R_n} \cdot \sum_{k \neq n}^{N_n} R_i X_{kg}\right). \tag{1.63}$$

Далее из соотношения (1.62) можно рассчитать парциальные давления компонентов НГ.

Продифференцировав уравнения (1.59), (1.60) последовательно по P, h_g, X_{ng} при фиксированных значениях остальных параметров, получим системы из двух линейных алгебраических уравнений относительно пар соответствующих частных производных:

относительно $\partial T_g / \partial P, \partial P_v / \partial P$:

$$\mathbf{U}\cdot\begin{pmatrix}\partial T_g/\partial P\\ \partial P_v/\partial P\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-\sum\limits_{n=1}^{N_n}X_{ng}\\ 0\end{pmatrix};\tag{1.64}$$

относительно $\partial T_g/\partial h_g, \partial P_v/\partial h_g$:

$$\mathbf{U}\cdot\begin{pmatrix}\partial T_g/\partial h_g\\ \partial P_v/\partial h_g\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix};\tag{1.65}$$

относительно $\partial T_g/\partial X_{ng}, \partial P_v/\partial X_{ng}$:

$$\mathbf{U}\cdot\begin{pmatrix}\partial T_g/\partial X_{ng}\\ \partial P_v/\partial X_{ng}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\left(P-P_v\right)-T_g\rho_v\left(T_g,P_v\right)\cdot R_n\\ h_v\left(T_g,P_v\right)-h_n\left(T_g\right)\end{pmatrix},\tag{1.66}$$

где $\mathbf{U}=\begin{pmatrix}u_{11} & u_{12}\\ u_{21} & u_{22}\end{pmatrix}$ – матрица коэффициентов, общая для систем уравнений (1.64)–(1.66),

$$u_{11}=\left[\rho_v\left(T_g,P_v\right)+T_g\cdot\left(\frac{\partial\rho_v}{\partial T_g}\right)_{P_v}\right]\cdot\sum_{n=1}^{N_n}R_nX_{ng};$$

$$u_{12}=\left(1-\sum_{n=1}^{N_n}X_{ng}\right)+T_g\cdot\left(\frac{\partial\rho_v}{\partial P_v}\right)_{T_g}\sum_{n=1}^{N_n}R_nX_{ng};$$

$$u_{21}=\left(1-\sum_{n=1}^{N_n}X_{ng}\right)\cdot\left(\frac{\partial h_v}{\partial T_g}\right)_{P_v}+\sum_{n=1}^{N_n}X_{ng}\frac{dh_n\left(T_g\right)}{dT_g};$$

$$u_{22}=\left(1-\sum_{n=1}^{N_n}X_{ng}\right)\cdot\left(\frac{\partial h_v}{\partial P_v}\right)_{T_g}.$$

По известным частным производным парциального давления парового компонента можно вычислить $\partial T_{sv}/\partial P$, $\partial T_{sv}/\partial h_g$, $\partial T_{sv}/\partial X_{ng}$:

$$\frac{\partial T_{sv}}{\partial P}=\frac{dT_{sv}}{dP_v}\cdot\frac{\partial P_v}{\partial P};\quad\frac{\partial T_{sv}}{\partial h_g}=\frac{dT_{sv}}{dP_v}\cdot\frac{\partial P_v}{\partial h_g};\quad\frac{\partial T_{sv}}{\partial X_{ng}}=\frac{dT_{sv}}{dP_v}\cdot\frac{\partial P_v}{\partial X_{ng}}.$$

Из уравнения (1.63) несложно получить соотношение для частных производных плотности парогазовой смеси:

$$\frac{\partial\rho_g}{\partial P}=\left(A\frac{\partial P_v}{\partial P}+B\frac{\partial T_g}{\partial P}+\frac{1}{T_g}\sum_{n=1}^{N_n}\frac{1}{R_n}\right)\Bigg/C;\quad\frac{\partial\rho_g}{\partial h_g}=\left(A\frac{\partial P_v}{\partial h_g}+B\frac{\partial T_g}{\partial h_g}\right)\Bigg/C;$$

$$\frac{\partial\rho_g}{\partial X_{ng}}=\left(A\frac{\partial P_v}{\partial X_{ng}}+B\frac{\partial T_g}{\partial X_{ng}}-R_n\rho_g\sum_{k\neq n}^{N_n}\frac{1}{R_k}\right)\Bigg/C,\tag{1.67}$$

где $A = \left(\frac{\partial \rho_v}{\partial P_v}\right)_{T_g} - \frac{1}{T_g}\sum_{n=1}^{N_n}\frac{1}{R_n}$, $B = \left(\frac{\partial \rho_v}{\partial T_g}\right)_{P_v} - \frac{P - P_v}{T_g^2}\sum_{n=1}^{N_n}\frac{1}{R_n}$,

$$C = 1 + \sum_{n=1}^{N_n}\frac{1}{R_n}\cdot\sum_{k\neq n}^{N_n} R_k X_{kg}\ .$$

Продифференцировав уравнение (1.62), получим соотношения для вычисления частных производных от парциальных давлений неконденсирующихся компонентов:

$$\frac{\partial P_n}{\partial P} = X_{ng} R_n \left[T_g \frac{\partial \rho_g}{\partial P} + \rho_g \frac{\partial T_g}{\partial P}\right],$$

$$\frac{\partial P_n}{\partial h_g} = X_{ng} R_n \left[T_g \frac{\partial \rho_g}{\partial h_g} + \rho_g \frac{\partial T_g}{\partial h_g}\right], \tag{1.68}$$

$$\frac{\partial P_n}{\partial X_{kg}} = \begin{cases} R_n \rho_g T_g + X_{ng} R_n \left[T_g \dfrac{\partial \rho_g}{\partial X_{kg}} + \rho_g \dfrac{\partial T_g}{\partial X_{kg}}\right], & \text{если} \quad k = n; \\ X_{ng} R_n \left[T_g \dfrac{\partial \rho_g}{\partial X_{kg}} + \rho_g \dfrac{\partial T_g}{\partial X_{kg}}\right], & \text{если} \quad k \neq n. \end{cases}$$

Зависимости коэффициентов динамической вязкости μ_g, теплопроводности λ_g газовой фазы и коэффициента диффузии парового компонента в газовой фазе D_{vg} от концентрации компонентов, температуры и давления рассчитываются по методикам, представленным в отчетах АО "ОКБМ Африкантов" (г. Нижний Новгород) [93, 94]. Зависимости удельных энтальпий компонентов НГ от температуры газовой фазы $h_n(T_g)$, коэффициентов диффузии неконденсирующихся компонентов в воде $D_{nf}(T_f)$ и их коэффициентов растворимости $H_n(T_f)$ от температуры жидкости также вычисляются по корреляциям из этих отчетов.

1.5 Основные положения

1. Представлена общая информация о системном теплогидравлическом расчетном коде КОРСАР: назначение, функциональное наполнение и этапы разработки.
2. Приведена система дифференциальных уравнений двухжидкостной модели многокомпонентного двухфазного потока контурной теплогидравлики, являющейся основой функционального наполнения кода КОРСАР.
3. Изложена система замыкающих соотношений для двухжидкостной модели.
4. Предложена разработанная автором диссертационной работы методика учета в рамках двухжидкостной модели влияния неконденсирующихся газов в части межфазного тепло – и массообмена, а также расчета свойств парогазовой среды.

Методика основана на использовании физических законов (совместное диффузионное и термическое сопротивления тепломассообмену, аналогия процессов тепло – и массообмена, закон Генри и т.д.) и позволяет моделировать влияние неконденсирующихся компонентов для всех режимов течения двухфазного потока без привлечения дополнительных замыкающих соотношений.

2 ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ СОХРАНЕНИЯ ДВУХЖИДКОСТНОЙ МОДЕЛИ РК КОРСАР

2.1 Полунеявная численная схема

Пространственная дискретизация уравнений сохранения в численных схемах системных теплогидравлических кодов базируется на общих принципах:

1. Используется смещенная шахматная расчетная сетка. Скалярные неизвестные переменные многокомпонентного двухфазного потока (давление, объемное газосодержание, удельные энтальпии фаз, массовые доли НГ в фазах) определяются относительно центров расчетных ячеек. Векторные переменные (скорости фаз) рассчитываются на границах ячеек (в соединениях).
2. Для расчетных ячеек балансным методом контрольного объема составляются разностные уравнения сохранения массы и энергии. Разностные уравнения сохранения количества движения записываются в соединениях ячеек в неконсервативной форме.
3. При дискретизации конвективных потоков массы и энергии теплоносителя на границах ячеек применяется классический метод против потока (донорная схема).

а) б)

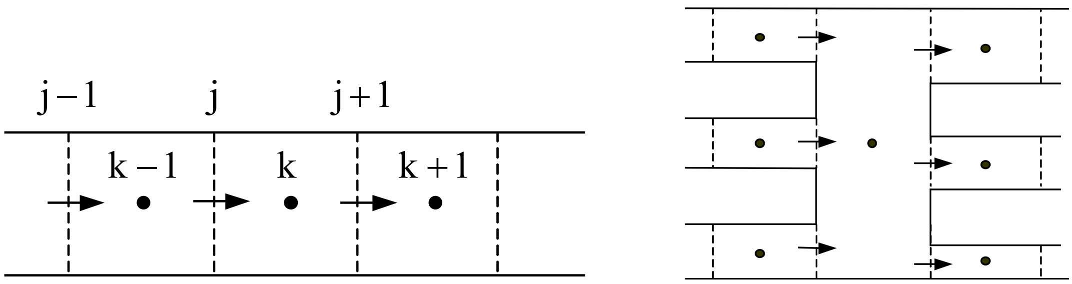


Рисунок 2.1 – Фрагмент шахматной сетки

а) Канал б) Коллектор

Последовательно соединенные расчетные ячейки, каждая из которых имеет только два соединения, представляют в совокупности элемент проточной части *канал*. Область ветвления циркуляционного контура моделируется посредством расчетной ячейки с тремя и более соединениями. В РК КОРСАР ячейка такого типа называется *коллектор*. Фрагменты шахматной сетки для двух типов расчетных ячеек изображены на рисунке 2.1.

Существенное влияние на эффективность численного решения оказывает выбор явной или неявной схемы конечно–разностной аппроксимации исходной системы дифференциальных уравнений по временным слоям. Явная схема характеризуется тем, что переменные в разностных уравнениях записываются на предыдущем временном слое (за исключением нестационарных членов), в то время как при неявной схеме переменные в разностных уравнениях используются на новом временном слое.

Явная схема требует для обеспечения устойчивости численного решения достаточно малых шагов по времени в соответствии с условием Куранта, учитывающим скорость звука в двухфазной среде. Такая схема вполне эффективна при расчете режимов с высокими скоростями изменения параметров, например, на ранней стадии аварий с большими течами. Однако, для режимов со сравнительно медленным изменением параметров применение явной схемы приводит к неоправданно большим затратам машинного времени и в современных системных теплогидравлических расчетных кодах не используется.

Численные алгоритмы европейских расчетных кодов CATHARE (Франция), ATHLET (Германия) основаны на полностью неявной схеме. Неявная схема свободна от ограничений на выбор шага интегрирования по времени, налагаемых условием Куранта. К ее недостаткам следует отнести необходимость решения теми или иными итерационными методами нелинейных систем алгебраических конечно–разностных уравнений. В процессах, связанных с резким изменением коэффициентов и правых частей системы, что может быть обусловлено, например, фазовыми переходами или сменой режимов течения двухфазного потока, в случае неявной схемы возможна плохая сходимость, и для обеспечения условий сходимости могут потребоваться достаточно малые шаги по времени. К тому же, в итерационных процедурах возникает проблема выбора критерия сходимости.

В РК КОРСАР используется полунеявная численная схема [95–97], которая была разработана применительно к американским кодам RELAP5, TRAC и реализована, в том числе, в канадском коде CATHENA. В полунеявных численных схемах [2, 98–101] выбор степени неявности обусловлен, с одной стороны, возможностью исключения итерационных процедур при переходе по времени от одного слоя к другому, с другой стороны – возможно меньшими ограничениями на величину шага по времени. Аппроксимация по неявной схеме применяется только для членов уравнений, которые обеспечивают "мягкие" условия Куранта (по максимальной скорости фаз потока), а также для членов уравнений, описывающих интенсивные межфазные взаимодействия с малыми постоянными времени. Дополнительно неявно учитываются механическое взаимодействие фаз со стенками каналов и потери давления на местных сопротивлениях в уравнениях сохранения количества движения. Как показано в работах [98, 100, 101], "мягкие" условия Куранта достигаются за счет представления неявно конвективных членов в уравнениях сохранения массы фаз относительно их скоростей, а также градиентных членов по давлению в уравнениях сохранения количества движения. Переносимые донорные величины вычисляются явно по параметрам с предыдущего временного слоя. Для соблюдения условий консервативности численной схемы такая аппроксимация конвективных членов применяется также в уравнениях сохранения энергии фаз и массы неконденсирующихся компонентов в фазах. Неявные источниковые и нестационарные члены уравнений сохранения линеаризуются по времени. В итоге получается линейная система конечно–разностных уравнений, которая решается либо безытерационно, либо классическими итерационными методами с быстрой сходимостью.

Линеаризация нестационарных членов приводит к потере консерватизма численной схемы. Поэтому требуется процедура компенсации численных дисбалансов массы и энергии фаз. Переносимые донорные величины рассчитываются с использованием скоростей на предыдущем временном слое. При изменении направления движения фаз за временной шаг, схема расчета конвективных членов становится по потоку "антидонорной". При наличии градиента скалярного параметра вдоль потока (температуры фаз, газосодержания, массовой доли неконденсирующегося компонента) в этой ситуации происходит его увеличение, то есть реализуется нефизичное перераспределение массы, энергии фаз теплоносителя и компонентов НГ в фазах по объему расчетной области. Особенно существенно данный эффект проявляется при длительной по времени флуктуации скоростей фаз около нулевого значения из-за численной неустойчивости математической модели. Для компенсации численных дисбалансов вследствие линеаризации нестационарных членов и компенсации нефизичного перераспределения массы и энергии по расчетным ячейкам при изменении знака скоростей фаз за временной шаг требуется коррекция полунеявной схемы, которая разработана автором данной работы и представлена в разделе 2.4.

2.2 Аппроксимация уравнений сохранения

2.2.1 Разностные уравнения сохранения в объеме расчетной ячейки

Для объема расчетной ячейки записываются разностные уравнения сохранения массы, энергии фаз и массы неконденсирующихся компонентов в фазах. При записи уравнений вместо удельных величин на единицу объема теплоносителя m, γ, q, ψ удобно оперировать интегральными величинами для объема расчетной ячейки:

$$M = m \cdot V;\ \ \Gamma = \gamma \cdot V;\ \ Q = q \cdot V;\ \ \Psi = \psi \cdot V.$$

Дискретные аналоги уравнений сохранения в объеме произвольной расчетной ячейки имеют в этом случае следующий вид:

уравнение сохранения массы газа

$$\frac{V}{\Delta t}\left[\left(\varphi_g \rho_g\right)^{n+1} - \left(\varphi_g \rho_g\right)^{n}\right] = \left(J_{mg}^{I} - J_{mg}^{II}\right)^{n+1} + \Gamma^{n+1} + M_g^n + \sum_{n=1}^{N_n} \Psi_n^{n+1}; \tag{2.1}$$

уравнение сохранения массы воды

$$\frac{V}{\Delta t}\left[(\varphi_f\rho_f)^{n+1}-(\varphi_f\rho_f)^n\right]=\left(J^I_{mf}-J^{II}_{mf}\right)^{n+1}-\Gamma^{n+1}+M^n_f; \tag{2.2}$$

уравнение сохранения энергии газа

$$\begin{aligned}&\frac{V}{\Delta t}\left[\left(\varphi_g\rho_g h_g\right)^{n+1}-\left(\varphi_g\rho_g h_g\right)^n\right]=\left(J^I_{hg}-J^{II}_{hg}\right)^{n+1}+\\&+\varphi^n_g\frac{V}{\Delta\tau}\left(P^{n+1}-P^n\right)+\left(J^I_{pg}-J^{II}_{pg}\right)^n+h^n_{vi}\Gamma^{n+1}_i+\\&+h''\left(P^n\right)\cdot\Gamma^{n+1}_{fvol}+h^n_v\Gamma^{n+1}_{gvol}-Q^{n+1}_{gi}-Q^n_{gvol}+Q^n_{wg}+Q^n_g+\\&+\max\left(M^n_g,0\right)\cdot h^n_{gm}-\max\left(-M^n_g,0\right)\cdot h^n_g+\sum_{n=1}^{N_n}\left(h^n_{ni}\Psi^{n+1}_n\right);\end{aligned} \tag{2.3}$$

уравнение сохранения энергии воды

$$\begin{aligned}&\frac{V}{\Delta t}\left[(\varphi_f\rho_f h_f)^{n+1}-(\varphi_f\rho_f h_f)^n\right]=\left(J^I_{hf}-J^{II}_{hf}\right)^{n+1}+\\&+\varphi^n_f\frac{V}{\Delta\tau}\left(P^{n+1}-P^n\right)+\left(J^I_{pf}-J^{II}_{pf}\right)^n-h^n_{fi}\Gamma^{n+1}_i-h^n_f\Gamma^{n+1}_{fvol}-\\&-h'\left(P^n_v\right)\cdot\Gamma^{n+1}_{gvol}-Q^{n+1}_{fi}-Q^n_{fvol}+Q^n_{wf}-Q^n_{wi}-Q^n_{wvol}+Q^n_f+\\&+\max\left(M^n_f,0\right)\cdot h^n_{fm}-\max\left(-M^n_f,0\right)\cdot h^n_f;\end{aligned} \tag{2.4}$$

уравнения сохранения массы неконденсирующихся компонентов в газовой фазе

$$\begin{aligned}&\frac{V}{\Delta t}\left[\left(\varphi_g\rho_g X_{ng}\right)^{n+1}-\left(\varphi_g\rho_g X_{ng}\right)^n\right]=\left(J^I_{mng}-J^{II}_{mng}\right)^{n+1}+\\&+M^n_{ng}+\Psi^{n+1}_n,\qquad n=\overline{1,N_n};\end{aligned} \tag{2.5}$$

уравнения сохранения массы неконденсирующихся компонентов в жидкой фазе

$$\begin{aligned}&\frac{V}{\Delta t}\left[(\varphi_f\rho_f X_{nf})^{n+1}-(\varphi_f\rho_f X_{nf})^n\right]=\left(J^I_{mnf}-J^{II}_{mnf}\right)^{n+1}+\\&+M^n_{nf}-\Psi^{n+1}_n,\qquad n=\overline{1,N_n}.\end{aligned} \tag{2.6}$$

В уравнениях (2.1)–(2.6) величины с верхним индексом "n" берутся с предыдущего временного слоя либо заданы из граничных условий, с индексом "n+1" вычисляются на новом временном слое.

Первые два члена в правых частях уравнений аппроксимируют неявно (по скорости) конвективные потоки массы (J^I_{mp}, J^{II}_{mp}), энергии (J^I_{hp}, J^{II}_{hp}) фаз и массы НГ в фазах (J^I_{mnp}, J^{II}_{mnp}) через входные и выходные соединения расчетной ячейки в соответствии с выбранным направлением движения теплоносителя в каналах. Члены в уравнениях сохранения энергии (J^I_{pp}, J^{II}_{pp}) представляют собой, согласно (1.5), конвективные потоки, аппроксимированные по явной схеме и определяющие работу сил сжатия вследствие аксиального градиента давления. Выражения конвективных потоков для двух типов расчетных ячеек будут рассмотрены ниже.

Массовые потоки генерации парового компонента представляются неявно относительно межфазных тепловых потоков:

$$\Gamma_i^{n+1} = \frac{Q_{fi}^{n+1} + Q_{gi}^{n+1} + Q_{wi}^{n}}{\left(h_{vi} - h_{fi}\right)^n}, \qquad \Gamma_{fvol}^{n+1} = \frac{Q_{fvol}^{n+1} + Q_{wvol}^{n}}{\left(h''(P) - h_f\right)^n},$$

$$\Gamma_{gvol}^{n+1} = \frac{Q_{gvol}^{n+1}}{\left(h_v - h'(P_v)\right)^n}. \tag{2.7}$$

Тепловые потоки на межфазной поверхности со стороны газовой фазы аппроксимируются неявно только по температурному напору:

$$Q_{gi}^{n+1} = \left(\alpha_{gi} F_i\right)^n \left(T_g^{n+1} - T_i^{n+1}\right), \; Q_{gvol}^{n+1} = (\alpha F)_{metg}^n \left(T_g^{n+1} - T_{sv}^{n+1}\right), \tag{2.8}$$

где F_i – площадь межфазной поверхности, $(\alpha F)_{metg} = (\alpha \Pi)_{metg} V/A$.

Межфазные тепловые потоки со стороны жидкой фазы записывается неявно как по температурному напору, так и по площади межфазной поверхности. Последнее учитывается только при конденсации пара, когда $T_f < T_i$, в пузырьковом режиме:

$$Q_{fi}^{n+1} = \alpha_{fi}^{n} F_i^{n+1} \left(T_f^{n+1} - T_i^{n+1}\right), \; Q_{fvol}^{n+1} = (\alpha F)_{metf}^n \left(T_f^{n+1} - T_s^{n+1}\right), \tag{2.9}$$

где полагается $(\alpha F)_{metf} = (\alpha \Pi)_{metf} V/A$.

Неявное выражение Q_{fi}^{n+1} через F_i^{n+1} предложено автором диссертации для повышения устойчивости численной схемы при больших недогревах воды в пузырьковом режиме течения двухфазного потока. Поскольку площадь межфазной поверхности в этом режиме пропорциональна φ_g, то из неконсервативной формы записи уравнения сохранения массы газовой фазы следует $\rho_g \dfrac{\partial \varphi_g}{\partial \tau} + ... = ... - \mathrm{const}\, \varphi_g \cdot \left(T_i - T_f\right)$. В этом случае постоянная времени уменьшения объемного газосодержания из-за конденсации пара может быть очень малой.

Интенсивность массообмена неконденсирующихся компонентов между жидкой и газообразной фазами выражается неявно только через равновесные относительные массовые содержания компонентов в жидкой фазе:

$$\Psi_n^{n+1} = B_n^n \left(X_{nf}^n - X_{nfe}^{n+1}\right). \tag{2.10}$$

В соотношении (2.10) $B_n = b_n V$.

Данный подход реализован в коде CATHARE. Он позволяет неявно учесть зависимость X_{nfe} от параметров парогазового потока и при этом решать уравнения сохранения массы НГ в жидкости независимо от уравнений сохранения массы, энергии, количества движения фаз и массы неконденсирующихся компонентов в газовой фазе (X_{nf} является пассивной величиной).

Далее, линеаризуем неявные переменные $T_g^{n+1}, T_f^{n+1}, T_i^{n+1}\ T_{sv}^{n+1}$, T_s^{n+1}, F_i^{n+1}, X_{nfe}^{n+1} относительно неизвестных переменных системы разностных уравнений (2.1)–(2.5) $P^{n+1}, h_g^{n+1}, h_f^{n+1}, \varphi_g^{n+1}, X_{1g}^{n+1}, ..., X_{N_n g}^{n+1}$:

$$\begin{aligned} T_g^{n+1} = T_g^n &+ \left(\frac{\partial T_g}{\partial P}\right)^n \left(P^{n+1} - P^n\right) + \left(\frac{\partial T_g}{\partial h_g}\right)^n \left(h_g^{n+1} - h_g^n\right) + \\ &+ \sum_{n=1}^{N_n} \left(\frac{\partial T_g}{\partial X_{ng}}\right)^n \left(X_{ng}^{n+1} - X_{ng}^n\right), \end{aligned} \tag{2.11}$$

$$T_f^{n+1} = T_f^n + \left(\frac{\partial T_f}{\partial P}\right)^n \left(P^{n+1} - P^n\right) + \left(\frac{\partial T_f}{\partial h_f}\right)^n \left(h_f^{n+1} - h_f^n\right), \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned} T_i^{n+1} = T_i^n &+ \left(\frac{\partial T_i}{\partial P}\right)^n \left(P^{n+1} - P^n\right) + \left(\frac{\partial T_i}{\partial h_g}\right)^n \left(h_g^{n+1} - h_g^n\right) + \\ &+ \left(\frac{\partial T_i}{\partial h_f}\right)^n \left(h_f^{n+1} - h_f^n\right) + \sum_{n=1}^{N_n} \left(\frac{\partial T_i}{\partial X_{ng}}\right)^n \left(X_{ng}^{n+1} - X_{ng}^n\right), \end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\begin{aligned} T_{sv}^{n+1} = T_{sv}^n &+ \left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial P}\right)^n \left(P^{n+1} - P^n\right) + \left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial h_g}\right)^n \times \\ &\times \left(h_g^{n+1} - h_g^n\right) + \sum_{n=1}^{N_n} \left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial X_{ng}}\right)^n \left(X_{ng}^{n+1} - X_{ng}^n\right), \end{aligned} \tag{2.14}$$

$$T_s^{n+1} = T_s^n + \left(\frac{dT_s}{dP}\right)^n \left(P^{n+1} - P^n\right), \tag{2.15}$$

$$F_i^{n+1} = F_i^n + \left(\frac{\partial F_i}{\partial \varphi_g}\right)^n \left(\varphi_g^{n+1} - \varphi_g^n\right), \tag{2.16}$$

$$\begin{aligned} X_{nfe}^{n+1} = X_{nfe}^n &+ \left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial P}\right)^n \left(P^{n+1} - P^n\right) + \left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial h_g}\right)^n \left(h_g^{n+1} - h_g^n\right) + \\ &+ \left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial h_f}\right)^n \left(h_f^{n+1} - h_f^n\right) + \sum_{k=1}^{N_n} \left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial X_{kg}}\right)^n \left(X_{kg}^{n+1} - X_{kg}^n\right). \end{aligned} \tag{2.17}$$

На следующем этапе производится линеаризация по времени нестационарных членов уравнений (2.1)–(2.5):

$$\frac{(\varphi_p\rho_p)^{n+1}-(\varphi_p\rho_p)^n}{\Delta t}\approx\frac{\partial(\varphi_p\rho_p)^L}{\partial t}=\varphi_p^n\frac{\rho_p^{n+1}-\rho_p^n}{\Delta t}+\rho_p^n\frac{\varphi_p^{n+1}-\varphi_p^n}{\Delta t};$$

$$\frac{(\varphi_p\rho_p h_p)^{n+1}-(\varphi_p\rho_p h_p)^n}{\Delta t}\approx\frac{\partial(\varphi_p\rho_p h_p)^L}{\partial t}=$$

$$=\varphi_p^n\rho_p^n\frac{h_p^{n+1}-h_p^n}{\Delta t}+\varphi_p^n h_p^n\frac{\rho_p^{n+1}-\rho_p^n}{\Delta t}+\rho_p^n h_p^n\frac{\varphi_p^{n+1}-\varphi_p^n}{\Delta t}; \tag{2.18}$$

$$\frac{(\varphi_g\rho_g X_{ng})^{n+1}-(\varphi_g\rho_g X_{ng})^n}{\Delta t}\approx\frac{\partial(\varphi_g\rho_g X_{ng})^L}{\partial t}=$$

$$=\varphi_g^n\rho_g^n\frac{X_{ng}^{n+1}-X_{ng}^n}{\Delta t}+\varphi_g^n X_{ng}^n\frac{\rho_g^{n+1}-\rho_g^n}{\Delta t}+\rho_g^n X_{ng}^n\frac{\varphi_g^{n+1}-\varphi_g^n}{\Delta t}.$$

Дополнительно осуществляется линеаризация зависимостей плотностей фаз от рассчитываемых переменных (1.22) и (1.23):

$$\rho_f^{n+1}\approx\rho_f^L=\rho_f^n+\left(\frac{\partial\rho_f}{\partial P}\right)^n\left(P^{n+1}-P^n\right)+\left(\frac{\partial\rho_f}{\partial h_f}\right)^n\left(h_f^{n+1}-h_f^n\right);$$

$$\rho_g^{n+1}\approx\rho_g^L=\rho_g^n+\left(\frac{\partial\rho_g}{\partial P}\right)^n\left(P^{n+1}-P^n\right)+\left(\frac{\partial\rho_g}{\partial h_g}\right)^n\left(h_g^{n+1}-h_g^n\right)+ \tag{2.19}$$

$$+\sum_{n=1}^{N_n}\left(\frac{\partial\rho_g}{\partial X_{ng}}\right)^n\left(X_{ng}^{n+1}-X_{ng}^n\right).$$

Производные в соотношениях (2.11)–(2.15), (2.19) для пароводяных потоков определяются из термодинамических свойств воды и водяного пара. В случае учета НГ используются формулы, полученные в разделе 1.4. Производная $\left(\dfrac{\partial F_i}{\partial\varphi_g}\right)^n$ в выражении (2.16) рассчитывается из замыкающих соотношений.

В дальнейшем вместо уравнений сохранения массы фаз (2.1), (2.2) используются сумма и разность этих уравнений.

В итоге описанных выше преобразований получим систему $4+N_n$ линейных алгебраических уравнений относительно скалярных неизвестных в центрах расчетных ячеек:

$$\mathbf{AX}=\mathbf{B}. \tag{2.20}$$

В системе (2.20) $\mathbf{A}$ – матрица коэффициентов размером $\left(4+N_n\times 4+N_n\right)$, элементы которой рассчитываются по значениям параметров в центре расчетной ячейки с предыдущего временного слоя; **X** – вектор неизвестных, где $X_1 = h_g^{n+1} - h_g^n$, $X_2 = h_f^{n+1} - h_f^n$, $X_3 = \varphi_g^{n+1} - \varphi_g^n$, $X_4 = P^{n+1} - P^n$, $X_{4+n} = X_{ng}^{n+1} - X_{ng}^n$; **B** – вектор–столбец правых частей. Значения элементов матрицы **A** приведены в Приложении А. Элементы вектора–столбца **B** содержат неизвестные скорости фаз в конвективных членах:

$$
\begin{aligned}
&B_1 = \left(J_{mg}^{I} - J_{mg}^{II} + J_{mf}^{I} - J_{mf}^{II}\right)^{n+1} + b_1;\\
&B_2 = \left(J_{mg}^{I} - J_{mg}^{II} - J_{mf}^{I} + J_{mf}^{II}\right)^{n+1} + b_2;\\
&B_3 = \left(J_{hg}^{I} - J_{hg}^{II}\right)^{n+1} + b_3;\\
&B_4 = \left(J_{hf}^{I} - J_{hf}^{II}\right)^{n+1} + b_4;\\
&B_{4+n} = \left(J_{mng}^{I} - J_{mng}^{II}\right)^{n+1} + b_{4+n}, n = \overline{1, N_n}.
\end{aligned}
\tag{2.21}
$$

В соотношениях (2.21) **b** – вектор–столбец правых частей, элементы которого рассчитываются по параметрам в центре расчетной ячейки и ее соединениях на предыдущем временном слое:

$$b_1 = M_g^n + M_f^n + \sum_{n=1}^{N_n} \Psi_n^n \;;$$

$$b_2 = 2\Gamma^n + M_g^n + \sum_{n=1}^{N_n} \Psi_n^n - M_f^n;$$

$$
\begin{aligned}
b_3 = {} & \left(J_{pg}^{I} - J_{pg}^{II}\right)^n + h_{vi}^n \Gamma_n^n + h''\left(P^n\right)\Gamma_{fvol}^n + h_v^n \Gamma_{gvol}^n - \\
& - Q_{gi}^n - Q_{gvol}^n + Q_{wg}^n + Q_g^n + \max\left(M_g^n, 0\right)\cdot h_{gm}^n - \max\left(M_g^n, 0\right)\cdot h_g^n + \\
& + \sum_{n=1}^{N_n}\left(h_{ni}^n \Psi_n^n\right);
\end{aligned}
\tag{2.22}
$$

$$
\begin{aligned}
b_4 = {} & \left(J_{pf}^{I} - J_{pf}^{II}\right)^n + h_{fi}^n \Gamma_n^n - h_f^n \Gamma_{fvol}^n - h'\left(P_v^n\right)\Gamma_{gvol}^n - \\
& - Q_{fi}^n - Q_{fvol}^n + Q_{wf}^n - Q_{wi}^n - Q_{wvol}^n + Q_f^n + \max\left(M_f^n, 0\right)\cdot h_{fm}^n - \\
& - \max\left(-M_f^n, 0\right)\cdot h_f^n;
\end{aligned}
$$

$$b_{4+n} = M_{ng}^n - \Psi_n^n, \qquad n = \overline{1, N_n}.$$

<u>Канал</u>

Рассмотрим произвольный канал, сформированный из $N \geq 1$ расчетных ячеек. Обозначим k – порядковый номер расчетной ячейки в канале по выбранному положительному направлению движения теплоносителя (соответственно, j – номер входного соединения, $j+1$ – номер выходного соединения). Фрагмент канала изображен на рисунке 2.1а. Тогда для k–ой расчетной ячейки в канале ($k = \overline{1, N}$):

$$J^{I,n+1}_{mp,k} = \left(\underline{\varphi}_p \underline{\rho}_p\right)^n_j W^{n+1}_{p,j} A_j; \qquad J^{II,n+1}_{mp,k} = \left(\underline{\varphi}_p \underline{\rho}_p\right)^n_{j+1} W^{n+1}_{p,j+1} A_{j+1};$$

$$J^{I,n+1}_{hp,k} = \left(\underline{\varphi}_p \underline{\rho}_p \underline{h}_p\right)^n_j W^{n+1}_{p,j} A_j; \quad J^{II,n+1}_{hp,k} = \left(\underline{\varphi}_p \underline{\rho}_p \underline{h}_p\right)^n_{j+1} W^{n+1}_{p,j+1} A_{j+1};$$

$$J^{I,n+1}_{mng} = \left(\underline{\varphi}_g \underline{\rho}_g \underline{X}_{ng}\right)^n_j W^{n+1}_{g,j} A_j; \; J^{II,n+1}_{mng} = \left(\underline{\varphi}_g \underline{\rho}_g \underline{X}_{ng}\right)^n_{j+1} W^{n+1}_{g,j+1} A_{j+1}; \qquad (2.23)$$

$$J^{I,n}_{pp,k} = \left(\underline{\varphi}^n_{p,j} \left(P_k - \underline{P}_j\right)^n\right) W^n_{p,j} A_j; \; J^{II,n}_{pp,k} = \left(\underline{\varphi}^n_{p,j+1} \left(P_k - \underline{P}_{j+1}\right)^n\right) W^n_{p,j+1} A_{j+1},$$

где W_p – скорость фазы p в соединении, A – площадь проходного сечения соединения, нижний подчерк обозначает переносимые конвективными потоками величины, которые определяются по схеме против потока (донорные величины).

Для внутренних соединений канала $1 < j < N+1$ площадь проходного сечения соединения рассчитывается как минимальная из площадей проходных сечений соседних ячеек S: $A_j = \min\left(S_{k-1}, S_k\right)$. Для внешних соединений при j=1 либо j=N+1: $A_1 = S_1$, $A_{N+1} = S_N$.

Для канала система уравнений (2.20) будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{A}_k X_k = \mathbf{g}_j W^{n+1}_{g,j} - \mathbf{g}_{j+1} W^{n+1}_{g,j+1} + \mathbf{l}_j W^{n+1}_{f,j} - \mathbf{l}_{j+1} W^{n+1}_{f,j+1} + \mathbf{b}_k, \quad k = \overline{1, N}, \qquad (2.24)$$

где $\mathbf{g}_j$, $\mathbf{l}_j$ - известные векторы – столбцы, определяемые по значениям донорных величин в соединениях с предыдущего временного слоя. Согласно (2.21) и (2.23):

$$g_{1,j} = \left(\underline{\varphi}^n_g \underline{\rho}^n_g A\right)_j, \; g_{2,j} = g_{1,j}, \; g_{3,j} = \left(\left(\underline{\varphi}_g \underline{\rho}_g \underline{h}_g\right)^n A\right)_j, \; g_{4,j} = 0;$$

$$g_{4+n,j} = \left(\left(\underline{\varphi}_g \underline{\rho}_g \underline{X}_{ng}\right)^n A\right)_j; \qquad (2.25)$$

$$l_{1,j} = \left(\underline{\varphi}^n_f \underline{\rho}^n_f A\right)_j, \; l_{2,j} = -l_{1,j}, \; l_{3,j} = 0, \; l_{4,j} = \left(\left(\underline{\varphi}_f \underline{\rho}_f \underline{h}_f\right)^n A\right)_j;$$

$$l_{4+n,j} = 0.$$

Коллектор

Рассмотрим произвольную расчетную ячейку, представляющую собой коллектор. Такая расчетная ячейка приведена на рисунке 2.1б. Пусть коллектор имеет L входных соединений и M выходных соединений в соответствии с выбранными положительными направлениями движения теплоносителя в каналах расчетной схемы (эти соединения являются внешними для каналов). Например, в ситуации на рисунке 2.1б L=3 и M =3. Пусть i – индекс суммирования отдельно по входным и выходным соединениям для данного коллектора, l(i) – соответствие номера канала в расчетной схеме i –ому входному соединению, m(i) – соответствие номера канала i –ому выходному соединению. Тогда:

$$
\begin{aligned}
J_{mp}^{I,n+1} &= \sum_{i=1}^{L}\left[\left(\underline{\varphi}_p\,\underline{\rho}_p\right)_{N+1}^{n} W_{p,N+1}^{n+1} A_{N+1}\right]_{l(i)}; \\
J_{mp}^{II,n+1} &= \sum_{i=1}^{M}\left[\left(\underline{\varphi}_p\,\underline{\rho}_p\right)_{1}^{n} W_{p,1}^{n+1} A_{1}\right]_{m(i)}; \\
J_{hp}^{I,n+1} &= \sum_{i=1}^{L}\left[\left(\underline{\varphi}_p\,\underline{\rho}_p\,\underline{h}_p\right)_{N+1}^{n} W_{p,N+1}^{n+1} A_{N+1}\right]_{l(i)}; \\
J_{hp}^{II,n+1} &= \sum_{i=1}^{M}\left[\left(\underline{\varphi}_p\,\underline{\rho}_p\,\underline{h}_p\right)_{1}^{n} W_{p,1}^{n+1} A_{1}\right]_{m(i)}; \\
J_{mng}^{I,n+1} &= \sum_{i=1}^{L}\left[\left(\underline{\varphi}_g\,\underline{\rho}_g\,\underline{X}_{ng}\right)_{N+1}^{n} W_{g,N+1}^{n+1} A_{N+1}\right]_{l(i)}; \\
J_{mng}^{II,n+1} &= \sum_{i=1}^{M}\left[\left(\underline{\varphi}_g\,\underline{\rho}_g\,\underline{X}_{ng}\right)_{1}^{n} W_{g,1}^{n+1} A_{1}\right]_{m(i)}; \\
J_{pp}^{I,n} &= \sum_{i=1}^{L}\left[\underline{\varphi}_{p,N+1}^{n}\left(P-\underline{P}_{N+1}\right)^{n} W_{p,N+1}^{n} A_{N+1}\right]_{l(i)}; \\
J_{pp}^{II,n} &= \sum_{i=1}^{M}\underline{\varphi}_{p,1}^{n}\left[\left(P-\underline{P}_{1}\right)^{n} W_{p,1}^{n} A_{1}\right]_{m(i)}.
\end{aligned}
\tag{2.26}
$$

Для каждого коллектора система уравнений (2.20) будет иметь вид:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{AX} = \sum_{i=1}^{L}\left(\mathbf{g}_{N+1} W_{g,N+1}^{n+1} + \mathbf{1}_{N+1} W_{f,N+1}^{n+1}\right)_{l(i)} - \\
- \sum_{i=1}^{M}\left(\mathbf{g}_{1} W_{g,1}^{n+1} + \mathbf{1}_{1} W_{f,1}^{n+1}\right)_{m(i)} + \mathbf{b},
\end{aligned}
\tag{2.27}
$$

где векторы–столбцы $\mathbf{g}_{N+1}$, $\mathbf{1}_{N+1}$, $\mathbf{g}_1$, $\mathbf{1}_1$ рассчитываются по соотношениям (2.25), а вектор–столбец "**b**" по соотношениям, аналогичным (2.22) (только по теплогидравлическим характеристикам коллектора и его соединений с предыдущего временного слоя).

2.2.2 Разностные уравнения сохранения количества движения фаз в соединениях расчетных ячеек

В соединениях расчетных ячеек канала с порядковым номером $1 \le j \le N+1$ (N – количество расчетных ячеек в канале) разностные уравнения сохранения количества движения фаз записываются в неконсервативном виде:

для газовой фазы

$$\begin{aligned}
&\Delta z_j\left(\underline{\underline{\varphi}}_g\underline{\underline{\rho}}_g\right)_j^n\frac{W_{g,j}^{n+1}-W_{g,j}^n}{\Delta t}=\underline{\underline{\varphi}}_{g,j}^n\left(P_{k-1}^{n+1}-P_k^{n+1}\right)--f_{wg,j}^nW_{g,j}^{n+1}-\\
&-f_{i,j}^n\left(W_{g,j}^{n+1}-W_{f,j}^{n+1}\right)+GEN_j^n\left(W_{f,j}^{n+1}-W_{g,j}^{n+1}\right)+\Delta z_j\left(\underline{\underline{\varphi}}_g\underline{\underline{\rho}}_g\right)_j^n\times\\
&\times g_{z,j}-\Delta J_{wg,j}^n+\underline{\underline{\varphi}}_{g,j}^n\Delta z_j\times\left[H_{pump,j}^n+\left(\frac{\partial H_{pump}}{\partial Q}\right)_j^n\times\right.\\
&\left.\times\left(W_g^{n+1}\underline{\varphi}_g^n+W_f^{n+1}\underline{\varphi}_f^n-\left(W_g\underline{\varphi}_g\right)^n-\left(W_f\underline{\varphi}_f\right)^n\right)_j A_j\right];
\end{aligned} \tag{2.28}$$

для жидкой фазы

$$\begin{aligned}
&\Delta z_j\left(\underline{\underline{\varphi}}_f\underline{\underline{\rho}}_f\right)_j^n\frac{W_{f,j}^{n+1}-W_{f,j}^n}{\Delta t}=\underline{\underline{\varphi}}_{f,j}^n\left(P_{k-1}^{n+1}-P_k^{n+1}\right)-f_{wf,j}^nW_{f,j}^{n+1}+\\
&+f_{i,j}^n\left(W_{g,j}^{n+1}-W_{f,j}^{n+1}\right)+CON_j^n\left(W_{f,j}^{n+1}-W_{g,j}^{n+1}\right)+\Delta z_j\left(\underline{\underline{\varphi}}_f\underline{\underline{\rho}}_f\right)_j^n\times\\
&\times g_{z,j}-\Delta J_{wf,j}^n+\underline{\underline{\varphi}}_{f,j}^n\Delta z_j\cdot\left[H_{pump,j}^n+\left(\frac{\partial H_{pump}}{\partial Q}\right)_j^n\times\right.\\
&\left.\times\left(W_g^{n+1}\underline{\varphi}_g^n+W_f^{n+1}\underline{\varphi}_f^n-\left(W_g\underline{\varphi}_g\right)^n-\left(W_f\underline{\varphi}_f\right)^n\right)_j A_j\right].
\end{aligned} \tag{2.29}$$

В соотношениях (2.28), (2.29) Δz – длина соединения; $f_{wp}=\lambda_i F_{wp}\rho_p\left|W_p\right|/8A$ – коэффициент, характеризующий трение фаз со стенкой; $f_i=\lambda_i F_i\rho_c\left|W_f-W_g\right|/8A$ – коэффициент, характеризующий межфазное трение; GEN, CON – коэффициенты, отражающие обмен импульсом, соответственно, при генерации и конденсации паровой фазы; $\left(\dfrac{\partial H_{pump}}{\partial Q}\right)$ – производная напора насоса по объемному расходу двухфазного потока через насос; ΔJ_{wp} – конвективные члены; два нижних подчерка обозначают среднее значение величины в соединении, которое рассчитывается как полусумма соответствующих величин в соседних от соединения расчетных ячейках.

Согласно соотношению (1.17)

$$GEN_j^n = 0.5 \cdot \left[\max\left(\Gamma_{k-1}^n, 0\right) + \max\left(\Gamma_k^n, 0\right)\right] / A_j;$$

$$CON_j^n = 0.5 \cdot \left[\min\left(\Gamma_{k-1}^n, 0\right) + \min\left(\Gamma_k^n, 0\right)\right] / A_j.$$

Конвективные члены аппроксимируются по явной схеме. Изменение проходного сечения канала учитывается по соотношениям, реализованным в американском расчетном коде TRAC–PF1/MOD2 [6]:

$$\begin{aligned} \Delta J_{wp,j}^n = 0.5 \cdot \left(\underline{\underline{\varphi}}_p \underline{\underline{\rho}}_p\right)_j^n A_j \Big[\max\left(W_{p,j}^n, 0\right) \times \\ \times \left(W_{p,j}^n A_j / S_k - W_{p,j-1}^n A_{j-1} / S_{k-1}\right) + \min\left(W_{p,j}^n, 0\right) \times \\ \times \left(W_{p,j+1}^n A_{j+1} / S_k - W_{p,j}^n A_j / S_{k-1}\right)\Big] \cdot \left(1/S_{k-1} + 1/S_k\right). \end{aligned}$$

Напор насоса моделируется по неявной схеме относительно объемного расхода теплоносителя с линеаризацией по времени:

$$H_{pump,j} = H_{pump,j}^n + \left(\frac{\partial H_{pump}}{\partial Q}\right)_j^n \left(Q_j^{n+1} - Q_j^n\right),$$

где $Q_j^{n+1} = \left(\underline{\varphi}_g^n W_g^{n+1} + \underline{\varphi}_f^n W_f^{n+1}\right)_j A_j$ – объемный расход теплоносителя.

Предполагается, что напор насоса распределяется по фазам пропорционально их объемным долям $\underline{\underline{\varphi}}_p^n$.

Для первого (j=1) и последнего (j=N+1) соединений каналов под давлениями P_0 и P_{N+1} в уравнениях (2.28), (2.29) следует понимать соответствующее давление в коллекторе или граничной ячейке с заданными параметрами, из которого (которой) выходит или в который (которую) входит рассматриваемый канал. Аналогично, при вычислении донорных и средних значений во внешних соединениях канала используются соответствующие величины в коллекторах и граничных ячейках.

Систему уравнений (2.28), (2.29) можно записать в матричном виде:

$$\mathbf{W}_j\mathbf{Y}_j = \mathbf{C}_j + \mathbf{D}_j\left(P_{k-1}^{n+1} - P_k^{n+1}\right), \qquad j = \overline{1, N+1}, \tag{2.30}$$

где $\mathbf{W}_j$ – матрица коэффициентов размером (2 х 2); $\mathbf{C}_j$, $\mathbf{D}_j$ – столбцы правых частей, $\mathbf{Y}_j = \left(W_{g,j}^{n+1}, W_{f,j}^{n+1} \right)^T$ – вектор неизвестных. Элементы матрицы $\mathbf{W}_j$ и столбцов $\mathbf{C}_j$, $\mathbf{D}_j$ рассчитываются по параметрам с предыдущего временного слоя в соединении. Их значения приведены в Приложении Б.

2.3 Интегрирование уравнений сохранения по времени

Особенность полунеявной численной схемы заключается в том, что решение системы конечно–разностных уравнений сводится к задаче определения поля давления на новом временном слое. В случае расчета одного канала при заданных граничных условиях поле давления находится из решения системы линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей, которая эффективно решается методом прогонки. При расчете разветвленного контура матрица коэффициентов в уравнениях, описывающих поле давления, перестает быть трехдиагональной, но имеет разреженную структуру. В этом случае система линейных уравнений относительно поля давления, матрица коэффициентов которых имеет разреженную структуру, может быть решена одним из классических мономатричных методов. Именно такой подход реализован в известных теплогидравлических кодах улучшенной оценки. Однако, автором в начале 90–х годов прошлого века разработан новый, более эффективный для решения задач контурной теплогидравлики, безытерационный метод расчета поля давления в разветвленном контуре произвольной топологии, основанный на методе прогонки [95–97].

Метод включает в себя три этапа. На первом этапе для каждого канала теплогидравлической системы, используя рекуррентные соотношения метода прогонки, определяются коэффициенты линейных зависимостей давлений первой и последней расчетных ячеек каждого из каналов от давлений на его концах (в областях ветвления (коллекторах) или в граничных ячейках). То есть для произвольного канала системы (см. рисунок 2.2) с номером ich ($ich = \overline{1, nch}$, где nch – общее количество каналов), разбитого на N расчетных ячеек, на первом этапе получим зависимости:

$$\begin{cases} \left(P_1^{n+1}\right)_{ich} = \mathrm{lin}\left(P_{in}^{n+1}, P_{out}^{n+1}\right)_{ich} \\ \left(P_N^{n+1}\right)_{ich} = \mathrm{lin}\left(P_{in}^{n+1}, P_{out}^{n+1}\right)_{ich}, \quad ich = \overline{1, nch}. \end{cases} \tag{2.31}$$

В выражениях (2.31) используется функция $\mathrm{lin}\left(x_1^{n+1},...,x_m^{n+1}\right)=a_0^n+\sum_{i=1}^{m}a_i^n x_i^{n+1}$, которая представляет собой линейную комбинацию переменных $x_1^{n+1},...,x_m^{n+1}$ на новом временном слое n+1. Коэффициенты $a_0^n,...,a_m^n$ рассчитываются по значениям переменных на предыдущем временном слое n. Давления на входе P_{in}^{n+1} и выходе P_{out}^{n+1} каналов представляют собой либо давления в областях ветвления контура (in или out=ibr, где ibr – порядковый номер какой–либо точки ветвления), либо известные давления в граничных ячейках контура.

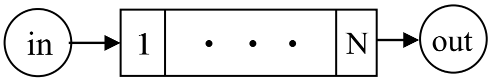


Рисунок 2.2 – Произвольный канал расчетной схемы

На втором этапе осуществляется расчет давлений в областях ветвления контура. Это оказывается возможным, благодаря преобразованию исходной полной системы уравнений в систему линейных уравнений более низкого порядка для давлений в объемах ветвления. Для этого, полученные на первом этапе линейные зависимости подставляются в уравнения, связывающие давления в объемах ветвления контура с давлениями в расчетных ячейках каналов, соседних с расчетной ячейкой, представляющей узел ветвления.

Действительно, для каждого объема ветвления циркуляционного контура с номером ibr (см. рисунок 2.3) в общем виде можно записать:

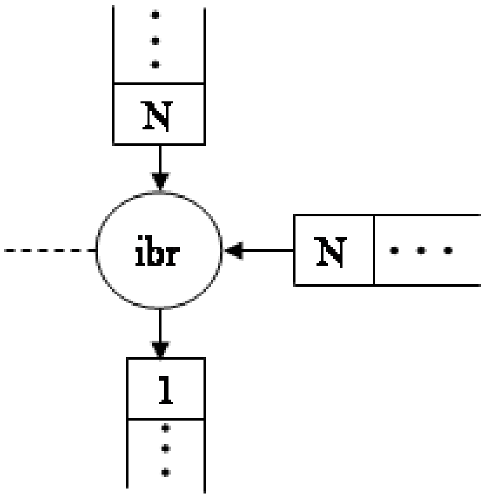


Рисунок 2.3 – Произвольный объем ветвления расчетной схемы

$$\left(P^{n+1}\right)_{ibr} = \mathrm{lin}\left(\left(P_1^{n+1}\right)_1, \ldots, \left(P_1^{n+1}\right)_{nch}, \left(P_N^{n+1}\right)_1, \ldots, \left(P_N^{n+1}\right)_{nch}\right), \quad ibr = \overline{1, nbr}, \tag{2.32}$$

где nbr – общее количество объемов ветвления контура.

Подставляя (2.31) в (2.32), получим:

$$\mathrm{lin}\left(\left(P^{n+1}\right)_1, \ldots, \left(P^{n+1}\right)_{nbr}\right) = 0. \tag{2.33}$$

На третьем этапе по известным давлениям в областях ветвления обратной прогонкой рассчитываются поля давления в каналах.

Эффективность предложенного трехэтапного метода расчета поля давления снижается при значительном увеличении доли объемов ветвления в расчетной схеме. Поэтому при наличии гидравлических поперечных связей между ячейками каналов в коде КОРСАР используется мономатричный метод бисопряженных градиентов [102] для вычисления давлений на новом временном слое. Расчеты задач, моделирующих типичные теплогидравлические процессы в циркуляционных контурах реакторных установок (без использования поперечных связей), показали, что быстродействие трехэтапного метода в 50 – 100 раз выше метода биспоряженных градиентов. Но общее ускорение расчетов составляет порядка 25 – 30%, поскольку значительная часть временных затрат обусловлена вычислением замыкающих соотношений, термодинамических свойств теплоносителя и коэффициентов систем алгебраических уравнений. Однако, разработанный автором трехэтапный метод успешно применяется в НИТИ им. А.П. Александрова для решения задач реального времени при создании полномасштабных тренажеров судовых ядерных энергетических установок [103]. В численных схемах теплогидравлических моделей тренажеров для снятия ограничения на шаг интегрирования по времени условием Куранта используется неявная аппроксимация переносимых конвективным способом донорных величин. Структура матриц линейных систем уравнений сохранения энергии, массы неконденсирующихся компонентов и борной кислоты идентична структуре матрицы системы уравнений относительно давления, что позволяет использовать трехэтапный метод для их решения. Учитывая упрощенные замыкающие соотношения и алгоритмы расчета термодинамических свойств среды, эффективность метода в тренажерных моделях является существенной. Кроме того, к преимуществу изложенного метода расчета поля давления следует отнести то, что метод позволяет программно обеспечить модульную структуру блока контурной теплогидравлики и без особых усилий распараллеливать вычисления в случае использования многопроцессорных компьютеров.

Рассмотрим более подробно этапы предложенного численного алгоритма решения разностных уравнений сохранения.

Преобразование разностных уравнений теплогидравлики каналов

Умножив (2.24) на $\mathbf{A}_k^{-1}$, получим линейную зависимость энтальпий фаз, объемного газосодержания, давления и массовой доли НГ в газовой фазе для расчетных ячеек канала от скоростей фаз в соединениях:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_k &= \left(\mathbf{A}_k^{-1}\mathbf{g}_j\right)W_{g,j}^{n+1} - \left(\mathbf{A}_k^{-1}\mathbf{g}_{j+1}\right)W_{g,j+1}^{n+1} + \left(\mathbf{A}_k^{-1}\mathbf{1}_j\right)W_{f,j}^{n+1} - \\ &- \left(\mathbf{A}_k^{-1}\mathbf{1}_{j+1}\right)W_{f,j+1}^{n+1} + \left(\mathbf{A}_k^{-1}\mathbf{b}_k\right) = \mathbf{g}_k^{I}W_{g,j}^{n+1} - \mathbf{g}_k^{II}W_{g,j+1}^{n+1} + \\ &+ \mathbf{1}_k^{I}W_{f,j}^{n+1} - \mathbf{1}_k^{II}W_{f,j+1}^{n+1} + \mathbf{a}_k, \qquad k = \overline{1,N},\end{aligned} \tag{2.34}$$

где $\mathbf{g}_k^{I} = \left(\mathbf{A}_k^{-1}\mathbf{g}_j\right)$, $\mathbf{g}_k^{II} = \left(\mathbf{A}_k^{-1}\mathbf{g}_{j+1}\right)$, $\mathbf{1}_k^{I} = \left(\mathbf{A}_k^{-1}\mathbf{1}_j\right)$, $\mathbf{1}_k^{II} = \left(\mathbf{A}_k^{-1}\mathbf{1}_{j+1}\right)$, $\mathbf{a}_k = \left(\mathbf{A}_k^{-1}\mathbf{b}_k\right)$.

Умножив (2.30) на $\mathbf{W}_j^{-1}$, запишем линейную связь скоростей фаз в соединениях канала с давлениями в соседних расчетных ячейках:

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_j &= \left(\mathbf{W}^{-1}\mathbf{C}\right)_j + \left(\mathbf{W}^{-1}\mathbf{D}\right)_j\left(P_{k-1}^{n+1} - P_k^{n+1}\right) = \mathbf{c}_j + \mathbf{d}_j\left(P_{k-1}^{n+1} - P_k^{n+1}\right), \\ j &= \overline{1,N+1}.\end{aligned} \tag{2.35}$$

В соотношении (2.35) $\mathbf{c}_j = \left(\mathbf{W}^{-1}\mathbf{C}\right)_j$, $\mathbf{d}_j = \left(\mathbf{W}^{-1}\mathbf{D}\right)_j$; P_0 – давление в коллекторе P_{jc1}^{col} или в граничной ячейке P_{jb1}^{bon}, из которых выходит данный канал, P_{N+1} – давление в коллекторе P_{jc2}^{col} или в граничной ячейке P_{jb2}^{bon}, в которые входит данный канал, $jc1, jb1, jc2, jb2$ – номера коллекторов и граничных ячеек, которые определяются номером канала.

Из (2.34), в частности, следует:

$$\begin{aligned}P_k^{n+1} - P_k^{n} &= g_{4,k}^{I}W_{g.j}^{n+1} - g_{4,k}^{II}W_{g.j+1}^{n+1} + 1_{4,k}^{I}W_{f.j}^{n+1} - 1_{4,k}^{II}W_{f.j}^{n+1} + a_{4,k}, \\ k &= \overline{1,N}.\end{aligned} \tag{2.36}$$

Подставив (2.35) в (2.36), получим систему трехточечных уравнений относительно профиля давления в канале:

$$\widetilde{A}_k P_{k-1}^{n+1} - \widetilde{C}_k P_k^{n+1} + \widetilde{B}_k P_{k+1}^{n+1} = \widetilde{F}_k, \; k = \overline{1,N}, \tag{2.37}$$

где коэффициенты

$$\begin{aligned}\widetilde{A}_k &= g_{4,k}^{I} \cdot d_{1,j} + 1_{4,k}^{I} \cdot d_{2,j}; \\ \widetilde{B}_k &= g_{4,k}^{II} \cdot d_{1,j+1} + 1_{4,k}^{II} \cdot d_{2,j+1}; \\ \widetilde{C}_k &= 1 + g_{4,k}^{I} \cdot d_{1,j} + g_{4,k}^{II} \cdot d_{1,j+1} + 1_{4,k}^{I} \cdot d_{2,j} + 1_{4,k}^{II} \cdot d_{2,j+1};\end{aligned} \tag{2.38}$$

$$\widetilde{F}_k = -\left[P_k^n + a_{4,k} + g_{4,k}^{I} \cdot c_{1,j} + l_{4,k}^{I} \cdot c_{2,j} - g_{4,k}^{II} \cdot c_{1,j+1} - l_{4,k}^{II} \cdot c_{2,j+1}\right].$$

Найдем линейную связь давлений в первой (P_1^{n+1}) и в последней (P_N^{n+1}) расчетных ячейках канала с давлениями P_0^{n+1} и P_{N+1}^{n+1}. Эта линейная связь понадобится в дальнейшем для вывода линейной системы уравнений относительно давлений в коллекторах.

Запишем решение системы (2.37), согласно методу прогонки [104], в виде:

$$P_k^{n+1} = æ_k\, P_{k+1}^{n+1} + \nu_k^{n+1}, \quad k = \overline{1, N}, \tag{2.39}$$

где коэффициенты $æ_k$, ν_k^{n+1} определяются из рекуррентных соотношений:

$$æ_k = \frac{\widetilde{B}_k}{\widetilde{C}_k - \widetilde{A}_k æ_{k-1}}; \tag{2.40}$$

$$\nu_k^{n+1} = \frac{\widetilde{A}_k \nu_{k-1}^{n+1} - \widetilde{F}_k}{\widetilde{C}_k - \widetilde{A}_k æ_{k-1}}, \qquad k = \overline{2, N}. \tag{2.41}$$

Из первого уравнения системы (2.37) при k=1 имеем:

$$æ_1 = \frac{\widetilde{B}_1}{\widetilde{C}_1}; \tag{2.42}$$

$$\nu_1^{n+1} = \frac{\widetilde{A}_1 P_0^{n+1} - \widetilde{F}_1}{\widetilde{C}_1}. \tag{2.43}$$

Решая совместно (2.41) и (2.43), получим выражение ν_k^{n+1} через P_0^{n+1}:

$$\nu_k^{n+1} = \omega_k P_0^{n+1} + u_k. \tag{2.44}$$

Коэффициенты ω_k, u_k легко найти из рекуррентных связей:

$$\omega_k = \frac{\widetilde{A}_k \omega_{k-1}}{\widetilde{C}_k - \widetilde{A}_k æ_{k-1}}; \tag{2.45}$$

$$u_k = \frac{\widetilde{A}_k u_{k-1} - \widetilde{F}_k}{\widetilde{C}_k - \widetilde{A}_k æ_{k-1}}, \qquad k = \overline{2, N}. \tag{2.46}$$

Причем (см. выражение (2.43)) $\omega_1 = \dfrac{\widetilde{A}_1}{\widetilde{C}_1}$; $u_1 = -\dfrac{\widetilde{F}_1}{\widetilde{C}_1}$.

Обратимся к зависимостям (2.39), применяя их последовательно при k=N, N–1, . . . , 1, будем иметь:

$$P_N^{n+1} = æ_N P_{N+1}^{n+1} + \nu_N^{n+1}; \tag{2.47}$$

$$P_{N-1}^{n+1} = æ_{N-1} P_N^{n+1} + \nu_{N-1}^{n+1} = æ_N æ_{N-1} P_{N+1}^{n+1} + \left(\nu_N^{n+1} æ_{N-1} + \nu_{N-1}^{n+1}\right);$$

$$P_{N-2}^{n+1} = æ_{N-2} P_{N-1}^{n+1} + \nu_{N-2}^{n+1} = æ_N æ_{N-1} æ_{N-2} P_{N+1}^{n+1} +$$
$$+ \left(\nu_N^{n+1} æ_{N-1} æ_{N-2} + \nu_{N-1}^{n+1} æ_{N-2} + \nu_{N-2}^{n+1}\right);$$

$$P_1^{n+1} = \alpha P_{N+1}^{n+1} + \beta^{n+1}, \tag{2.48}$$

где $\alpha = æ_N æ_{N-1} \ldots \cdot æ_1$;

$$\beta^{n+1} = \nu_N^{n+1} æ_{N-1} æ_{N-2} \ldots æ_1 + \nu_{N-1}^{n+1} æ_{N-2} \ldots æ_1 + \ldots + \nu_2^{n+1} æ_1 + \nu_1^{n+1}. \tag{2.49}$$

Комбинируя соотношения (2.44), (2.48) и (2.49), получим линейную связь давления в первой расчетной ячейке канала с давлениями P_0^{n+1} и P_{N+1}^{n+1}:

$$P_1^{n+1} = S_{11} \cdot P_0^{n+1} + S_{12} \cdot P_{N+1}^{n+1} + O_1; \tag{2.50}$$

$$S_{11} = \omega_N æ_{N-1} æ_{N-2} \ldots æ_1 + \omega_{N-1} æ_{N-2} \ldots æ_1 + \omega_2 æ_1 + \omega_1; \tag{2.51}$$

$$S_{12} = \alpha; \tag{2.52}$$

$$O_1 = u_N æ_{N-1} æ_{N-2} \ldots æ_1 + u_{N-1} æ_{N-2} \ldots æ_1 + u_2 æ_1 + u_1. \tag{2.53}$$

Связь давления в последней расчетной ячейке канала с давлениями P_0^{n+1} и P_{N+1}^{n+1} запишем, подставляя выражение (2.44) при k=N в соотношение (2.47):

$$P_N^{n+1} = S_{21} \cdot P_0^{n+1} + S_{22} \cdot P_{N+1}^{n+1} + O_2; \tag{2.54}$$

$$S_{21} = \omega_N; \tag{2.55}$$

$$S_{22} = æ_N; \tag{2.56}$$

$$O_2 = u_N. \tag{2.57}$$

Вывод системы линейных уравнений относительно давлений в коллекторах

Пусть расчетная схема контура содержит JC коллекторов, а $jc = \overline{1, JC}$ – номер произвольного коллектора.

Умножив (2.27) на $\mathbf{A}^{-1}$, получим линейную зависимость энтальпий фаз, объемного газосодержания, давления и массовой доли неконденсирующихся компонентов газовой фазы в коллекторах от скоростей фаз в соединениях:

$$\mathbf{X}_{jc} = \sum_{i=1}^{Ljc}\left[\left(\mathbf{A}_{jc}^{-1}\mathbf{g}_{N+1}\right)W_{g,N+1}^{n+1} + \left(\mathbf{A}_{jc}^{-1}\mathbf{l}_{N+1}\right)W_{f,N+1}^{n+1}\right]_{l_{jc}(i)} -$$

$$- \sum_{i=1}^{Mjc}\left[\left(\mathbf{A}_{jc}^{-1}\mathbf{g}_{1}\right)W_{g,1}^{n+1} + \left(\mathbf{A}_{jc}^{-1}\mathbf{l}_{1}\right)W_{f,1}^{n+1}\right]_{m_{jc}(i)} + \left(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}\right)_{jc}, \; jc = \overline{1, JC}. \tag{2.58}$$

Из (2.58) следует, что:

$$\left(P_{jc}^{col}\right)^{n+1} - \left(P_{jc}^{col}\right)^{n} == \sum_{i=1}^{Ljc}\left[\left(A_{jc}^{-1}g_{N+1}\right)_4 W_{g,N+1}^{n+1} + \left(A_{jc}^{-1}l_{N+1}\right)_4 W_{f,N+1}^{n+1}\right]_{l_{jc}(i)} -$$

$$- \sum_{i=1}^{Mjc}\left[\left(A_{jc}^{-1}g_1\right)_4 W_{g,1}^{n+1} + \left(A_{jc}^{-1}l_1\right)_4 W_{f,1}^{n+1}\right]_{m_{jc}(i)} + \left(A^{-1}b\right)_{4,jc}, \quad jc = \overline{1, JC}. \tag{2.59}$$

Выражая скорости фаз из уравнений (2.35), получим систему дискретных уравнений, связывающих давление в коллекторе jc с давлениями в соседних с коллектором расчетных ячейках:

$$\sum_{i=1}^{Ljc}\left(\widetilde{A}\cdot P_N^{n+1}\right)_{l_{jc}(i)} - \widetilde{C}_{jc}\left(P_{jc}^{col}\right)^{n+1} + \sum_{i=1}^{Mjc}\left(\widetilde{B}\cdot P_1^{n+1}\right)_{m_{jc}(i)} = \widetilde{F}_{jc},$$
$$jc = \overline{1, JC}, \tag{2.60}$$

где коэффициенты

$$\widetilde{A}_{l_{jc}(i)} = \left[\left(A_{jc}^{-1}g_{N+1}\right)_4 d_{1,N+1} + \left(A_{jc}^{-1}l_{N+1}\right)_4 d_{2,N+1}\right]_{l_{jc}(i)};$$

$$\widetilde{B}_{m_{jc}(i)} = \left[\left(A_{jc}^{-1}g_1\right)_4 d_{1,1} + \left(A_{jc}^{-1}l_1\right)_4 d_{2,1}\right]_{m_{jc}(i)}; \tag{2.61}$$

$$\widetilde{C}_{jc} = 1 + \sum_{i=1}^{Ljc}\left[\left(A_{jc}^{-1}g_{N+1}\right)_4 d_{1,N+1} + \left(A_{jc}^{-1}l_{N+1}\right)_4 d_{2,N+1}\right]_{l_{jc}(i)} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{Mjc}\left[\left(A_{jc}^{-1}g_1\right)_4 d_{1,1} + \left(A_{jc}^{-1}l_1\right)_4 d_{2,1}\right]_{m_{jc}(i)};$$

$$\widetilde{F}_{jc} = -\left(P_{jc}^{col}\right)^{n} - \left(A^{-1}b\right)_{4,jc} - \sum_{i=1}^{Ljc}\left[\left(A_{jc}^{-1}g_{N+1}\right)_4 c_{1,N+1} + \left(A_{jc}^{-1}l_{N+1}\right)_4 c_{2,N+1}\right]_{l_{jc}(i)} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{Mjc}\left[\left(A_{jc}^{-1}g_1\right)_4 c_{1,1} + \left(A_{jc}^{-1}l_1\right)_4 c_{2,1}\right]_{m_{jc}(i)}.$$

Согласно (2.50) и (2.54):

$$(P_1)_{m_{jc}(i)}^{n+1} = (S_{11})_{m_{jc}(i)}\cdot\left(P_{jc}^{col}\right)^{n+1} + (S_{12})_{m_{jc}(i)}\cdot(P_{N+1})_{m_{jc}(i)}^{n+1} + (O_1)_{m_{jc}(i)};$$

$$(P_N)^{n+1}_{l_{jc}(i)} = (S_{21})_{l_{jc}(i)} \cdot (P_0)^{n+1}_{l_{jc}(i)} + (S_{22})_{l_{jc}(i)} \cdot \left(P^{col}_{jc}\right)^{n+1} + (O_2)_{l_{jc}(i)}. \tag{2.62}$$

Коэффициенты $(S_{11})_{m_{jc}(i)}$, $(S_{12})_{m_{jc}(i)}$, $(O_1)_{m_{jc}(i)}$, $(S_{21})_{l_{jc}(i)}$, $(S_{22})_{l_{jc}(i)}$, $(O_2)_{l_{jc}(i)}$ рассчитываются из соотношений (2.51)–(2.53), (2.55)–(2.57).

$$(P_{N+1})_{m_{jc}(i)} = \begin{cases} P^{col}_{jc2}, \text{ если канал } m_{jc}(i) \text{ входит в коллектор с} \\ \qquad \text{номером } jc2; \\ P^{bon}_{jb2}, \text{ если канал } m_{jc}(i) \text{ входит в граничную} \\ \qquad \text{ячейку с номером } jb2; \end{cases}$$

$$(P_0)_{l_{jc}(i)} = \begin{cases} P^{col}_{jc1}, \text{ если канал } l_{jc}(i) \text{ выходит из коллектора с} \\ \qquad \text{номером } jc1; \\ P^{bon}_{jb1}, \text{ если канал } l_{jc}(i) \text{ выходит из граничной} \\ \qquad \text{ячейки с номером } jb1. \end{cases}$$

Подставляя (2.62) в (2.60) и проделав аналогичную процедуру для всех коллекторов расчетной схемы $jc=\overline{1,JC}$, получим систему JC линейных уравнений относительно давлений в коллекторах:

$$\tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\Pi}. \tag{2.63}$$

В системе уравнений (2.63) $\tilde{\mathbf{E}}$ – матрица коэффициентов размером (JC x JC),

$\tilde{\mathbf{Y}} = \left[\left(P^{col}_1\right)^{n+1}, \ldots, \left(P^{col}_{JC}\right)^{n+1}\right]^T$ – вектор неизвестных давлений в коллекторах, $\tilde{\Pi}$ – вектор–столбец правых частей.

Элементы матрицы $\tilde{\mathbf{E}}$ вычисляются следующим образом:

$$\tilde{E}_{jc,j} = \sum_{i=1}^{Ljc} \begin{cases} 0, & \text{если } j \neq cb1[l_{jc}(i)] \\ (\tilde{A}S_{21})_{l_{jc}(i)}, & \text{если } j = cb1[l_{jc}(i)] \end{cases} + \sum_{i=1}^{Mjc} \begin{cases} 0, & \text{если } j \neq cb2[m_{jc}(i)] \\ (\tilde{B}S_{12})_{m_{jc}(i)}, & \text{если } j = cb2[m_{jc}(i)] \end{cases}, \tag{2.64}$$

$$\tilde{E}_{jc,j} = \tilde{E}_{jc,j} + \sum_{i=1}^{Ljc} \left(\tilde{A}S_{22}\right)_{l_{jc}(i)} + \sum_{i=1}^{Mjc} \left(\tilde{B}S_{11}\right)_{m_{jc}(i)} - \tilde{C}_{jc}, \qquad jc = \overline{1,JC}, \qquad j = \overline{1,JC}.$$

В (2.64) обозначено:

$$cb1[\text{номер канала}] = \begin{cases} \text{номер коллектора } jc1, \text{ из которого выходит канал,} \\ \text{или номер граничной ячейки со знаком "минус"} \\ \text{- } jb1, \text{ из которой выходит канал;} \end{cases}$$

$$cb\,2\left[\text{номер канала}\right]=\begin{cases}\text{номер коллектора } jc2\text{, в который входит канал,}\\ \text{или номер граничной ячейки со знаком " минус"}\\ \text{- } jb2\text{, в которую входит канал.}\end{cases}$$

Элементы вектора–столбца $\widetilde{\Pi}$:

$$\widetilde{\Pi}_{jc}=\widetilde{F}_{jc}-\sum_{i=1}^{Ljc}\begin{cases}\left(\widetilde{A}O_2\right)_{l_{jc}(i)}, & \text{если } cb1\left[l_{jc}(i)\right]\geq 0\\ \left[\widetilde{A}\left(O_2+S_{21}P_{jb1}^{bon}\right)\right]_{l_{jc}(i)}, & \text{если } jb1=-cb1\left[l_{jc}(i)\right]>0\end{cases}-$$

$$-\sum_{i=1}^{Mjc}\begin{cases}\left(\widetilde{B}O_1\right)_{m_{jc}(i)}, & \text{если } cb2\left[m_{jc}(i)\right]\geq 0\\ \left[\widetilde{B}\left(O_1+S_{12}P_{jb2}^{bon}\right)\right]_{m_{jc}(i)}, & \text{если } jb2=-cb2\left[m_{jc}(i)\right]>0.\end{cases}$$

$$jc=\overline{1,JC}.$$

Следует отметить, что если в расчетной схеме отсутствуют коллектора и JC=0, то решение системы (2.63) не требуется.

<u>Определение теплогидравлических характеристик контура по вычисленному полю давления в коллекторах</u>

Определив давления в коллекторах циркуляционного контура P_{jc}^{col} ($jc=\overline{1,JC}$), после решения системы линейных алгебраических уравнений (2.63), легко вычислить обратной прогонкой (2.39) поля давлений в каналах контура.

По известным давлениям в расчетных ячейках, используя соотношения (2.35), вычисляются скорости фаз в соединениях.

Далее, после подстановки скоростей фаз в выражения (2.34) и (2.58), рассчитываются значения энтальпий фаз, объемной доли газовой фазы и массовой доли неконденсирующихся компонентов газовой фазы в расчетных ячейках.

2.4 Коррекция полунеявной численной схемы

<u>Компенсация численных дисбалансов массы и энергии</u>

Линеаризация нестационарных членов (2.18) в полунеявной численной схеме приводит к нарушению балансов массы и энергии фаз потока при интегрировании по времени, поскольку

$$\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p\right)}{\partial t}=\frac{\left(\varphi_p\rho_p\right)^{n+1}-\left(\varphi_p\rho_p\right)^{n}}{\Delta t}=\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p\right)^{L}}{\partial t}+\Delta m_p^L;$$

$$\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)}{\partial t}=\frac{\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{n+1}-\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{n}}{\Delta t}=\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{L}}{\partial t}+\Delta q_p^L;$$

$$\frac{\partial(\varphi_g\rho_g X_{ng})}{\partial t}=\frac{(\varphi_g\rho_g X_{ng})^{n+1}-(\varphi_g\rho_g X_{ng})^{n}}{\Delta t}=\frac{\partial(\varphi_g\rho_g X_{ng})^{L}}{\partial t}+\Delta m_{ng}^{L}.$$

Несложно показать, что дисбалансы массы фаз Δm_p^L, энергии фаз Δq_p^L и массы неконденсирующихся компонентов в газовой фазе Δm_{ng}^L можно вычислить по соотношениям:

$$\Delta m_p^L=\frac{(\rho_p^{n+1}-\rho_p^n)(\varphi_p^{n+1}-\varphi_p^n)}{\Delta t};$$

$$\Delta q_p^L=\frac{\varphi_p^n(\rho_p^{n+1}-\rho_p^n)+\rho_p^n(\varphi_p^{n+1}-\varphi_p^n)}{\Delta t}(h_p^{n+1}-h_p^n)+h_p^{n+1}\Delta m_p^L; \tag{2.65}$$

$$\Delta m_{ng}^L=\frac{\varphi_g^n(\rho_g^{n+1}-\rho_g^n)+\rho_g^n(\varphi_g^{n+1}-\varphi_g^n)}{\Delta t}(X_{ng}^{n+1}-X_{ng}^n)+X_{ng}^{n+1}\Delta m_g^L.$$

Дополнительно линеаризация плотностей фаз (2.19) увеличивает значение дисбалансов:

$$\Delta m_p^L=\cdots+\frac{\varphi_p^n\Delta\rho_p^L}{\Delta t};\ \Delta q_p^L=\cdots+\frac{\varphi_p^n h_p^n\Delta\rho_p^L}{\Delta t};\ \Delta m_{ng}^L=\cdots+\frac{\varphi_g^n X_{ng}^n\Delta\rho_g^L}{\Delta t}, \tag{2.66}$$

где $\Delta\rho_p^L$ – погрешность расчета плотностей фаз на новом временном слое при линеаризации:

$$\Delta\rho_f^L=\rho_f\left(P^{n+1},h_f^{n+1}\right)-\rho_f^L;\ \Delta\rho_g^L=\rho_g\left(P^{n+1},h_g^{n+1},X_{1g}^{n+1},...,X_{N_{ng}}^{n+1}\right)-\rho_g^L. \tag{2.67}$$

В коде RELAP5 процедура компенсации численных дисбалансов производится следующим образом [7, 8]. После завершения расчета временного шага по полунеявной схеме принимается, что поля скоростей фаз W_p^{n+1} и давления P^{n+1} являются окончательными на данном шаге, а внутренней энергии фаз $\tilde{u}_p^{n+1}$ (вместо энтальпии в коде RELAP5 используется внутренняя энергия) и объемного газосодержания $\tilde{\varphi}_g^{n+1}$ – промежуточными. Их значения подставляются в уравнения сохранения массы и энергии фаз, записанные в консервативной форме, и определяются: $(\varphi_p\rho_p u_p)^{n+1}$, $(\varphi_p\rho_p)^{n+1}$. Затем рассчитываются окончательные значения внутренней энергии фаз и объемного газосодержания:

$$u_p^{n+1}=\frac{(\varphi_p\rho_p u_p)^{n+1}}{(\varphi_p\rho_p)^{n+1}},\quad \varphi_g^{n+1}=1-\frac{(\varphi_f\rho_f)^{n+1}}{\rho_f^L}.$$

Можно выделить три недостатка данного подхода. Во–первых, переопределенность задачи. На стадии компенсации численного дисбаланса решаются четыре уравнения, рассчитываются четыре величины $\varphi_f \rho_f$, $\varphi_g \rho_g$, $\varphi_f \rho_f u_f$, $\varphi_g \rho_g u_g$, а корректируются только три переменные φ_g, u_f, u_g. Сомнительно, что объемное газосодержание, вычисленное из условия баланса массы жидкости, будет удовлетворять уравнению сохранения массы газа, то есть: $\varphi_g^{n+1} \rho_g^L = \left(\varphi_g \rho_g\right)^{n+1}$. Во–вторых, процедура компенсации некорректна, поскольку не затрагивает корректировки полей скоростей фаз и давления. В–третьих, в процедуре компенсации не учитывается погрешность линеаризации плотностей фаз (2.67). Указанные выше недостатки могут приводить к нарушению баланса массы и энергии в двухфазных потоках при расчетах динамических процессов. Например, в работе [105] демонстрируется нарушение баланса массы при расчетах по коду RELAP5.

В численной схеме РК КОРСАР дисбалансы вычисляются по соотношениям (2.65)–(2.67) для каждой расчетной ячейки в конце временного шага. Затем интегральные дисбалансы $\Delta M_p^L = \Delta m_p^L \cdot V$, $\Delta Q_p^L = \Delta q_p^L \cdot V$ и $\Delta M_{ng}^L = \Delta m_{ng}^L \cdot V$ добавляются со знаком "минус" в векторы–столбцы $\mathbf{b}$ правых частей систем уравнений сохранения (2.24), (2.27) на следующем временном шаге. При изменении величины шага интегрирования по времени дисбалансы корректируются множителем $\Delta t_{old} / \Delta t_{new}$. Таким образом осуществляется компенсация численных дисбалансов массы и энергии по явной схеме [106].

<u>Коррекция "антидонорной" схемы</u>

Переносимые конвекцией донорные величины в соединениях j, которые являются составляющими векторов $\mathbf{g}_j$ и $\mathbf{1}_j$ в системах уравнений (2.24), (2.27), определяются по значениям скоростей фаз с предыдущего временного слоя. Изменение знака скоростей за один временной шаг приводит к нефизичному вычислению потоков массы и энергии теплоносителя, поскольку конвективный перенос в данной ситуации рассчитывается по "антидонорной" численной схеме. Нефизичность проявляется в большей степени по мере увеличения разности значений переменных, по которым вычисляются донорные величины в соседних с соединением расчетных ячейках.

В расчетном коде RELAP5/MOD2 [7] на каждом шаге по времени проводится анализ всех соединений с изменением знака скоростей фаз. Когда максимальное изменение донорных величин в каком–либо соединении превышает заданное значение, системы уравнений сохранения решаются заново с перевычисленными донорными величинами. Если знак скоростей фаз снова изменяется, то осуществляется дробление временного шага.

В коде КОРСАР реализован простой и обоснованный алгоритм учета изменения знака скоростей за временной шаг [106]. Изменение знака скорости фаз в предлагаемом алгоритме корректируется на следующем временном слое путем введения добавок к источникам, учитывающим дисбалансы в расчетных ячейках. Для ячеек каналов:

$$\begin{aligned}
&\Delta M_{p}^{L} = \cdots + \delta\left(\underline{\varphi}_{p}\,\underline{\rho}_{p}\right)_{j+1}^{n} A_{j+1} W_{p,j+1}^{n+1} - \delta\left(\underline{\varphi}_{p}\,\underline{\rho}_{p}\right)_{j}^{n} A_{j} W_{p,j}^{n+1};\\
&\Delta Q_{p}^{L} = \cdots + \delta\left(\underline{\varphi}_{p}\underline{\rho}_{p}\underline{h}_{p}\right)_{j+1}^{n} A_{j+1} W_{p,j+1}^{n+1} - \delta\left(\underline{\varphi}_{p}\underline{\rho}_{p}\underline{h}_{p}\right)_{j}^{n} A_{j} W_{p,j}^{n+1};\\
&\Delta M_{ng}^{L} = \cdots + \delta\left(\underline{\varphi}_{g}\underline{\rho}_{g}\underline{X}_{ng}\right)_{j+1}^{n} A_{j+1} W_{g,j+1}^{n+1} - \delta\left(\underline{\varphi}_{g}\underline{\rho}_{g}\underline{X}_{ng}\right)_{j}^{n} A_{j} W_{g,j}^{n+1}.
\end{aligned} \tag{2.68}$$

В выражениях (2.68) $\delta\left(\underline{\varphi}_{p}\,\underline{\rho}_{p}\right)_{j}^{n}$, $\delta\left(\underline{\varphi}_{p}\,\underline{\rho}_{p}\,\underline{h}_{p}\right)_{j}^{n}$ и $\delta\left(\underline{\varphi}_{g}\,\underline{\rho}_{g}\,\underline{X}_{ng}\right)_{j}^{n}$ – поправки донорных величин при изменении знака скоростей фаз в соединении j. Поправки донорных величин определяются как разность их значений, вычисленных по направлению скоростей на новом и предыдущем временных слоях. Для расчетных ячеек, представляющих коллектор, осуществляется суммирование по всем входным и выходным соединениям.

Тестирование алгоритма компенсации дисбалансов

С целью демонстрации работоспособности алгоритма компенсации численных дисбалансов массы и энергии (2.65)–(2.67), разработанного автором диссертации, была сформулирована и решена следующая задача. Рассматривался классический водяной контур естественной циркуляции, который включает в себя горячий подъемный участок с подводом тепла, горизонтальный участок с отводом тепла через холодильник, холодный опускной участок и систему компенсации давления. Расчетная схема контура приведена на рисунке 2.4.

Замкнутый контур циркуляции моделируется элементом расчетной схемы "канал" 1, представляющим собой трубу диаметром 0.25 м. Длина контура составляет 14.75 м. Протяженность каждого из вертикальных участков выбрана равной 2.375м, а горизонтальных – 5 м. Подвод тепла на подъемном участке и отвод тепла через холодильник осуществляются посредством элементов кода "теплопроводящая конструкция" с номерами 1 и 2, соответственно. Теплопроводящая конструкция представляет собой цилиндрическую металлическую стенку трубы толщиной 0.05 м. Длина обогреваемой части 1.875м, длина холодильника 4 м. На внешней поверхности первой теплопроводящей конструкции заданы граничные условия второго рода с плотностью подводимого теплового потока 7.5 10^4 Вт/м^2, что соответствует суммарному поступлению тепла 1.55 10^5 Вт. На внешней поверхности второй теплопроводящей конструкции используются граничные условия третьего рода с коэффициентом теплообмена 10^4 Вт/(м^{2}K) и температурой окружающей среды 293.15K. Дыхательный трубопровод системы компенсации давления моделируется "каналом" с номером 2, который подключен к элементу расчетной схемы "граничная ячейка", в котором фиксируется давление 5 10^5 Па (аналог компенсатора давления). Канал соединен с контуром циркуляции посредством элемента "коллектор".

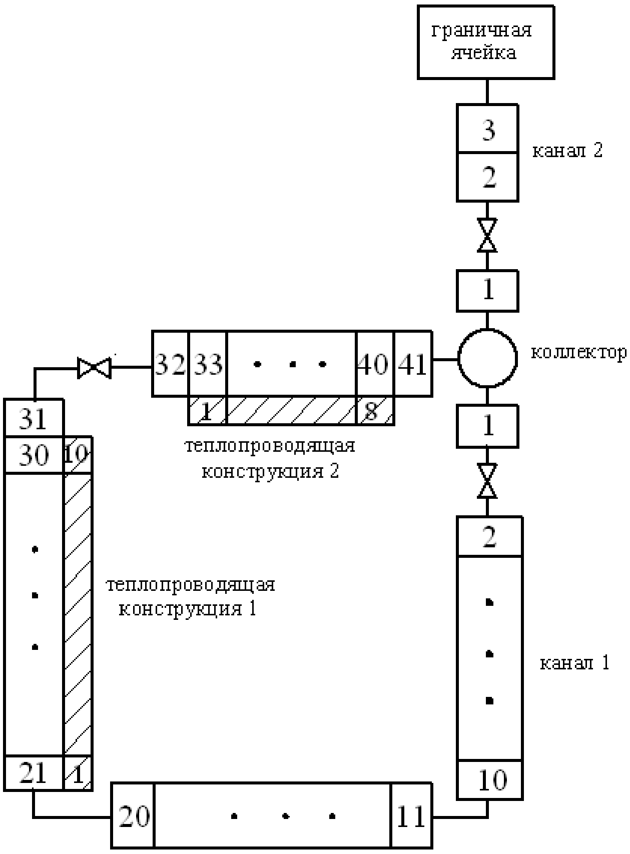


Рисунок 2.4 – Расчетная схема контура естественной циркуляции

Проведено два расчета с компенсацией численных дисбалансов массы, энергии и без их компенсации с шагом интегрирования по времени 0.125с. В начальный момент времени по всему контуру задается одинаковая температура воды 293.15K и поле давления с учетом гравитационной составляющей. Скорости теплоносителя принимаются равными нулю.

На рисунке 2.5 приведено изменение во времени отдельных расчетных параметров при разогреве контура естественной циркуляции после линейного увеличения граничного теплового потока за 1000 с. Длительность стабилизации процесса составляет около 10000 с. Теплоноситель на подъемном участке вскипает. Объемное паросодержание на входе в холодильник достигает значения 0.13. Пар полностью конденсируется в холодильнике. Из-за разности плотностей на подъемном и опускном участках возникает естественная циркуляция с расходом порядка 14 кг/с (что соответствует скорости циркуляции 0.3 м/с).

Для замкнутого контура можно записать балансовые соотношения сохранения массы и энергии теплоносителя:

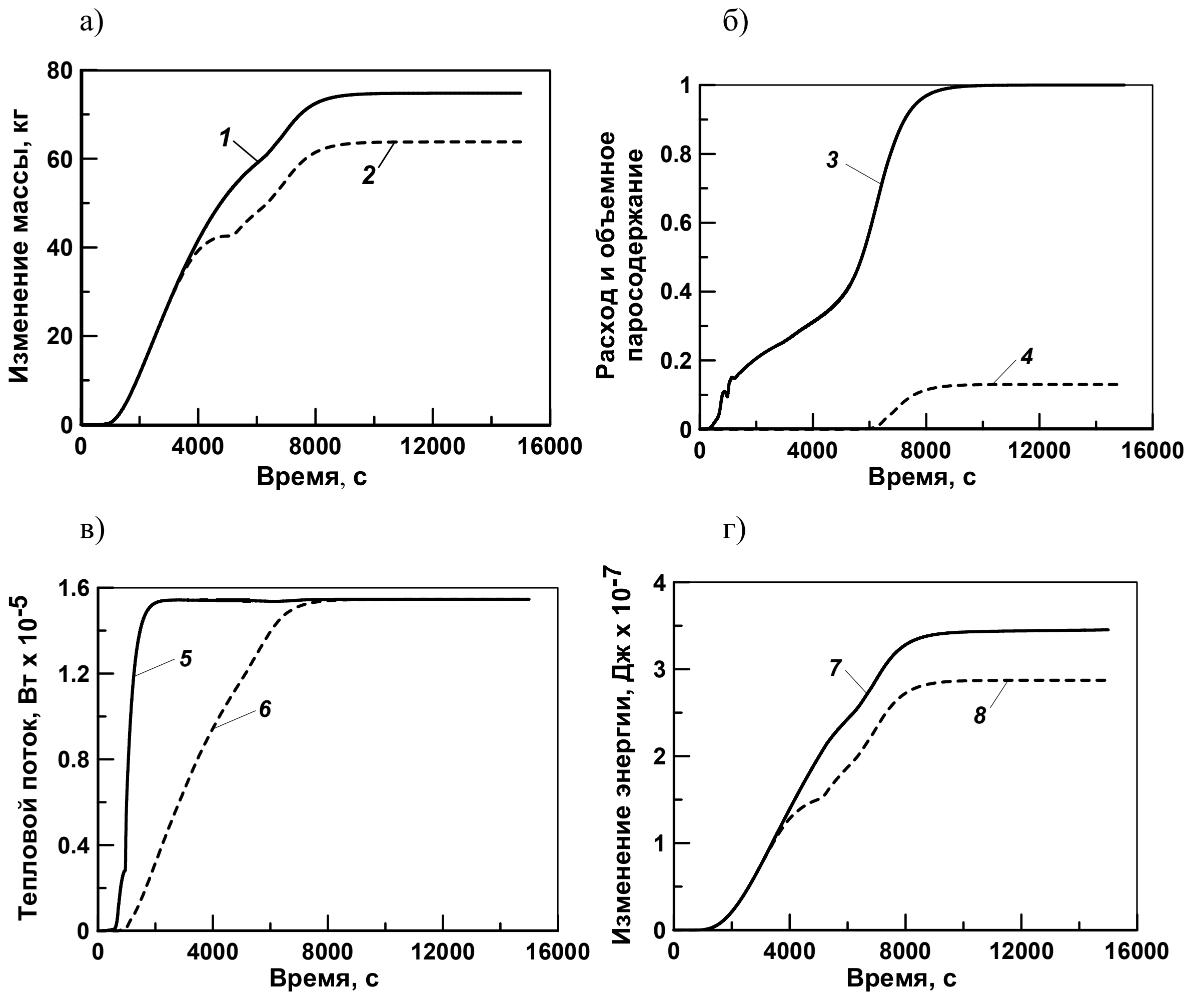


Рисунок 2.5 – Изменение во времени параметров при разогреве контура естественной циркуляции

1 –выход массы из контура при компенсации дисбалансов; *2* – выход массы из контура без компенсации дисбалансов; *3* – нормированный на 14 кг/с расход циркуляции; *4* – объемное паросодержание на входе в холодильник; *5* – подвод тепла на подъемной части; 6 – отвод тепла через холодильник; *7* – выход энергии из контура при компенсации дисбалансов; *8* – выход энергии из контура без компенсации дисбалансов

$$\frac{\partial M}{\partial \tau} = -G_{out}\,; \quad \frac{\partial E}{\partial \tau} = Q_1 - Q_2 - (Gh)_{out}\,,$$

которые в интегральной форме имеют следующий вид:

$$\int_0^\tau G_{out}\, d\tau = -\left(M - \overset{\circ}{M} \right), \tag{2.69}$$

$$\int_0^\tau (Gh)_{out}\, d\tau = \int_0^\tau (Q_1 - Q_2)\, d\tau - \left(E - \overset{\circ}{E} \right). \tag{2.70}$$

В приведенных соотношениях M – масса теплоносителя в контуре ($\overset{\circ}{M}$ – начальная масса), E – энергия теплоносителя в контуре ($\overset{\circ}{E}$ – начальная энергия), G_{out} – расход из контура в систему компенсации давления, $(Gh)_{out}$ – выход энергии в систему компенсации давления в единицу времени, Q_1, Q_2 – тепловые потоки, подводимый на подъемном участке и отводимый через холодильник, соответственно.

В расчетах вычислялись непосредственно интегралы в левой части выражений (2.69), (2.70) на входе в канал 2. При использовании алгоритма компенсации численных дисбалансов динамические изменения значений интегралов практически совпадает с изменениями по времени правых частей уравнений (2.69), (2.70). С отключением алгоритма компенсации, как видно из рисунков 2.5а и 2.5г, наблюдается значительное нарушение балансов. Выход массы теплоносителя из контура на 15%, а энергии на 18% меньше, чем следует из балансовых соотношений.

Тестирование алгоритма коррекции "антидонорной" схемы

Для тестирования предлагаемого алгоритма коррекции численной схемы при изменении знака скорости фаз за временной шаг выбраны три задачи. Во всех задачах рассчитывались процессы в горизонтальной трубе диаметром 0.25м и длиной 2.5м при давлении 10^6Па. Труба представлена элементом "канал", разбитым на пять одинаковых расчетных ячеек. На выходе канал закрыт непроницаемым соединением. К первой ячейке канала подключен элемент "источник массы" со знакопеременным на каждом шаге по времени входным расходом либо газа, либо жидкости (донорные величины принимались равными их значениям в ячейке). В первых двух задачах канал на входе закрыт непроницаемым соединением, поскольку моделировалась сжимаемая однофазная газовая среда. В третьей задаче моделировалась слабосжимаемая однофазная жидкость, поэтому канал на входе связан с элементом "граничная ячейка", в котором поддерживался заданный уровень давления. Расчетные схемы для этих задач приведены на рисунке 2.6.

В начальных условиях для первой задачи по длине канала в качестве теплоносителя выбран азот при температуре 293.15К в ячейках 1 и 2 и 393.15К в ячейках 3–5. Для второй задачи задан изотермический профиль температуры 293.15К, ячейки заполнены смесью азота с

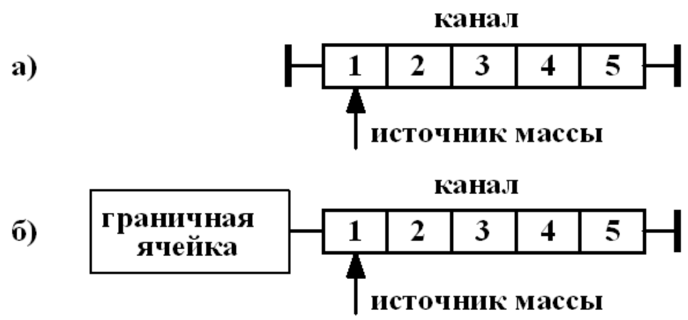


Рисунок 2.6 – Расчетные схемы задач для тестирования алгоритма (2.68)

а) газ, б) жидкость

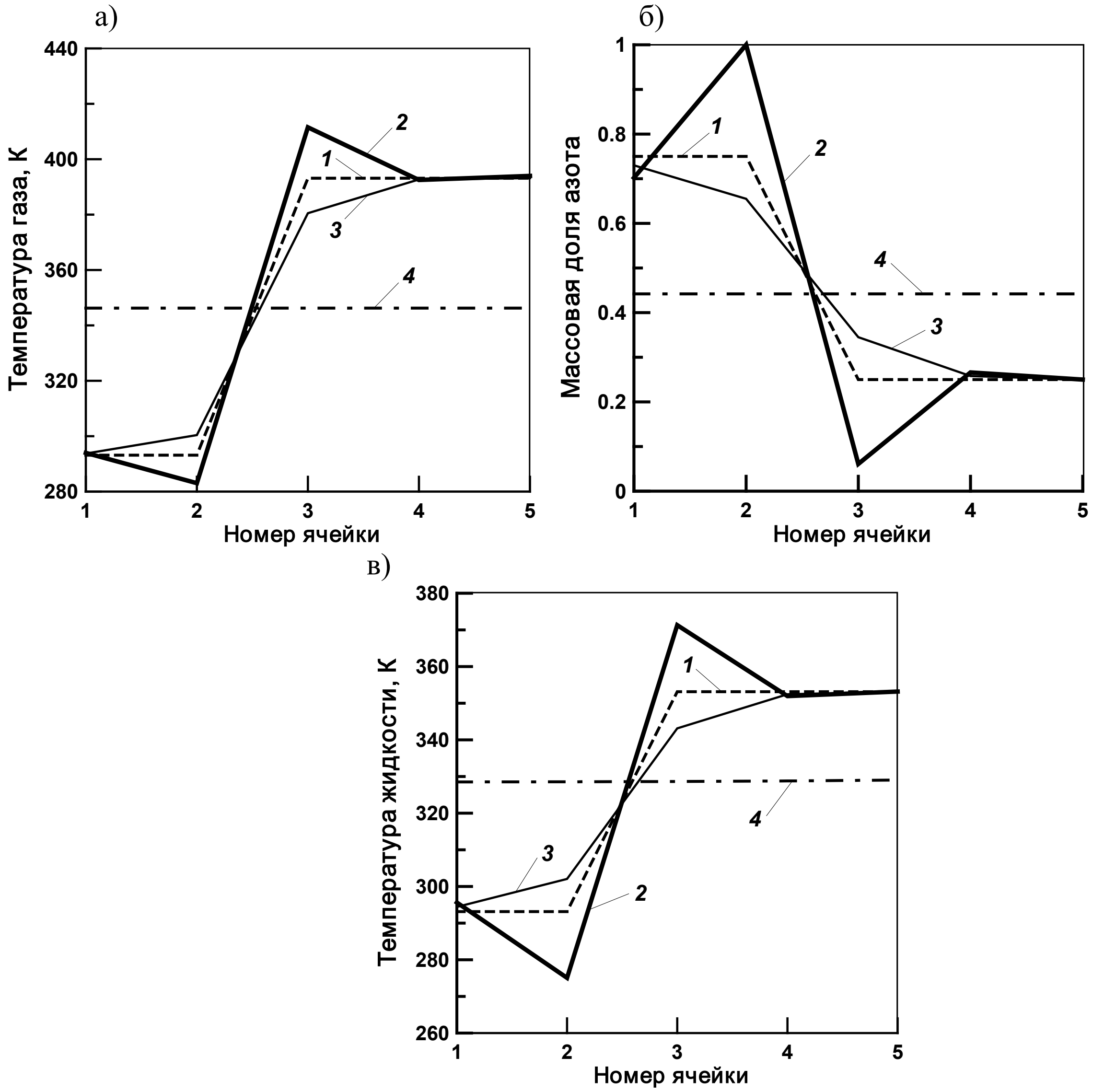


Рисунок 2.7 – Распределение параметров по ячейкам канала при решении трех задач

Задача: а) первая, б) вторая, в) третья

1 – начальное распределение; *2* – промежуточное распределение, алгоритм (2.68) отключен; *3* – промежуточное распределение с алгоритмом (2.68); *4* – конечное распределение с алгоритмом (2.68) кислородом (в ячейках 1, 2 массовая доля азота 0.75, в ячейках 3–5 массовая доля азота 0.25). В третьей задаче температура жидкости в первых двух ячейках равна 293.15K, а в остальных – 353.15K. Выбранная амплитуда входного расхода соответствует амплитуде колебаний скорости газа в третьем соединении порядка 10^{-4} м/с и скорости жидкости около 10^{-5} м/с.На рисунке 2.7 представлены расчетные распределения параметров вдоль канала для рассматриваемых задач. Из рисунка видно, что с отключенным алгоритмом (2.68) распределение параметров становится нефизичным в ячейках 2 и 3. Разница значений параметров в ячейках увеличивается со временем. Использование алгоритма (2.68) приводит к размыванию профилей. В конечном итоге распределение параметров вдоль канала становится равномерным, поскольку флуктуация скоростей в соединениях вызывает перемешивание, аналогичное турбулентному перемешиванию. При этом выполняются законы сохранения массы и энергии теплоносителя.

2.5 Верификация и тестирование модели неконденсирующихся газов

Для верификации модели межфазного тепломассообмена при наличии НГ кода КОРСАР использовались экспериментальные данные с паровоздушными потоками в вертикальной трубе при пленочной конденсации [107, 108] и при испарении жидкой пленки [109]. С целью подтверждения работоспособности модели межфазного массообмена неконденсирующихся компонентов решена тестовая задача с выделением НГ из перенасыщенного раствора жидкости.

Пленочная конденсация

Рабочий участок экспериментальной установки [107, 108] представлял собой стальную трубу диаметром 50.8 x 1.65 мм и длиной 2.4 м, помещенную в теплоизолированную чехловую трубу внутренним диаметром 7.6 мм. Через чехловую трубу снизу вверх прокачивалась охлаждающая вода, а паровоздушная смесь подавалась в рабочий участок сверху. В экспериментах измерялись температуры охлаждающей воды во входном и выходном коллекторах и по длине кольцевого зазора (вблизи чехла), газовой среды вдоль рабочего участка, а также распределение температуры вдоль наружной поверхности теплопередающей стенки трубы.

Локальные тепловые потоки, отводимые от рабочего участка, вычислялись по уравнению баланса энергии охлаждающего контура. При этом среднемассовая температура воды кольцевого канала в сечениях рассчитывалась по специальной модели, учитывающей турбулентный профиль скорости, при двух заданных граничных значениях температуры. Поскольку радиальный градиент температуры в экспериментах был значительный (около 50K), погрешность модели могла внести существенную неопределенность в оценку тепловых потоков. Другая неопределенность связана с тем, что в экспериментальных режимах расход охлаждающей воды был малым, поэтому отводимый тепловой поток в значительной мере определялся условиями смешанного конвективного теплообмена на наружной стенке трубы рабочего участка. В целях исключения этих неопределенностей при верификации использовались только экспериментальные данные по интегральному тепловому потоку (определяемому по разности температур в коллекторах), а при проведении расчетов задавалось экспериментальное распределение температуры внешней стенки трубы.

Для сопоставления результатов расчетов с экспериментальными данными были выбраны четыре режима (1–1–3R, 2–1–5, 2–1–8R, 2–1–13). Эти режимы соответствуют различным массовым долям воздуха на входе в рабочий участок: 0, 0.059, 0.148, 0.396. Во всех экспериментах расход пара составлял 0.015 кг/с, а давление – 0.4 МПа (кроме эксперимента с чистым паром, где оно было 0.32 МПа). Входная температура газовой смеси поддерживалась равной температуре насыщения при парциальном давлении пара.

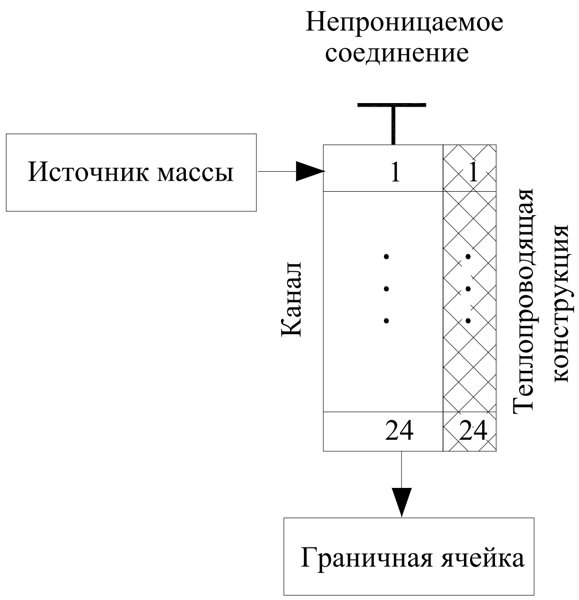


Рисунок 2.8 – Расчетная схема для верификации кода КОРСАР по экспериментальным данным [107, 108]

Расчетная схема для моделирования экспериментальных режимов по коду КОРСАР изображена на рисунке 2.8. Рабочий участок представлен в расчетной схеме элементами кода: канал и теплопроводящая конструкция – разбитыми на 24 одинаковых контрольных объема. Канал моделирует двухфазный многокомпонентный поток в трубе, а теплопроводящая конструкция – стенку трубы. На внешней поверхности теплопроводящей конструкции задаются граничные условия первого рода. Расходы компонентов, температура паровоздушной среды на входе в рабочий участок задаются элементом расчетной схемы кода КОРСАР "источник массы", а давление в теплогидравлической системе – с помощью элемента "граничная ячейка".

Таблица 2.1. Сопоставление результатов расчетов по коду КОРСАР с экспериментальными данными [107, 108]

№	Режим	Массовая доля воздуха	Интегральный тепловой поток		
			эксперимент, Вт	расчет, Вт	погрешность расчетов, %
1.	1–1–3R	0	33473	34003	+ 1.6
2.	2–1–5	0.059	27958	26852	- 4
3.	2–1–8R	0.148	21270	24607	+ 15.7
4.	2–1–13	0.396	17640	19948	+ 13.1

В таблице 2.1 представлено сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными по интегральному тепловому потоку к охлаждающей воде. Из таблицы видно, что модель неконденсирующихся газов, разработанная автором диссертации и реализованная в коде КОРСАР, адекватно воспроизводит тенденцию снижения теплового потока с увеличением содержания воздуха в газовой фазе. Максимальная погрешность расчетов для режима 2–1–8R составила +15.7%.

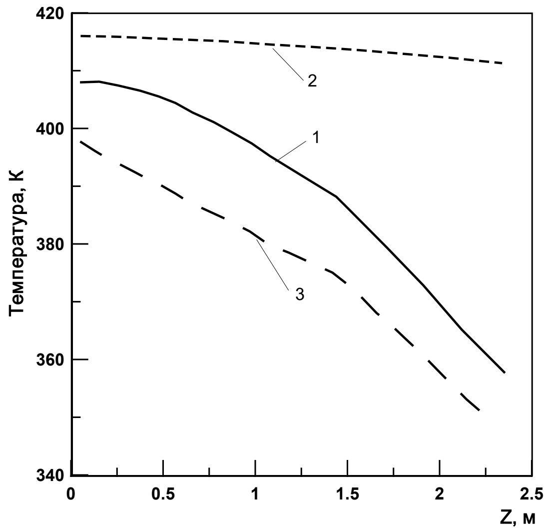


Рисунок 2.9 – Расчетные профили температур в эксперименте 2–1–5 [107, 108]

$1 - T_i$, $2 - T_{sv}$, $3 - T_w$

На рисунке 2.9 показаны расчетные профили температур межфазной поверхности насыщения при парциальном давлении пара и внутренней стенки трубы вдоль рабочего участка для условий эксперимента 2–1–5. Температура межфазной поверхности значительно ниже температуры насыщения T_{sv}, то есть процесс конденсации лимитируется диффузией пара к межфазной поверхности сквозь газовый барьер. Причем разность между этими температурами увеличивается по длине трубы вследствие роста содержания воздуха и падения температуры стенки. Следует отметить, что в расчетах температура газа поддерживается равной температуре насыщения T_{sv} из-за объемной конденсации пара, а жидкая фаза находится при температуре межфазной поверхности.

Испарение жидкой пленки

В экспериментах [109] исследовались процессы испарения жидкой пленки горячим потоком паровоздушной среды при противоточном движении фаз. Рабочий участок представлял собой трубу диаметром 22.9 мм и длиной 0.946 м. Труба была стеклянная, что позволяло визуально наблюдать смачиваемость всей ее поверхности жидкой пленкой.

Поток газа подавался в рабочий участок снизу вверх. На выходе из рабочего участка был расположен конденсатор для сбора парового компонента. Циркуляция воды осуществлялась насосом сверху вниз. Вода забиралась из сосуда, в котором подпиткой регулировался уровень, и специальным нагревателем поддерживалась постоянная заданная температура жидкости. В теплогидравлической системе поддерживалось атмосферное давление.

Опыты проводились при заданных на входе в рабочий участок расходах, температурах газовой смеси и жидкости, а также компонентном составе газовой смеси. Режимные параметры экспериментов приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Режимные параметры в экспериментах [109]

№	Параметры паровоздушной среды на входе			Параметры жидкости на входе	
	Расход x 10^3, кг/с	Массовая доля воздуха	Температура, К	Расход x 10^3, кг/с	Температура, К
1.	0.781	0.634	604.8	9.70	357.5
2.	1.178	0.753	598.1	10.46	352.2
3.	2.926	0.747	578.1	9.70	352.8
4.	2.194	0.671	607.6	9.70	356.5
5.	1.694	0.576	590.9	9.70	360.3
6.	1.198	0.411	605.4	9.70	365.5
7.	1.831	0.838	595.9	9.70	346.5
8.	2.504	0.880	590.9	9.70	343.6
9.	0.946	0.252	704.3	19.03	369.2
10.	0.990	0.286	687.0	17.14	367.9
11.	1.082	0.340	705.4	14.00	366.9
12.	1.143	0.368	707.0	14.00	366.5
13.	1.328	0.455	680.9	13.23	364.1
14.	1.446	0.498	665.4	14.00	362.8

Продолжение таблицы 2.2

15.	1.386	0.476	690.9	14.00	363.8
16.	1.266	0.432	703.1	14.00	364.9
17.	1.570	0.537	664.3	14.00	361.6
18.	1.522	0.523	678.1	14.00	362.3
19.	0.977	0.9932	423.1	3.02	312.0
20.	0.979	0.9926	422.6	18.02	312.0
21.	0.979	0.9919	420.4	5.29	311.8
22.	0.980	0.9923	420.4	14.00	312.0
23.	0.981	0.9924	420.9	9.70	311.8
24.	0.853	0.9939	405.9	9.70	310.1
25.	1.461	0.9918	401.5	9.70	312.3
26.	3.052	0.9938	369.3	9.70	305.3

Массовый поток испарения пара определялся двумя способами, на основании которых вычислялись погрешности измерения: по расходу подпитки жидкости в сосуде и по разности расходов парового компонента на входе и выходе рабочего участка. При этом влажность паровоздушной среды на выходе измерялась либо по количеству конденсата, либо психрометром. В экспериментах также измерялись температуры фаз на выходе из рабочего участка. В каждом режиме проверялось соблюдение тепловых балансов между тепловыми потоками на испарение (произведение массового потока испарения на теплоту фазового перехода) и уменьшением энергии паровоздушного потока.

Расчетная схема для моделирования экспериментальных режимов изображена на рисунке 2.10. Рабочий участок представлен в расчетной схеме каналом, разбитым на 24 одинаковые расчетные ячейки. К первой и последней расчетным ячейкам присоединены источники массы, которые задают расходы и температуры поступающих в канал фаз, а также компонентный состав газовой фазы, согласно условиям экспериментальных режимов. Посредством второго источника массы дополнительно моделируется отбор воды из рабочего участка с температурой, равной температуре жидкой фазы в первой расчетной ячейке. Массовый поток воды рассчитывался как произведение объемного содержания жидкой фазы, ее плотности в первой ячейке на площадь проходного сечения и скорость жидкости во втором соединении канала. В граничной ячейке поддерживалось атмосферное давление.

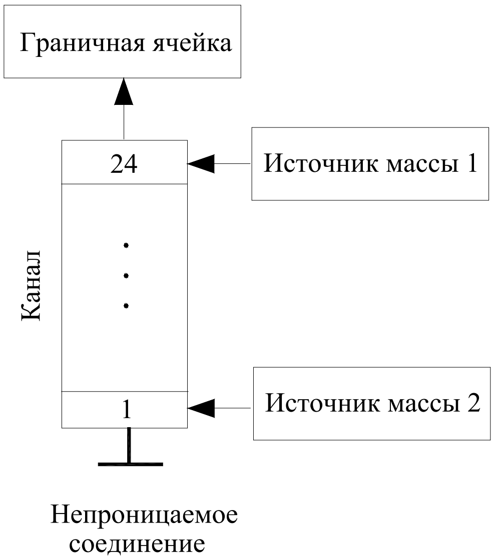


Рисунок 2.10 – Расчетная схема для верификации кода КОРСАР по экспериментальным данным [109]

В таблице 2.3 и на рисунке 2.11 представлено сопоставление результатов расчетов по коду КОРСАР с экспериментальными данными [109] по массовому потоку испарения и перепаду температуры паровоздушной среды в рабочем участке. Во всех экспериментальных режимах, как массовые потоки испарения, так и перепады температур газовой фазы превышают экспериментальные данные. За исключением трех режимов (1, 9, 10) погрешность по массовому потоку испарения не превышает 20%. Следует отметить, что авторы экспериментов отмечают существенные дисбалансы массы и тепла (более 10%) в данных режимах. По перепаду температуры погрешность для всех режимов ниже 11%.

Таблица 2.3 – Сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными [109]

№	Массовый поток испарения x10^3, кг/с			Перепад температуры паровоздушной среды, К		
	эксперимент	расчет	относительная погрешность, %	эксперимент	расчет	относительная погрешность, %
1.	0.0638	0.0792	+24.1	162.8	168.7	+3.6
2.	0.0984	0.1096	+11.4	158.3	161.7	+2.1
3.	0.1944	0.2184	+12.3	123.9	130.5	+5.3
4.	0.1751	0.1913	+9.3	139.4	149.7	+7.4
5.	0.1338	0.1533	+14.6	130.0	139.9	+7.6
6.	0.1099	0.1319	+20.0	139.5	150.4	+7.8
7.	0.1428	0.1474	+3.2	145.6	156.0	+7.1
8.	0.1784	0.1918	+7.5	140.0	149.9	+7.1
9.	0.1119	0.1665	+48.8	203.3	223.0	+9.7

Продолжение таблицы 2.3

10.	0.1097	0.1412	+28.7	190.0	207.9	+9.4
11.	0.1409	0.1610	+14.3	202.3	219.7	+8.6
12.	0.1460	0.1720	+17.8	199.4	220.7	+10.7
13.	0.1467	0.1704	+16.2	182.8	201.1	+10.0
14.	0.1615	0.1712	+6.0	174.5	190.1	+8.9
15.	0.1730	0.1871	+8.2	190.0	208.4	+9.7
16.	0.1624	0.1786	+10.0	201.1	217.3	+8.1
17.	0.1635	0.1802	+10.2	175.0	188.9	+7.9
18.	0.1665	0.1895	+13.8	183.8	198.9	+8.2
19.	0.0262	0.0270	+3.1	65.5	72.5	+10.7
20.	0.0280	0.0279	-0.4	72.2	77.0	+6.6
21.	0.0260	0.0260	0.0	67.2	71.8	+6.8
22.	0.0277	0.0275	-0.7	69.4	74.7	+7.6
23.	0.0265	0.0267	+0.8	68.9	73.9	+7.3
24.	0.0213	0.0221	+3.8	63.9	66.4	+3.9
25.	0.0358	0.0377	+5.3	53.3	56.7	+6.4
26.	0.0454	0.0459	+1.1	33.3	36.0	+8.1

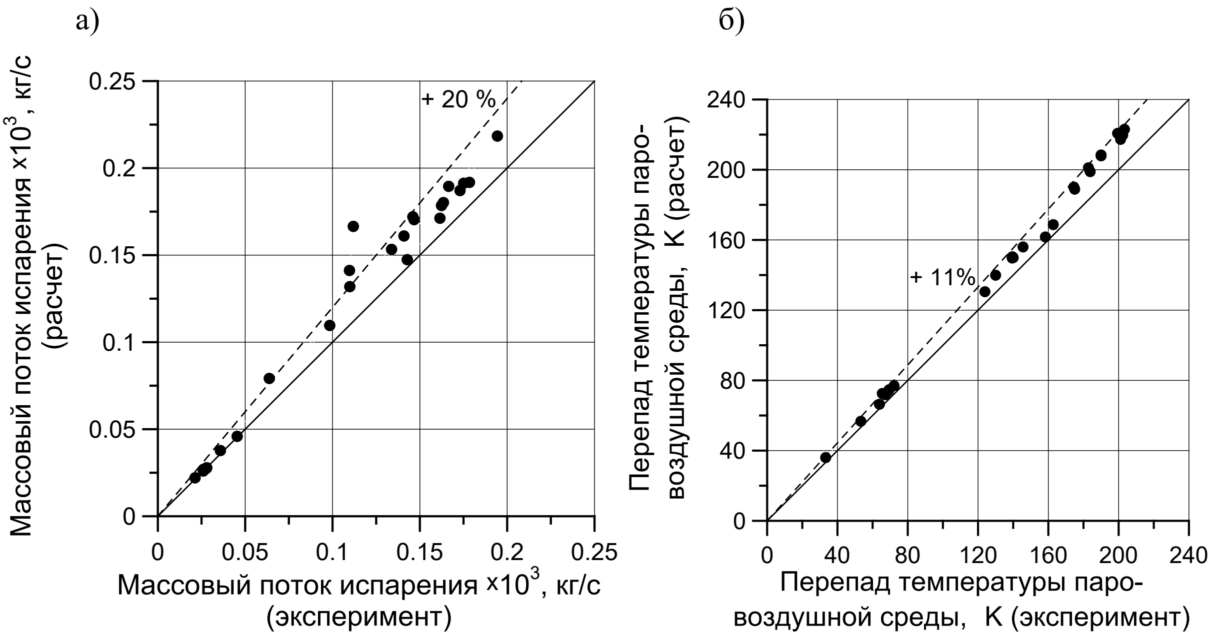


Рисунок 2.11 – Сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными [109]

Дегазация из перенасыщенного раствора жидкости

Для тестирования модели выделения неконденсирующихся газов из перенасыщенного раствора жидкости (дегазации) была решена следующая задача. В трубу диаметром 47.5 мм и длиной 1.5 м подается недогретая до состояния насыщения вода при температуре 480К и давлении 2 МПа с расходом 3.43 кг/с. В воде растворен азот, его массовая доля составляет 1.42×10^{-3}, что соответствует насыщению азота при давлении 7 МПа.

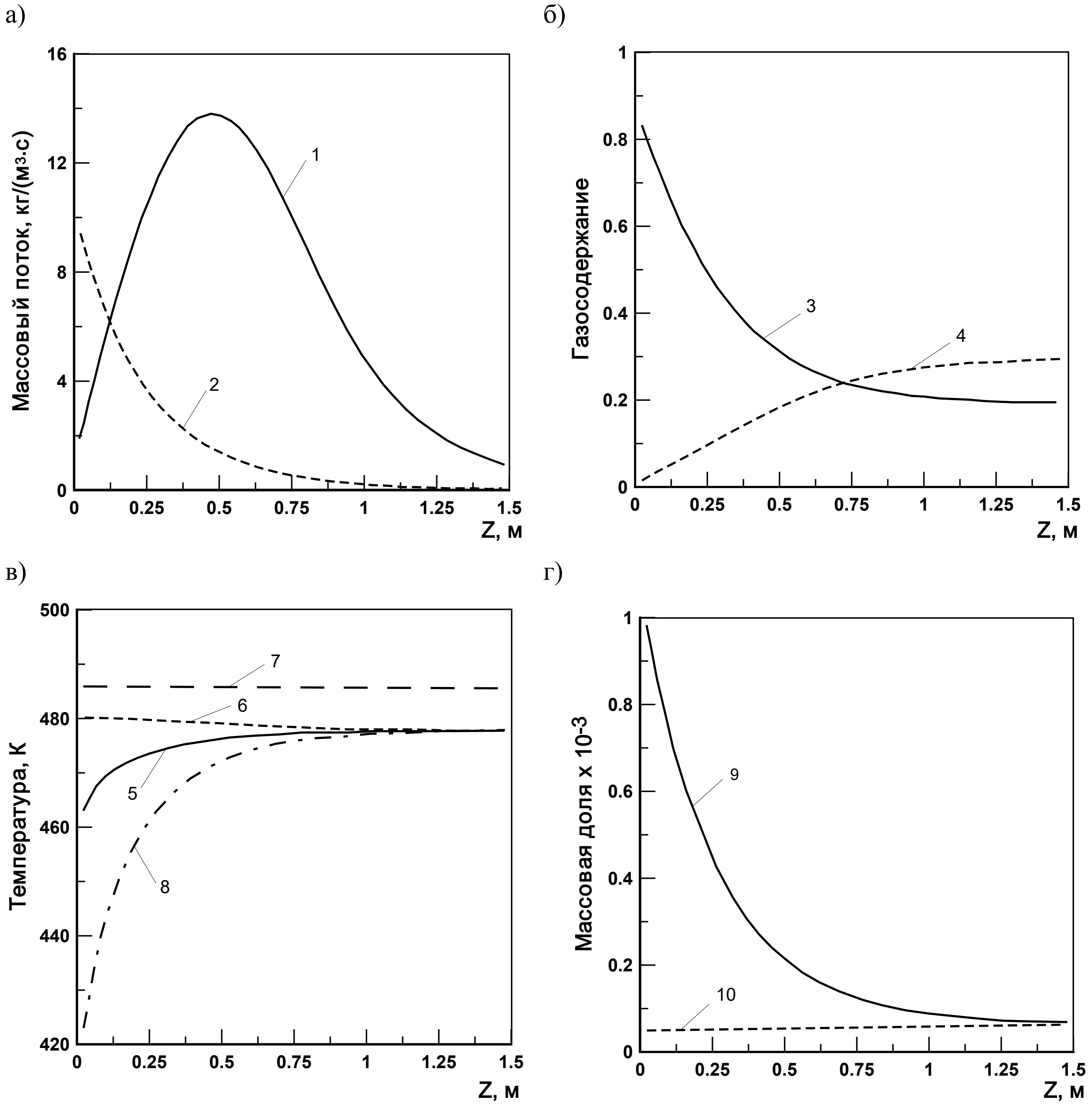


Рисунок 2.12 – Расчетное распределение параметров теплоносителя вдоль трубы в тестовой задаче модели дегазации

1 – генерация пара, 2 – дегазация, 3 – массовая доля азота в газе, 4 – объемная доля газа, 5 – T_i, 6 – T_f, 7 – T_{sg}, 8 – T_{sv}, 9 – массовая доля азота в жидкости, 10 – линия насыщения

На рисунке 2.12 приведены распределения параметров теплоносителя вдоль трубы в стационарных условиях, рассчитанные по коду КОРСАР (при этом труба разбивалась на 30 одинаковых расчетных ячеек). При заданных условиях решаемой задачи на входе в трубу сразу возникает массовый поток выделившегося азота, который экспоненциально снижается вдоль трубы по мере уменьшения концентрационного напора. На образовавшихся газовых пузырях начинается процесс испарения жидкости. Массовый поток сгенерированного пара сначала резко возрастает вследствие увеличения межфазной поверхности, а затем, из-за уменьшения температурного напора $(\mathrm{T_f} - \mathrm{T_i})$, убывает. Снижение температурного напора обусловлено охлаждением жидкости вследствие ее испарения и накоплением пара. На выходе канала устанавливаются динамически равновесные условия: межфазные массовые потоки стремятся к нулю, поэтому объемное газосодержание и массовая доля азота в газовой фазе не изменяются по длине трубы и равны 0.3 и 0.2, соответственно.

2.6 Основные положения

1. Приведена полунеявная численная схема решения уравнений сохранения двухжидкостной модели двухфазного многокомпонентного потока расчетного кода КОРСАР.
2. Представлен разработанный автором диссертации безытерационный трехэтапный метод расчета поля давления в разветвленных циркуляционных контурах произвольной топологии, основанный на методе прогонки. Метод по быстродействию на порядки превосходит итерационные мономатричные алгоритмы. Он успешно применяется в НИТИ для решения задач реального времени при создании полномасштабных тренажеров судовых ядерных энергетических установок.
3. Для полунеявной численной схемы разработан оригинальный алгоритм компенсации численных дисбалансов массы и энергии фаз теплоносителя вследствие линеаризации нестационарных членов. Дисбалансы вычисляются на каждом временном шаге по предлагаемым соотношениям и используются для компенсации на следующем временном шаге в качестве дополнительных источников. Данный подход гарантирует консервативность численной схемы.

   Предложен алгоритм, обеспечивающий адекватное распределение параметров по расчетным ячейкам в полунеявной численной схеме при изменении знака скоростей фаз за временной шаг, когда схема расчета конвективных членов в уравнениях сохранения массы и энергии становится "антидонорной". В этой ситуации вычисляются коррекции массы и энергии фаз с учетом поправки донорных величин при изменении знака скорости и добавляются к источникам компенсации численных дисбалансов.

4. Подтверждена работоспособность методики учета неконденсирующихся газов в двухжидкостной модели кода КОРСАР сравнением расчетов с экспериментальными данными по пленочной конденсации и испарению пленки в паровоздушных потоках, а также путем решения тестовой задачи по выделению азота из перенасыщенного раствора воды.

3 ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ОДНОФАЗНОГО ПОТОКА РК КОРСАР/CFD

Материалы данной главы диссертации отражены в авторских работах [110–113].

3.1 Математическая постановка задачи

Моделируется однофазная ньютоновская слабосжимаемая жидкость (вода). Обозначим через **u** – вектор скорости, c – массовую концентрацию пассивной величины (борной кислоты), $\bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}}$ – тензор вязких напряжений, **q** – вектор плотности теплового потока вследствие теплопроводности, **m** – вектор плотности массового потока за счет диффузии. Тогда для каждого контрольного объема V с площадью поверхности S можно записать в интегральной форме уравнения сохранения [114]:

массы

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho u_j n_j dS = 0; \qquad (3.1)$$

количества движения

$$\int_V \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} dV + \int_S \rho u_i (u_j n_j) dS + \int_S P n_i dS - \int_S \tau_{ij} n_j dS - \int_V \rho g_i dV = 0; \qquad (3.2)$$

энергии

$$\int_V \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} dV + \int_S \rho h (u_j n_j) dS + \int_S q_j n_j dS = 0; \qquad (3.3)$$

концентрации пассивной величины

$$\int_V \frac{\partial(\rho c)}{\partial t} dV + \int_S \rho c (u_j n_j) dS + \int_S m_j n_j dS = 0. \qquad (3.4)$$

В соотношениях (3.1)–(3.4) **n** – вектор внешней к контрольному объему нормали, индекс i обозначает компоненты вектора скорости в декартовой системе координат, индекс j приписывается компонентам векторов (и тензора $\bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}}$) при суммировании, g_i – компоненты вектора ускорения свободного падения. Следует отметить, что в уравнении сохранения энергии пренебрегается работой поверхностных и объемных сил, а также работой сил сжатия. Поверхностный интеграл по давлению в уравнении сохранения количества движения, согласно теореме Остроградского – Гаусса, можно переписать в виде: $\int_S P n_i dS = \int_V (\mathrm{grad}\, P)_i \, dV$.

Компоненты тензора вязких напряжений выражаются в предположении слабо сжимаемой жидкости в виде:

$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \rho\overline{u'_i u'_j};$$

где μ – коэффициент динамической вязкости, x – декартовы координаты, $-\rho\overline{u'_i u'_j}$ – турбулентные напряжения (напряжения Рейнольдса). Компоненты векторов плотности теплового и массового потоков записываются в аналогичной форме:

$$q_j = -\frac{\mu}{Pr}\frac{\partial h}{\partial x_j} + \rho\overline{u'_i h'}; \qquad m_j = -\frac{\mu}{Sc}\frac{\partial c}{\partial x_j} + \rho\overline{u'_i c'},$$

где Pr – число Прандтля, Sc – число Шмидта, последние члены отражают турбулентные составляющие потоков.

Турбулентные напряжения и потоки определяются по методике Буссинеска для изотропной турбулентной вязкости:

$$-\rho\overline{u'_i u'_j} = \mu_T\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right);$$

$$\rho\overline{u'_j h'} = -\frac{\mu_T}{Pr_T}\frac{\partial h}{\partial x_j}; \qquad \rho\overline{u'_j c'} = -\frac{\mu_T}{Sc_T}\frac{\partial c}{\partial x_j}.$$

В модели μ_T, Pr_T, Sc_T – коэффициент турбулентной вязкости, турбулентные числа Прандтля и Шмидта, соответственно. Величины Pr_T, Sc_T принимаются постоянными, а μ_T рассчитывается из решения соответствующих алгебраических или дифференциальных уравнений моделей турбулентности.

Для реализации выбраны четыре модели турбулентности. Самая простая алгебраическая модель [25] используется только для внутренних течений (в каналах):

$$\mu_T = \rho u_\tau D/20,$$

где $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ – динамическая скорость, D – гидравлический диаметр проточной части. Далее полагается, что u_τ пропорциональна модулю касательной составляющей скорости потока у стенки u_t: $u_\tau = u_t/\gamma$ (значение γ порядка 20). Тогда

$$\mu_T = \rho u_t D/20\gamma. \tag{3.5}$$

Остальные модели турбулентности дифференциальные: стандартная $k-\varepsilon$ [115], стандартная $k-\omega$ [116] и гибридная $k-\omega$ SST модель [117].

Механическое взаимодействие турбулентного потока со стенкой учитывается по высокорейнольдсовой модели с использованием пристеночных функций [118]. При применении алгебраической модели турбулентности касательные напряжения на стенке рассчитываются по соотношению:

$$\tau_w = \rho u_\tau^2 \approx \rho u_t^2/\gamma^2. \tag{3.6}$$

Предполагается, что значение концентрации не влияет на свойства жидкости, то есть она является пассивной величиной. В этом случае система уравнений (3.1)–(3.3) решается независимо от уравнения (3.4). На каждом временном шаге уравнение (3.4) интегрируется после определения полей скорости, давления и удельной энтальпии. В случае допущения постоянства свойств среды удельная энтальпия также становится пассивной величиной и уравнение энергии интегрируется после решения гидродинамической задачи.

В предположении малого изменения μ_T по пространству выражения для поверхностных интегралов вязких напряжений и диффузионных потоков упрощаются:

$$-\int_S \tau_{ij} n_j dS = -\int_S (\mu+\mu_T)\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) n_j dS = -\int_S (\mu+\mu_T)\frac{\partial u_i}{\partial x_j} n_j dS -$$
$$-\int_S (\mu+\mu_T)\frac{\partial u_j}{\partial x_i} n_j dS \approx -\int_S (\mu+\mu_T)(\operatorname{grad} u_i)\,\mathbf{n} dS;$$
$$\int_S q_{ij} n_j dS = -\int_S \left(\frac{\mu}{Pr}+\frac{\mu_T}{Pr_T}\right)\frac{\partial h}{\partial x_j} n_j dS = -\int_S \left(\frac{\mu}{Pr}+\frac{\mu_T}{Pr_T}\right)(\operatorname{grad} h)\,\mathbf{n} dS;$$
$$\int_S m_{ij} n_j dS = -\int_S \left(\frac{\mu}{Sc}+\frac{\mu_T}{Sc_T}\right)\frac{\partial c}{\partial x_j} n_j dS = -\int_S \left(\frac{\mu}{Sc}+\frac{\mu_T}{Sc_T}\right)(\operatorname{grad} c)\,\mathbf{n} dS. \tag{3.7}$$

При получении соотношения (3.7) применялась теорема Гаусса–Остроградского:

$$\int_S \mu_{eff}\frac{\partial u_j}{\partial x_i} n_j dS \approx \mu_{eff}\int_S \frac{\partial u_j}{\partial x_i} n_j dS = \mu_{eff}\int_V \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) dV = \mu_{eff}\int_V \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j}\right) dV = 0,$$

где $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$.

Для гидродинамической задачи (3.1), (3.2) используются следующие граничные условия:

– заданное поле вектора скорости;
– заданное поле давления;
– свободная граница (отсутствие взаимодействия и равенство нулю нормальной составляющей скорости);
– периодические граничные условия.

При решении уравнений (3.3), (3.4) также используются условия на свободной границе и периодические граничные условия. В качестве основных граничных условий задаются либо значения скалярных величин (температуры, концентрации) либо плотности их потоков (тепловых, массовых).

3.2 Методы вложенной границы

На сегодняшний день в вычислительной гидродинамике основными общепризнанными подходами к моделированию течений в областях со сложной геометрией являются так называемые boundary–fitted методы, в которых грани ячеек расчетных сеток совпадают с границами области моделирования. По типу сетки эти методы в свою очередь подразделяются на две большие группы – со структурированной сеткой (метод обобщенных координат) и с неструктурированной сеткой (метод конечных объемов) [119, 120]. Хотя эти методы упрощают учет граничных условий, каждый вносит дополнительные сложности. В первом случае значительно усложняется система уравнений сохранения в обобщенных координатах, при втором подходе увеличиваются трудности пространственной дискретизации членов уравнений, особенно при необходимости достижения высоких порядков точности. Главным же недостатком рассматриваемых методов является трудоемкость этапа генерации качественной сетки.

В последнюю четверть двадцатого века растущий интерес проявляется к методам вложенной (или погруженной) границы, в которых уравнения в сложных областях решаются на декартовых сетках. При этом декартовы ячейки делятся на три группы в зависимости от их расположения: *внутренние* находятся в области моделирования, *внешние* – вне области моделирования и *граничные* – вблизи границы области. Использование структурированных прямоугольных сеток привлекательно из-за легкости их построения и адаптации к геометрическим особенностям расчетной области. К тому же, на таких сетках значительно упрощается получение аналогов дискретных уравнений в частных производных. На декартовых сетках удобно также реализовывать геометрические многосеточные методы решения конечно–разностных уравнений.

Можно выделить три основных варианта методов вложенной границы [121], которые отличаются способами учета краевых условий на границах области моделирования:

- метод силы на вложенной границе (Boundary Body Force, BBF);
- метод фиктивных ячеек (Ghost Cell Method, GCM);
- метод обрезанных декартовых ячеек (Cartesian Cut–Cell Method, CCCM).

На рисунке 3.1 приведены фрагменты декартовой сетки около границы, поясняющие принципы этих вариантов.

а) б) в)

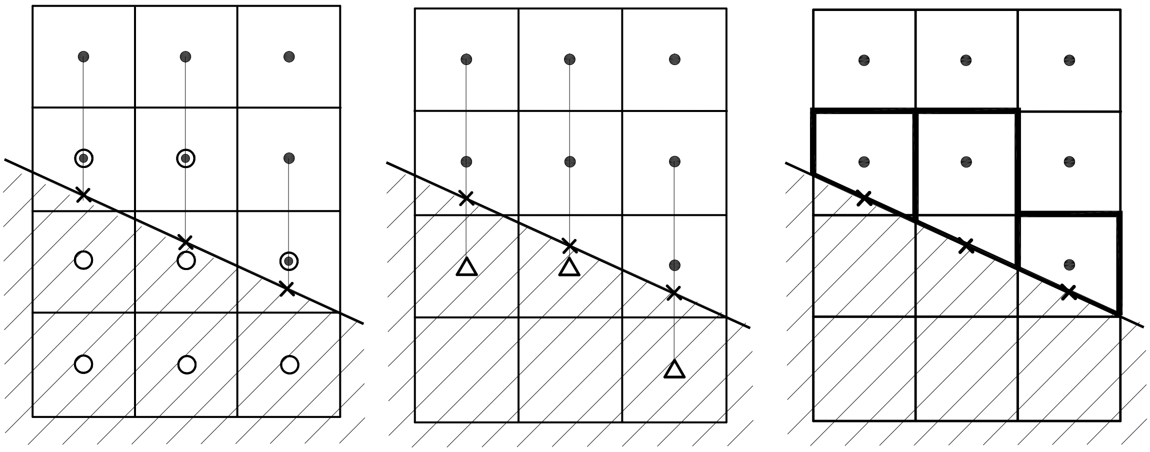


Рисунок 3.1 – Варианты метода вложенной границы

а) BBF б) GCM в) CCCM

● – ячейки, в которых решаются исходные уравнения сохранения

В методе BBF [29, 122, 123] уравнения сохранения решаются в неконсервативном виде во всех ячейках декартовой сетки, включая внешние. Для граничных ячеек, которые определяются как ближайшие к границе с геометрическим центром в области моделирования, в уравнения вводятся дополнительные источниковые члены (силы). Граничные ячейки отмечены на рисунке 3.1а кружком с жирной точкой в центре. Например, уравнение сохранения количества движения для компоненты скорости u_i записывается в виде:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = RHS_i + f_i, \qquad (3.8)$$

где RHS – правая часть, содержащая конвективный, диффузионный члены и градиентный член по давлению, f_i – дополнительная сила:

$$f_i = -RHS_i + \frac{V_i - u_i^n}{\Delta t}. \qquad (3.9)$$

В соотношении (3.9) V_i – компонента скорости, рассчитываемая с помощью интерполяции по значениям на границе $u_{b,i}$ и в соседних внутренних ячейках (где $f_i = 0$) $u_{nb,i}$:

$$V_i = \mathrm{lin}\left(u_{b,i}, u_{nb,i}\right). \qquad (3.10)$$

Как правило, интерполяция осуществляется вдоль координатных линий (см. рисунок 3.1а). Согласно (3.9) и (3.10), уравнение (3.8) приобретает следующий простой вид:

$$u_i^{n+1} = V_i^{n+1} = \mathrm{lin}\left(u_{b,i}, u_{nb,i}^{n+1}\right). \qquad (3.11)$$

Запись уравнений количества движения для граничных ячеек в форме (3.11) позволяет учесть граничные условия и одновременно исключить влияние расчетных полей параметров во внешних ячейках (обозначены кружком на рисунке) на характеристики течения в моделируемой области. Так, в работе [123] продемонстрировано отсутствие указанного влияния при различных способах численного решения уравнений во внешних ячейках: без добавления силы, с использованием дополнительной силы во всей внешней области для задания нулевого значения скорости и при включении ее только в ближайших к границе внешних ячейках с экстраполяцией V_i по (3.10). При этом течения в фиктивной внешней области отличались значительно.

Следует отметить, что введение дополнительного источника в уравнение сохранения энергии жидкости позволяет учесть краевые условия по теплообмену на границе области.

Основным недостатком метода BBF является необходимость решения уравнений вне области моделирования, где число ячеек сетки может оказаться велико, особенно в случае использования сгущенных декартовых сеток.

В методе GCM [124–126] краевые условия учитываются посредством введения фиктивных ячеек. К фиктивным относятся те ячейки, геометрический центр которых лежит во внешней области, и они имеют хотя бы одного соседа из внутренней области моделирования. На рисунке 3.1б фиктивные ячейки отмечены треугольником. Значения переменных потока в них вычисляются интерполяцией по ближайшим точкам на границе, где задано краевое условие, и по соседним внутренним ячейкам. Интерполяционная схема неявным образом включается в численный алгоритм интегрирования уравнений сохранения. Этот метод можно рассматривать как метод конечных разностей с экстраполяцией через границу значений в граничные ячейки. Внешние ячейки при этом игнорируются. Используются как простые шаблоны для экстраполяции вдоль координатных линий, так и более сложные пространственные шаблоны.

Общим недостатком описанных методов вложенной границы является неконсервативность численной схемы, то есть нарушение балансов массы, энергии и количества движения. Метод CCCM [127–129] гарантирует консервативность численной схемы, поскольку дискретизация уравнений сохранения в них осуществляется методом контрольного объема. Ячейки декартовой сетки, пересекаемые границей, образуют множество граничных ячеек. Не пересекаемые границей ячейки области моделирования считаются внутренними. Остальные ячейки относятся к внешним и отбрасываются. Для повышения численной устойчивости мелкие граничные ячейки объединяются с соседними крупными ячейками. Балансовые уравнения составляются для объединенной ячейки. Объединенные ячейки выделены на рисунке 3.1в жирными линиями. Этот метод выбран для реализации в CFD–модуле кода КОРСАР/CFD и подробно описан в следующих разделах главы.

3.3 Расчетная сетка

В методе вложенной границы область моделирования погружается во вмещающий параллелепипед, который произвольным образом делится на равномерные декартовые ячейки. Таким образом формируется базовая сетка первого уровня дробления. Затем осуществляется последовательное дробление декартовых ячеек до заданного максимального уровня дробления исходной сетки. В CFD–модуле кода КОРСАР/CFD выбран самый простой изотропный способ измельчения, когда ячейки разбиваются на две равные части по каждому декартову направлению, образуя восемь мелких ячеек (четыре в двумерном случае). Максимальный уровень дробления исходной сетки может быть различным в разных зонах вмещающего параллелепипеда. В разработанном CFD–модуле предусмотрено дополнительное измельчение сетки вблизи границ области моделирования, где возможны большие градиенты рассчитываемых параметров (например, пограничные слои).

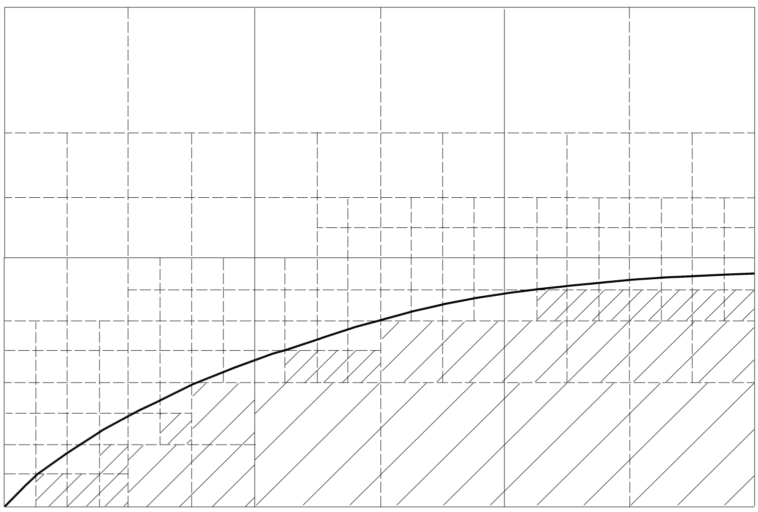


Рисунок 3.2 – Расчетная сетка вблизи границы

Декартовы ячейки, лежащие полностью в области моделирования, образуют множество *внутренних* ячеек, а ячейки, обрезанные границей, – множество *граничных* ячеек. Декартовы ячейки, лежащие целиком вне области моделирования, отбрасываются.

С целью упрощения алгоритмов решателя CFD–модуля приняты дополнительные ограничения для расчетной сетки [130]:

1) дробления соседних по граням и ребрам ячеек не должны отличаться более чем на один уровень;
2) для связанных границ расчетной области каждая граничная и две соседние с ней по любому координатному направлению ячейки должны быть на одном уровне дробления.

Пример расчетной сетки вблизи границы представлен на рисунке 3.2. Заштрихованные декартовы ячейки находятся вне области моделирования.

Информация о топологии сетки хранится в формате FTT (**F**ully **T**hreaded **T**ree) [129, 131]. В иерархической структуре данных FTT рассматриваются два типа ячеек: раздробленные ячейки и нераздробленные. Первый тип представляет собой *родительские* ячейки (или *окты*) для группы из восьми более мелких ячеек (из четырех в плоском случае), которые определяются как *детские* для данного окта. Окт, содержащий хотя бы одну граничную ячейку, будем называть *граничным*. В противном случае окт считается *внутренним*. Ячейки второго типа называются *листовыми*. Таким образом, каждая ячейка является либо родительской для мелких ячеек, либо листовой. Одновременно каждая ячейка включается как детская в крупную родительскую ячейку.

На всех уровнях измельчения сетки отдельно нумеруются сквозным образом внутренние ячейки, граничные ячейки, внутренние окты и граничные окты. Причем нумерация осуществляется произвольным образом с одним исключением. С целью экономии памяти детские ячейки в составе внутреннего окта должны иметь номера "n" подряд согласно правилу:

$$n = n_0 + (i-1) + 2(j-1) + 4(k-1), \tag{3.12}$$

где i, j, k – порядок следования детских ячеек в окте по направлениям x, y, z, соответственно, n_0 – номер детской ячейки при i=1, j=1, k=1.

В FTT формате топология сетки описывается следующими массивами:

– соответствие номеров внутренних ячеек номерам родительских октов (со знаком "+" внутренних октов, со знаком "–" граничных октов);
– соответствие номеров граничных ячеек номерам родительских граничных октов;
– для каждой внутренней ячейки указатель номера приписываемого ей внутреннего окта (либо ноль в случае листовой ячейки);
– для каждой граничной ячейки указатель номера приписываемого ей граничного окта (либо ноль в случае листовой ячейки);
– для каждой внутреннего окта указатель номера первой детской ячейки;
– для каждого граничного окта указатель восьми номеров детских ячеек в порядке (3.12) (внутренние ячейки со знаком "+", граничные ячейки со знаком "–", лежащие за граничной плоскостью и отбрасываемые ячейки обозначаются цифрой ноль);
– соответствие номеров внутренних октов номерам внутренних ячеек;
– соответствие номеров граничных октов номерам граничных ячеек;
– указатель уровня дробления внутренних октов, равный уровню измельчения включенных в него детских ячеек;

– указатель уровня дробления граничных октов;
– для каждого внутреннего окта указатель по шести граням номеров соседних ячеек (со знаком "+", если ячейка внутренняя, со знаком "–", если ячейка граничная);
– для каждого граничного окта указатель по шести граням номеров соседних ячеек (со знаком "+", если ячейка внутренняя, со знаком "–", если ячейка граничная, ноль, если соседняя ячейка отсутствует).

Суммарная размерность перечисленных массивов составляет порядка $3\frac{1}{8}\times$ количество внутренних ячеек + 4 $\times$ количество граничных ячеек.

Грани ячеек являются либо *внутренними* (между расчетными ячейками), либо *граничными* (границы области моделирования). Каждой грани соответствуют *приписанные* ей ячейки, которые формируются данной гранью. Для граничной грани существует одна приписанная ячейка, для внутренней грани – две (по входу и выходу через грань в соответствии с координатным направлением).

Для граничных ячеек удобно ввести понятие объемной доли жидкости φ как отношение объема жидкости к объему декартовой ячейки. При $\varphi\to 0$ малый размер граничных ячеек оказывает негативное влияние на устойчивость численного решения: во–первых, требуется существенное уменьшение шага по времени для удовлетворения условиям Куранта; во–вторых, увеличивается жесткость системы конечно–разностных уравнений вследствие разброса размера ячеек. Поэтому в методах обрезанных ячеек используется технология объединения (слияния) мелких граничных ячеек ($\varphi<0.5$) с соседними по координатным направлениям крупными ячейками ($\varphi>0.5$) [128, 129]. Первые ячейки относятся к типу *раб*, вторые – к типу *хозяин*. Алгоритм объединения ячеек, используемый в разработанном CFD–модуле, обеспечивает компактность объединенной ячейки и позволяет каждой ячейке *хозяин* приписать несколько ячеек типа *раб*. В дальнейшем балансовые уравнения сохранения составляются для объединенной ячейки *хозяин–рабы*, а потоки через включенные в объединенную ячейку внутренние грани не учитываются. При этом все параметры объединенной ячейки приписываются ячейке *хозяин*.

Пример объединения ячеек типов *хозяин* и *раб* изображен на рисунке 3.3. Жирными линиями выделены объединенные ячейки, светлыми стрелками показаны внутренние грани, которые не учитываются при суммировании потоков для ячеек *хозяин–рабы*, черными стрелками помечены грани, через которые осуществляется обмен с соседними ячейками. В демонстрируемом примере ячейки 1, 2, 4 являются *рабами*, они объединены с ячейкой *хозяин* с номером 5, которая рассматривается как объединенная ячейка *хозяин–рабы*.

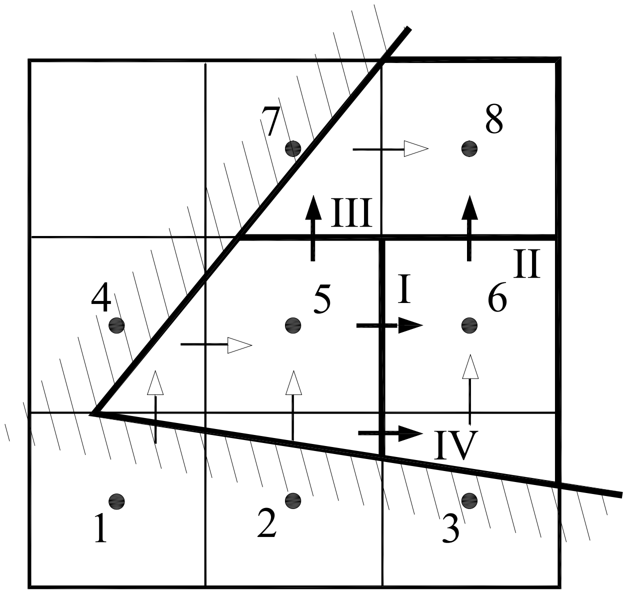


Рисунок 3.3 – Объединение ячеек типов *хозяин* и *раб*

Обрезанные ячейки образуют *нестандартные* внутренние грани. Внутренняя грань является нестандартной, если она, либо пересекается границей, либо хотя бы одна из приписанных ей ячеек относится к типу *раб*. Оставшиеся внутренние грани определим как *стандартные*. Далее для каждой нестандартной грани приписанная ячейка типа *раб* заменяется соответствующей ей ячейкой *хозяин*. Аналогичная процедура осуществляется для каждой граничной грани. На рисунке 3.3 стандартные грани отмечены римскими цифрами I, II, а нестандартные – III, IV. Приписанными для грани III будут ячейки 5 и 8.

На основе изложенных базовых принципов сотрудником отдела теплофизических исследований НИТИ Чепилко Степаном Сергеевичем был разработан и программно–реализован генератор расчетных сеток для CFD–модуля [110, 112].

3.4 Дискретизация уравнений сохранения по пространству

При записи дискретных аналогов уравнений сохранения (3.1)–(3.4) используется метод конечного объема на совмещенной декартовой сетке. При этом предполагается, что узлы нодализации ячеек (включая граничные ячейки) совпадают с геометрическими центрами образующих их декартовых ячеек. В методе конечного объема изменение по времени какой–либо удельной величины Ф в объеме ячейки V вычисляется как сумма потоков через грани ячейки f и источникового члена R_Φ [132]:

$$\rho V \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \sum_f J_f + R_\Phi .$$

Поток через грань равен:

$$J_f = S_f \left(U\Phi - D\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_f,$$

где S_f – площадь грани, D – коэффициент диффузии, $U_f, \Phi_f, \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right)_f$ – нормальная массовая скорость, конвективно переносимая величина и градиент по нормали к плоскости грани, соответственно, в геометрическом центре грани.

Для всех граней ячеек требуется получить аппроксимацию конвективных и диффузионных потоков. Дополнительно необходима процедура дискретизации градиентов давления в центрах ячеек, которые входят в источниковые члены уравнениий сохранения количества движения.

3.4.1 Стандартные грани

Конвективные потоки

Декартовы ячейки позволяют для дискретизации конвективных потоков на стандартных гранях вдали от границ области моделирования использовать разностные схемы высокой разрешающей способности (High Resolution Scheme, HRS). Такие схемы имеют комбинированную природу и объединяют достоинства схем с разностями против потока (безусловная устойчивость) и центрированными разностями (отсутствие численной диффузии), позволяя получать одновременно точные, монотонные (ограниченные) и сходящиеся решения задачи [133–139]. В HRS схемах значение величины на грани Φ_f по каждому координатному направлению рассчитывается по значению переменной Φ в трех узлах нодализации: в дальнем от грани вверх по потоку Φ_u, в ближнем от грани вверх по потоку Φ_c и в узле вниз по потоку Φ_d. Расположение узлов вблизи грани изображено на рисунке 3.4а. В общем виде можно записать:

$$\Phi_f = u(x_u, x_c, x_f, x_d)\Phi_u + c(x_u, x_c, x_f, x_d)\Phi_c + d(x_u, x_c, x_f, x_d)\Phi_d, \tag{3.13}$$

где u, c, d – коэффициенты схем, зависящие от расчетной сетки, которые удовлетворяют условию:

$$u + c + d = 1. \tag{3.14}$$

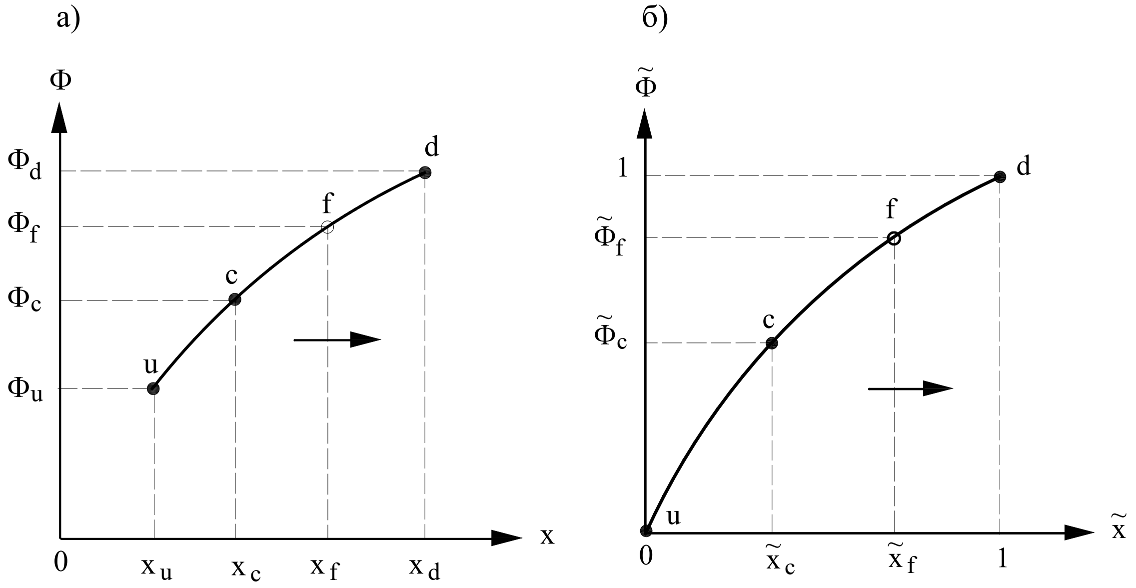


Рисунок 3.4 – Распределение величины Ф по узлам вблизи грани f

а) Исходные переменные б) Нормированные переменные

С целью уменьшения количества переменных, что позволяет упростить анализ устойчивости, сходимости и точности трехточечных схем, соотношение (3.13) представляется в нормированном виде:

$$\tilde{\Phi}_f = c(\tilde{x}_c, \tilde{x}_f)\tilde{\Phi}_c + d(\tilde{x}_c, \tilde{x}_f). \tag{3.15}$$

В выражении (3.15): $\tilde{\Phi} = \dfrac{\Phi - \Phi_u}{\Phi_d - \Phi_u}$ – нормированная величина, $\tilde{x} = \dfrac{x - x_u}{x_d - x_u}$ –нормированная координата. Дополнительно учитывается, что $\tilde{\Phi}_u = 0$, $\tilde{\Phi}_d = 1$, $\tilde{x}_u = 0$, $\tilde{x}_d = 1$ и условие (3.14). Нормированное распределение величины $\tilde{\Phi}$ вблизи грани f приведено на рисунке 3.4б. Впервые данный подход предложен в работе [133] для равномерной сетки и обобщен в [134] применительно к произвольной неравномерной сетке. В результате любую трехточечную схему аппроксимации конвективных членов можно представить посредством диаграммы нормированных переменных $\tilde{\Phi}_f = f(\tilde{\Phi}_c)$.

В работе [135] сформулированы критерии для HRS, гарантирующие конвективную ограниченность численного решения (устойчивость):

$$\begin{aligned}
&1.\ f(\tilde{\Phi}_c) \text{ непрерывная функция;}\\
&2.\ \tilde{\Phi}_c < f(\tilde{\Phi}_c) < 1, \text{ при } 0 < \tilde{\Phi}_c < 1;\\
&3.\ f(\tilde{\Phi}_c) = \tilde{\Phi}_c, \quad \text{при } \tilde{\Phi}_c < 0 \text{ и } \tilde{\Phi}_c > 1.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Условие 2 в (3.16) относится к монотонной области $\Phi_u > \Phi_c > \Phi_d$ либо $\Phi_u < \Phi_c < \Phi_d$, условие 3 обязывает в немонотонной области применять устойчивую схему против потока.

Критерий конвективной ограниченности показан на рисунке 3.5 с использованием диаграммы нормированных переменных. Следует отметить, что согласно критериям 1 и 3:

$$f(0)=0 \text{ и } f(1)=1. \tag{3.17}$$

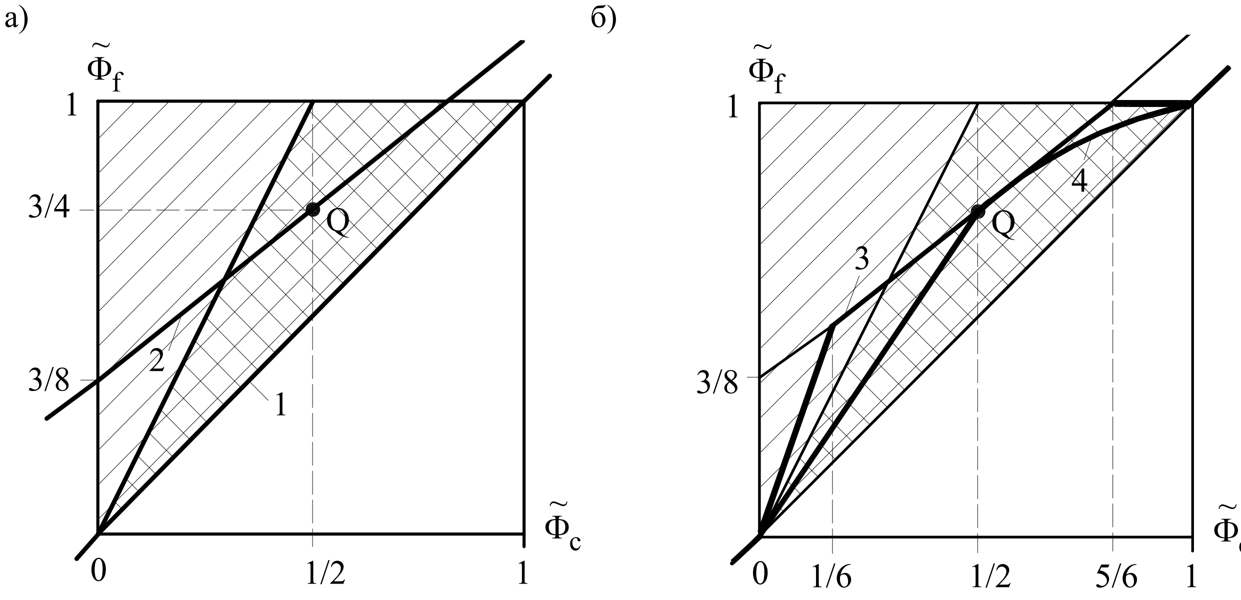


Рисунок 3.5 – Представление разностных схем на диаграмме нормированных переменных (равномерная сетка)

а) Линейные схемы
1 – против потока
2 – QUICK

б) Нелинейные схемы
3 –SMART
4 – HLPA

– зона конвективной ограниченности, – зона TVD

В работе [136] теоретически доказано, что для гарантии сходимости численного решения требуется выполнение более жесткого условия уменьшения полной вариации (Total Variation Diminishing, TVD). Полная вариация численного решения определяется следующим образом: $TV\left(\Phi^n\right)=\sum\left|\Delta\Phi^n\right|$, где $\Delta\Phi^n$ – приращение переменной Ф между соседними узлами нодализации на "n"–ом временном слое, суммирование осуществляется по всем узлам. Разностная схема является схемой TVD, если выполняется условие: $TV\left(\Phi^{n+1}\right)\le TV\left(\Phi^n\right)$. Как показано в статье [137], на практике данное условие выполняется, когда:

$$\tilde{\Phi}_c \le \tilde{\Phi}_c \le 2\tilde{\Phi}_c, \text{ при } 0 \le \tilde{\Phi}_c \le 1. \tag{3.18}$$

Зона TVD также изображена на рисунке 3.5.

Авторами работ [133, 134], используя нормированные переменные, был проведен анализ точности трехточечных схем на равномерной сетке [133] и неравномерных сетках [134].

Доказано, что для второго порядка точности схемы необходимо и достаточно прохождение функции f через точку Q с координатами $(\tilde{x}_c, \tilde{x}_f)$((0.5, 0.75) на равномерной сетке), то есть:

$$\tilde{\Phi}_f(\tilde{x}_c) = \tilde{x}_f\,. \tag{3.19}$$

Дополнительно, для третьего порядка точности схемы необходимо и достаточно:

$$\frac{d\tilde{\Phi}_f}{d\tilde{\Phi}_c}(\tilde{x}_c) = \frac{\tilde{x}_f(1-\tilde{x}_f)}{\tilde{x}_c(1-\tilde{x}_c)}. \tag{3.20}$$

В случае равномерной сетки условие (3.20) записывается в виде: $d\tilde{\Phi}_f / d\tilde{\Phi}_c(0.5) = 0.75$.

Из линейных схем, отличающихся постоянными коэффициентами c, d в (3.15) (независящими от $\tilde{\Phi}_c$), критериям устойчивости (3.16) и сходимости (3.18) соответствует только схема против потока первого порядка точности, обладающая большой численной диффузией. Единственной схемой третьего порядка точности является ориентированная схема с квадратичной интерполяцией QUICK [140]. Данные схемы приведены на рисунке 3.5а. С целью удовлетворения условиям устойчивости с сохранением высокого порядка точности с 90–х годов прошлого века разработано множество нелинейных схем, в которых коэффициенты c и d зависят от Φ_c. В качестве примера на рисунке 3.5б представлены две схемы SMART и HLPA [138]. Схема HLPA удовлетворяет также условию TVD. Во всех схемах этого класса функция $f(\tilde{\Phi}_c)$ является кусочно–непрерывной, то есть производная $d\tilde{\Phi}_f / d\tilde{\Phi}_c$ терпит разрыв в нескольких точках. Данный факт ухудшает сходимость итераций при использовании таких схем в случае неявной дискретизации конвективных членов уравнений сохранения по времени.

В 2012 г. опубликована статья [139], в которой для диапазона $(\tilde{\Phi}_c) \in [0,1]$ предлагается непрерывно дифференцируемая функция $f(\tilde{\Phi}_c)$ в виде полинома шестой степени, для которой выполняются все вышеперечисленные критерии устойчивости (3.16), сходимости (3.18) и точности (3.19), (3.20):

$$\tilde{\Phi}_f = f(\tilde{\Phi}_c) = \sum_{k=0}^{6} a_k \tilde{\Phi}_c^k. \tag{3.21}$$

Коэффициенты a_k определяются из условий (3.17), (3.19), (3.20) и условий непрерывности производной в точках 0 и 1 при переходе на схему против потока в немонотонной области:

$$d\tilde{\Phi}_f / d\tilde{\Phi}_c(0) = d\tilde{\Phi}_f / d\tilde{\Phi}_c(1) = 1\,. \tag{3.22}$$

Очевидно из (3.17) $a_0 = 0$. Дополнительно полагается $a_2 = \lambda$, где λ – свободный параметр, используемый для выполнения условия TVD (3.18). Разработчики схемы [139] назвали ее

SDPUS–C1 (**S**ix–**D**egree **P**olynomial **U**pwind **S**cheme of **C1** class). Они получили коэффициенты a_k для равномерной сетки и показали, что в диапазоне $\lambda \in [4,12]$ выполняется критерий TVD.

Автором диссертации методика [139] обобщена на случай неравномерных сеток. Получены зависимости коэффициентов a_k в (3.21) от нормированных координат $\tilde{x}_c$ и $\tilde{x}_f$, которые приведены в Приложении В.

Исходя из ограничений, налагаемых на декартову сетку CFD–модуля, для стандартной грани при вычислении Φ_f возможны девять ситуаций. Все они показаны на рисунке 3.6. Значения нормированных координат для этих ситуаций представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Значения нормированных координат для стандартных граней

	Ситуации							
	1	2	3	5	6	7	8	9
$\tilde{x}_c$	1/2	3/7	3/5	2/5	3/9	4/7	2/3	1/2
$\tilde{x}_f$	3/4	5/7	4/5	3/5	5/9	6/7	8/9	5/6

На рисунке 3.7 изображены графики зависимостей $\tilde{\Phi}_f$ от $\tilde{\Phi}_c$ схемы SDPUS–C1 для восьми ситуаций при расчете $\tilde{\Phi}_f$ на стандартных гранях (параметр λ принимается равным 9 во всех ситуациях). В случае ситуации 4 используется схема против потока первого порядка точности.

В ситуации 1 схема SDPUS–C1 легко реализуется на равномерной сетке с третьим порядком точности. Когда примыкающие к грани ячейки находятся на разных уровнях дробления, значение какой–либо из величин Φ_u, Φ_c, Φ_d требуется определить посредством интерполяции. Следует отметить также, что в ситуациях 7 и 8 вычисляются значения переменной $\Phi_{f'}$ в центре грани крупной ячейки, используя величины $\Phi_{u'}$, $\Phi_{c'}$, $\Phi_{d'}$. Значения переменной Φ_f со вторым порядком точности определяются по соотношению:

$$\Phi_f = \Phi_{f'} + \Phi_d - \Phi_{d'}. \tag{3.23}$$

Расчет Φ_u в ситуациях 2, 6 и $\Phi_{d'}$ в ситуациях 7, 8 осуществляется со вторым порядком точности по значениям в четырех мелких ячейках, окружающих соответствующие точки.

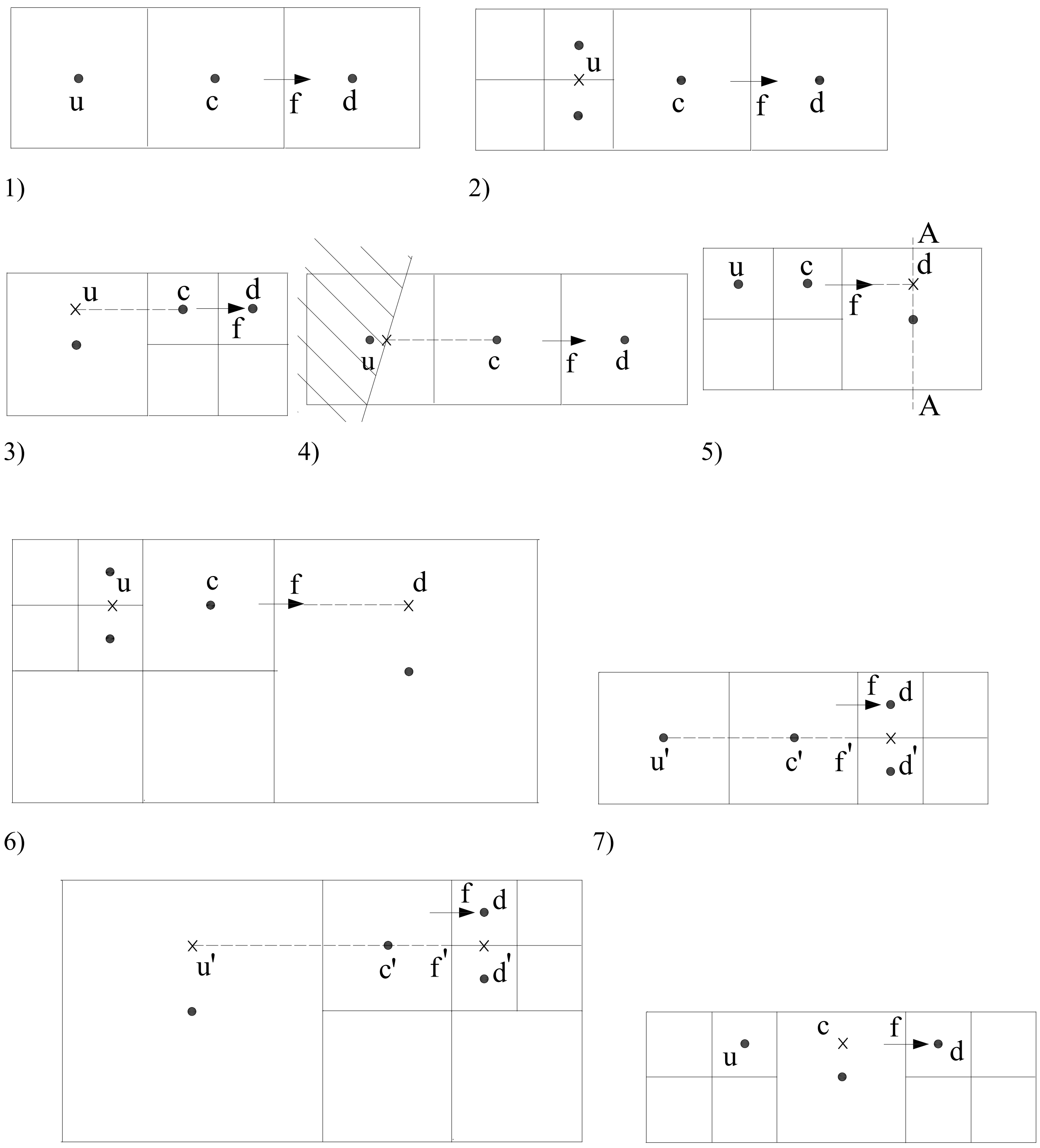


Рисунок 3.6 – Ситуации при расчете Φ_f на стандартных гранях

Вычисление Φ_u в ситуации 3, Φ_d в ситуациях 5, 6, $\Phi_{u'}$ в ситуации 8 и Φ_c в ситуации 9 производится также со вторым порядком точности с помощью одномерной линейной интерполяции вдоль диагонали в сечении, перпендикулярном к нормали грани f и проходящем через узел крупной ячейки. В качестве примера такое сечение A изображено на рисунке 3.6 и рисунке 3.8 для ситуации 5 (D – узел крупной ячейки).

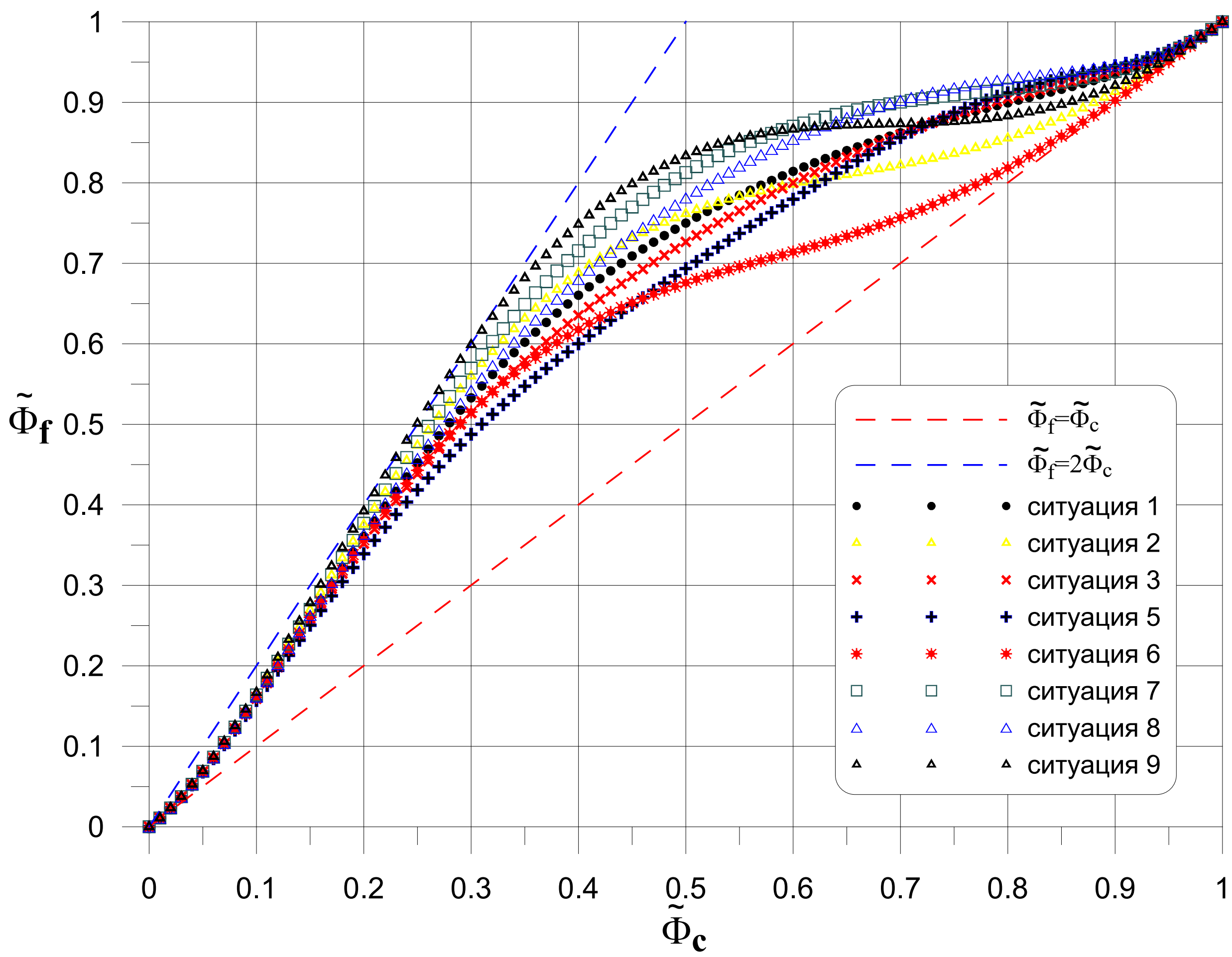


Рисунок 3.7 – Зависимость $\tilde{\Phi}_f$ от $\tilde{\Phi}_c$ схемы SDPUS–C1

На рисунке 3.8 представлены четыре возможных варианта расположения точки d на диагонали:

а) три ячейки по диагонали одного уровня дробления;

б) ближняя к точке d ячейка раздроблена, а дальняя – крупная;

в) ближняя ячейка крупная, а дальняя раздроблена;

г) ближняя и дальняя ячейки раздроблены.

Этот рисунок будет использован в дальнейшем при описании алгоритмов расчета диффузионных потоков на стандартных гранях.

Для вариантов а) и в) $\Phi_d = \dfrac{3\Phi_D + \Phi_{close}}{4}$, где Φ_{close} – значение параметра в ячейке с номером close, для вариантов б), г) $\Phi_d = \dfrac{2\Phi_D + \Phi_{close}}{3}$, где $\Phi_{close} = \dfrac{\Phi_{close1} + \Phi_{close2}}{2}$ – полусумма значений параметра в двух соседних мелких ячейках close1 и close2 вдоль направления нормали к грани f по обе стороны от сечения A.

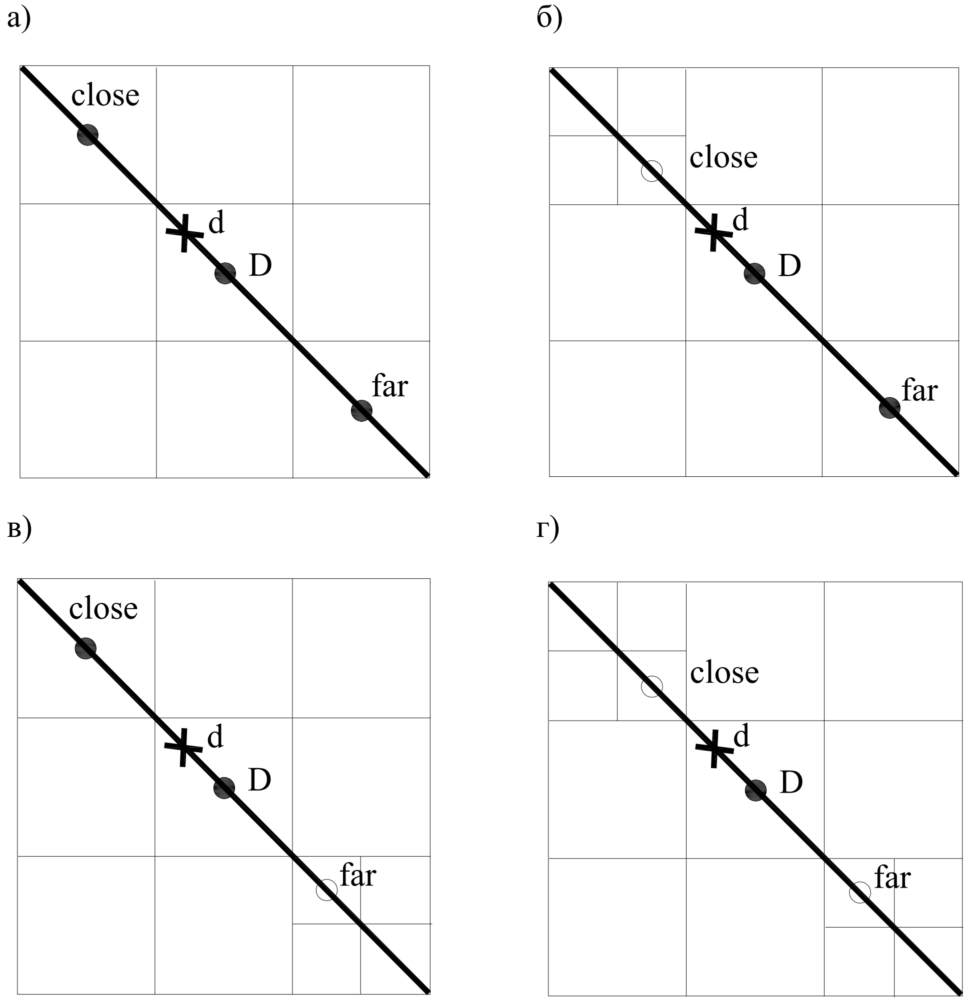


Рисунок 3.8 – Варианты расположения точки d на диагонали в сечении А

В итоге конвективно переносимые величины на гранях при изменении размера ячеек по направлению потока рассчитываются со вторым порядком точности.

Скорость в центре граней f в ситуациях 1–4 вычисляется как полусумма значений соответствующих компонентов скорости в приписанных грани ячейках. В остальных случаях рассчитывается скорость в центре грани крупной ячейки, а затем в центре искомой грани со вторым порядком точности по соотношениям, аналогичным (3.23).

<u>Диффузионные потоки</u>

При расчете диффузионных потоков $\left(\dfrac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_f$ вдоль произвольной координатной линии x на стандартных гранях необходимо учесть три ситуации, изображенные на рисунке 3.9. Самая простая первая ситуация, когда ячейки c и d по обе стороны от грани находятся на одном уровне дробления. В этом случае:

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_f = \frac{\Phi_d - \Phi_c}{h}, \tag{3.24}$$

где h – шаг разбиения по координате (в дальнейшем обозначает шаг разбиения самой мелкой ячейки из двух соседних от грани). Последние две ситуации объединяет тот факт, что ячейки укрупняются по направлению координатной линии. В этих ситуациях диффузионный поток рассчитывается со вторым порядком точности по значению величины Φ в трех точках u, c, d (обозначения выбраны согласно направлению координатной линии):

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_f = \left(A\Phi_u + B\Phi_c + C\Phi_d\right)/h \, . \qquad (3.25)$$

Значения коэффициентов A, B, C приведены в таблице 3.2.

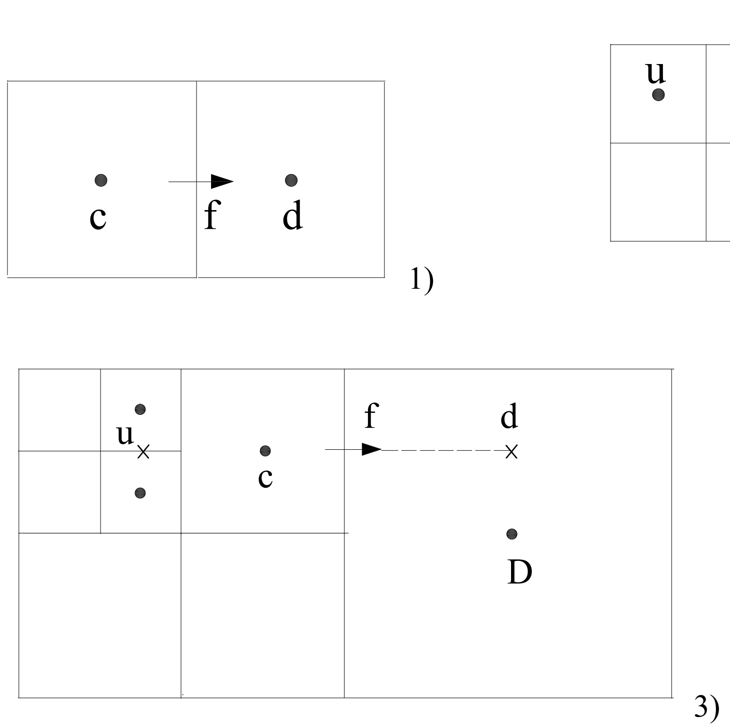


Рисунок 3.9 – Ситуации при расчете $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_f$ на стандартных гранях (стрелкой указано направление координатной линии)

Таблица 3.2 –Коэффициенты в соотношении (3.25)

Ситуации	A	B	C
2	-1/5	-1/3	8/15
3	-8/27	-2/9	14/27

Остановимся более подробно на алгоритме вычисления с третьим порядком точности значения величины в точке "d", расположенной на диагонали крупной ячейки. Обратимся снова к рисунку 3.8. Величина Φ_d рассчитывается с помощью интерполяции вдоль диагонали по значению в трех точках Φ_D, Φ_{close}, Φ_{far}. Для каждого варианта на рисунке 3.8 интерполяционные соотношения имеют вид:

вариант а) $$\Phi_d = \frac{30\Phi_D + 10\Phi_{close} - 3\Phi_{far}}{32}, \tag{3.26}$$

вариант б) $$\Phi_d = \frac{35\Phi_D + 10\Phi_{close} - 3\Phi_{far}}{42}, \tag{3.27}$$

вариант в) $$\Phi_d = \frac{7\Phi_D + \Phi_{close} - \Phi_{far}}{7}, \tag{3.28}$$

вариант г) $$\Phi_d = \frac{8\Phi_D + 2\Phi_{close} - \Phi_{far}}{9}. \tag{3.29}$$

В выражении (3.26) Φ_{close} и Φ_{far}, в выражении (3.27) Φ_{far} и в выражении (3.28) Φ_{close} являются значениями переменной Ф в узлах. В остальных случаях Φ_{close} и Φ_{far} рассчитываются как полусумма значений в двух соседних мелких ячейках вдоль направления нормали к грани по обе стороны от сечения А с корректировкой для обеспечения третьего порядка точности:

$$\Phi_{close} = \frac{\Phi^1_{close} + \Phi^2_{close}}{2} - \frac{1}{8}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_f h^2, \tag{3.30}$$

$$\Phi_{far} = \frac{\Phi^1_{far} + \Phi^2_{far}}{2} - \frac{1}{8}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_f h^2, \tag{3.31}$$

где $\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_f$ – вторая производная переменной по направлению нормали к грани, которую достаточно аппроксимировать с первым порядком точности. В ситуации 2:

$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_f = \frac{3\Phi_u - 5\Phi_c + 2\Phi_d}{15h^2}, \tag{3.32}$$

в ситуации 3:

$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_f = \frac{8\Phi_u - 12\Phi_c + 4\Phi_d}{27h^2}. \tag{3.33}$$

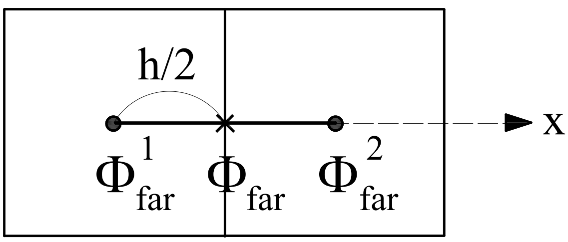


Рисунок 3.10 – Раздробленная ячейка far в сечении А

Приведем доказательство третьего порядка точности, например, интерполяции (3.31). Необходимые пояснения приведены на рисунке 3.10. Очевидно, что третий порядок точности вычисления Φ_{far} обеспечивает разложение в ряд Тейлора:

$$\Phi_{far} \approx \Phi_{far}^{1} + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{far}^{1} h/2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_{far}^{1} (h/2)^2, \tag{3.34}$$

если определитель $\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{far}^{1}$ со вторым порядком точности, а $\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_{far}^{1}$ – с первым порядком точности:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{far}^{1} &= \frac{\Phi_{far}^{2} - \Phi_{far}^{1}}{h} - \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_{far}^{1} h/2 + O\left(h^2\right); \\ \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_{far}^{1} &= \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_{f} + O(h). \end{aligned} \tag{3.35}$$

Подставив (3.35) в (3.34), получим (3.31).

В (3.33) (а также в выражении (3.25) для ситуации 3) Φ_u вычисляется как среднее по четырем окружающим точки мелким ячейкам, уровень дробления которых на два выше уровня дробления крупной ячейки. Из системы линейных уравнений (3.26)–(3.33) вычисляется величина Φ_d по известным значениям Ф в узлах сетки.

Суммируя вышесказанное, диффузионные потоки на стандартных гранях вычисляются по формуле:

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{f} = \sum_{k=1}^{nnod} cof(k)\Phi(nc(k))/h,$$

где nnod – количество узлов в аппроксимационном шаблоне, $nc(k)$ – номера входящих в шаблон ячеек, cof(k) – коэффициенты аппроксимационного шаблона. Узлы шаблона нумеруются по порядку следующим образом:

- связанная гранью первая ячейка по направлению координатной линии "c";
- связанная гранью вторая ячейка по направлению координатной линии "D";
- далее включаются дополнительные ячейки по данному координатному направлению для вычисления "u" (одна или четыре);
- дополнительные ячейки в интерполяционном шаблоне по диагонали для расчета Φ_{close};
- дополнительные ячейки в интерполяционном шаблоне по диагонали для расчета Φ_{far}.

Значения коэффициентов аппроксимации для всех возможных случаев представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Коэффициенты аппроксимации диффузионных членов на стандартных гранях

Ситуация	Варианты расположения точки d на диагонали			
	а	б	в	г
2	nnod=5	nnod=6	nnod=6	nnod=7
	cof(1)=-1/3	cof(1)=-83/253	cof(1)=-141/419	cof(1)=-179/541
	cof(2)=1/2	cof(2)=112/253	cof(2)=224/419	cof(2)=256/541
	cof(3)=-1/5	cof(3)=-257/1265	cof(3)=-83/419	cof(3)=-109/541
	cof(4)=1/12	cof(4)=16/253	cof(4)=32/419	cof(4)=32/541
	cof(5)=-1/20	cof(5)=cof(4)	cof(5)=-16/419	cof(5)=cof(4)
		cof(6)=-48/1265	cof(6)=cof(5)	cof(6)=-16/541
				cof(7)=cof(6)
3	nnod=8	nnod=9	nnod=9	nnod=10
	cof(1)=-2/9	cof(1)=-736/3417	cof(1)=-256/1131	cof(1)=-320/1461
	cof(2)=35/72	cof(2)=490/1139	cof(2)=196/377	cof(2)=224/487
	cof(3)=-2/27	cof(3)=-257/3417	cof(3)=-83/1131	cof(3)=-109/1461
	cof(4)=cof(3)	cof(4)=cof(3)	cof(4)=cof(3)	cof(4)=cof(3)
	cof(5)=cof(3)	cof(5)=cof(3)	cof(5)=cof(3)	cof(5)=cof(3)
	cof(6)=cof(3)	cof(6)=cof(3)	cof(6)=cof(3)	cof(6)=cof(3)
	cof(7)=35/432	cof(7)=70/1139	cof(7)=28/377	cof(7)=28/487
	cof(8)=-7/144	cof(8)=cof(7)	cof(8)=-14/377	cof(8)= cof(7)
		cof(9)=-42/1139	cof(9)= cof(8)	cof(9)=-14/487
				cof(10)= cof(9)

При измельчении декартовых ячеек по направлению координатной линии изложенный алгоритм используется для расчета диффузионного потока вдоль противоположного координатной линии направления, который отличается от исходного только знаком.

3.4.2 Нестандартные грани

На рисунке 3.11 изображена нестандартная грань f с двумя приписанными ей расчетными ячейками c1, c2, соответственно, по входу и выходу.

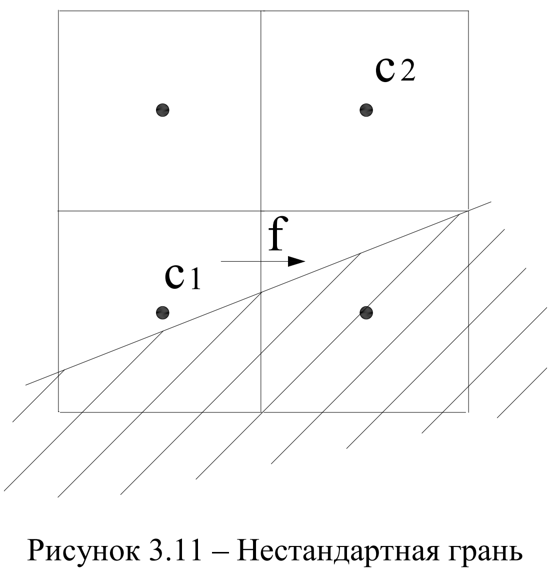


Рисунок 3.11 – Нестандартная грань

Для вычисления конвективно переносимой величины Φ_f на грани со вторым порядком точности используется разложение в ряд Тейлора:

$$\Phi_f = \Phi_c + \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right)_c \left(x_{fi} - x_{ci} \right), \tag{3.36}$$

где в качестве ячейки "с" принимается ячейка c1, при массовой скорости на грани $U_f > 0$, и ячейка c2, при $U_f < 0$. Компоненты градиента в центре ячеек $\left(\partial \Phi / \partial x_i\right)_c$ рассчитываются с первым порядком точности. В случае $\left(\partial \Phi / \partial x_i\right)_c = 0$ используется схема против потока первого порядка точности.

Массовая скорость в центре грани вычисляется как полусумма величин, полученных экстраполяцией значений соответствующих компонентов скорости в ячейках c1 и c2 по соотношению (3.36).

Расчеты градиентов в центре нестандартных граней f осуществляются со вторым порядком точности посредством линейной интерполяции по трем точкам в плоскости данной грани:

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right)_f = \sum_{j=1}^{3} \alpha_j \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right)_{fj}, \tag{3.37}$$

где α_j – коэффициенты интерполяции, $\left(\partial \Phi / \partial x_i\right)_{fj}$ – градиенты в геометрическом центре соответствующих граней декартовых ячеек, окружающих в плоскости грань f. Входящие в интерполяционный шаблон грани могут быть как стандартными, так и нестандартными, но должны связывать ячейки, которые не относятся к типу *раб*.

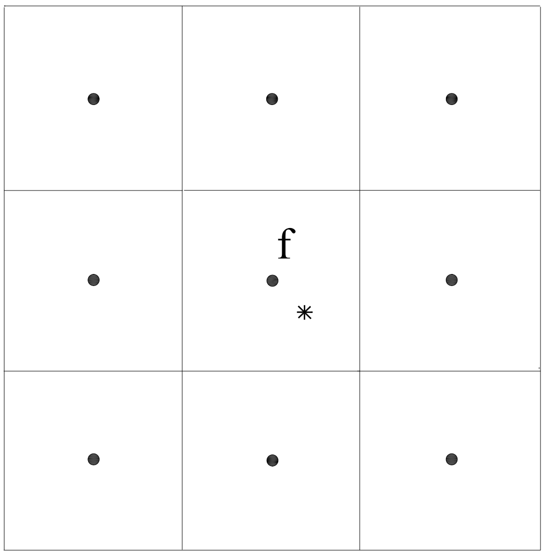


Рисунок 3.12 – Выбор шаблона в плоскости нестандартной грани

* – центр нестандартной грани f, ● – геометрические центры окружающих граней декартовых ячеек

Поиск шаблонов (то есть номеров внутренних граней) для интерполяции потоков на нестандартных гранях по соотношению (3.37) осуществляется на стадии генерации сетки. Отметим, что шаблон выбирается из девяти, окружающих грань f граней (см. рисунок 3.12). В первую очередь как кандидат рассматривается грань f, затем ближайшие по декартовым направлениям грани, и в завершение – диагональные грани.

3.4.3 Вычисление градиента вдоль нормали граничной грани

Для пространственной дискретизации вязких напряжений, тепловых и массовых диффузионных потоков на стенке для ламинарных течений (в случае турбулентных течений применяется высокорейнольдсовая модель взаимодействия со стенкой), а также градиентов давления на границе с заданным давлением используется единый шаблон. Градиент скалярной величины Φ в центре граничной грани "b" вдоль внешней нормали **n** со вторым порядком точности записывается следующим образом:

$$((\mathrm{grad}\Phi)\cdot\mathbf{n})_b = \sum_{i=1}^{3}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)_c + \sum_{j=1}^{3}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_i \partial x_j}\right)_c \left(x_{bj} - x_{cj}\right)\right]\cdot n_i, \tag{3.38}$$

где i, j – индексы декартовых координат, "c" обозначает приписанную к граничной грани расчетную ячейку. Чтобы сохранить второй порядок точности необходимо аппроксимировать $(\partial\Phi/\partial x_i)_c$ со вторым порядком точности, а $\left(\partial^2\Phi/\partial x_i \partial x_j\right)_c$ с первым порядком. При вычислении градиентов по (3.38) с первым порядком точности аппроксимация $(\partial\Phi/\partial x_i)_c$ осуществляется также с первым порядком точности, а $\left(\partial^2\Phi/\partial x_i \partial x_j\right)_c = 0$.

3.4.4 Градиенты в центре расчетных ячеек

Для внутренних ячеек вдали от границ области моделирования градиенты в центре ячеек по координатному направлению рассчитываются как полусумма градиентов на входной и выходной гранях. При дроблении соседней ячейки дополнительно используется усреднение по четырем граням, формирующим грань крупной ячейки.

Когда ячейка "c" находится вблизи границы, возможны две ситуации, изображенные на рисунке 3.13. В первой ситуации на рисунке 3.13a обе соседние с ячейкой "c" ячейки по координатному направлению i могут быть включены в шаблон (не являются внешними и не относятся к типу *раб*). В этом случае со вторым порядком точности:

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)_c = \frac{\Phi_u - \Phi_d}{2h_i}.$$

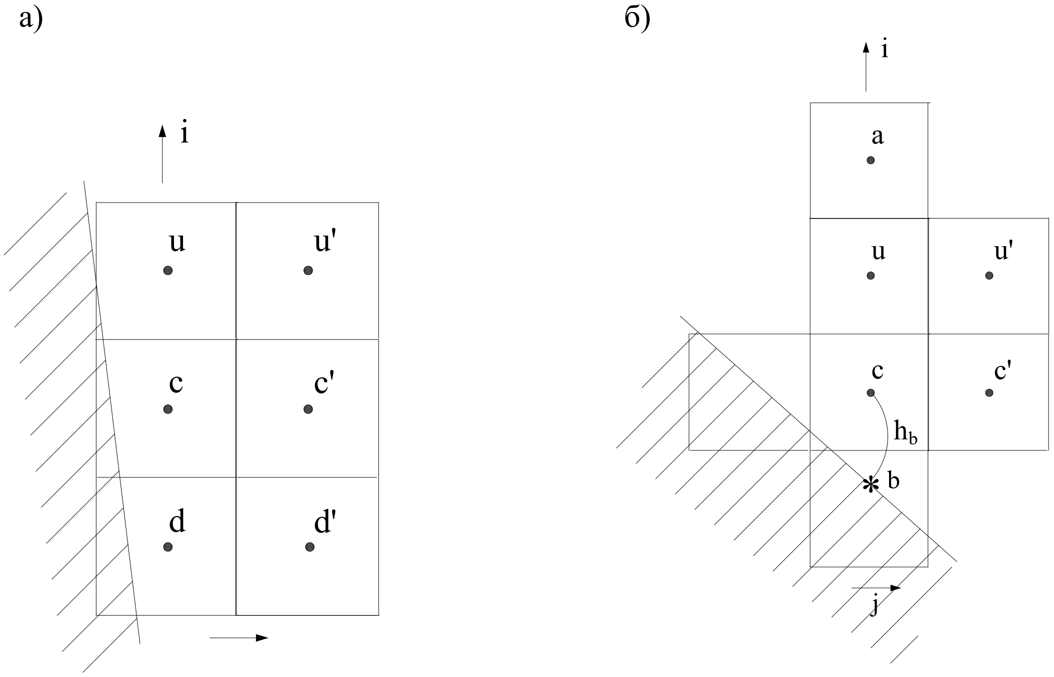


Рисунок 3.13 – Ситуации при расчете градиента в центре ячейки вблизи границы

Во второй ситуации одна из соседних с "c" по направлению i ячеек не включена в шаблон (ячейка d на рисунке 3.13б). Градиент вычисляется со вторым порядком точности с использованием значения Φ_a в дополнительной по направлению i ячейке:

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)_c = \frac{-0,5\Phi_a + 2\Phi_u - 1,5\Phi_c}{h_i}.$$

Если задано значение Φ_b на границе:

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)_c = \frac{h_b - h_i}{h_i(2h_i + h_b)}\Phi_a + \frac{2h_i - h_b}{h_i(h_i + h_b)}\Phi_u - \frac{3h_i}{(h_i + h_b)(2h_i + h_b)}\Phi_b. \tag{3.39}$$

С первым порядком точности в этой ситуации:

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)_c = \frac{\Phi_u - \Phi_c}{h_i} \text{ либо}$$

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)_c = \frac{\Phi_u - \Phi_b}{h_i + h_b}, \tag{3.40}$$

соответственно.

При расчете градиента на граничной грани по соотношению (3.38) с высокой точностью вторые производные аппроксимируются следующим образом. Вдоль направления i в первой ситуации:

$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial^2 x_i}\right)_c = \frac{\Phi_u - 2\Phi_c + \Phi_d}{h_i^2},$$

во второй ситуации:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial^2 x_i} = \frac{\Phi_a - 2\Phi_u + \Phi_c}{h_i^2}.$$

Вдоль поперечных направлений j используются дополнительные соседние ячейки c', d' либо u'. Тогда, например:

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_j} \right)_c = \frac{\Phi_{u'} - \Phi_{c'} - \Phi_u + \Phi_c}{h_i h_j}.$$

Рассмотрим отдельно аппроксимацию градиентов давления на граничной грани по (3.38). При расчете поля давления в CFD–модуле применяется многосеточный метод, в котором используется единый шаблон для дискретизации градиентов на всех уровнях дробления сеток, вплоть до самого грубого уровня. При расчете $\left(\frac{\partial P}{\partial x_i} \right)_c$ по формулам, изложенным выше, возможны ошибочные шаблоны, особенно на грубых уровнях дробления сеток. Например, на рисунке 3.14 в качестве граничного может включаться в шаблон давление, заданное на другой границе $P_{b'}$. К тому же, желательно в дискретном аналоге максимально использовать давление на данной границе.

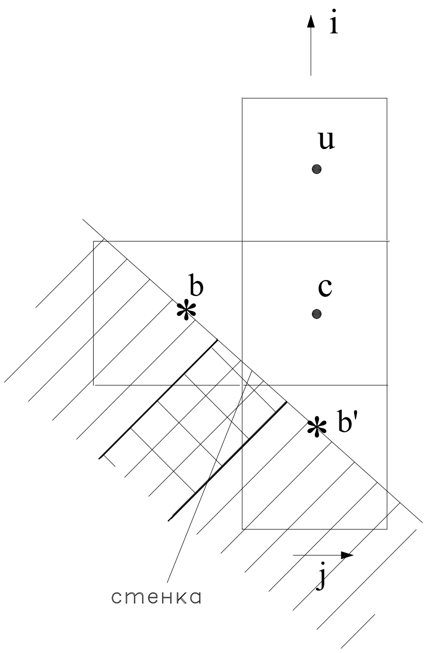


Рисунок 3.14 – Ошибочный шаблон при расчете градиента давления на граничной грани по (3.38)–(3.40)

В соотношении (3.38) для давления производные по координатным направлениям рассчитываются с первым порядком точности:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x_i}\right)_c = \left(\frac{\partial P}{\partial x_i}\right)_b = \frac{P_b - P_a}{x_{bi} - x_{ai}},$$

где P_b – давление в центре граничной грани, x_{bi} – координаты центра грани, P_a – давление в точке "a", x_{ai} – ее координаты. Точка "a" выбирается следующим образом. Определяется ячейка "c1", соседняя по координатному направлению i с граничной ячейкой (которая пересекается рассматриваемой граничной гранью). Через ее геометрический центр проводится плоскость, перпендикулярная направлению i. Пересечение координатной линии i с этой плоскостью задает положение точки "a". Давление P_a вычисляется со вторым порядком точности с помощью линейной интерполяции в плоскости по значению давления в центрах ячейки "c1" и двух соседних:

$$P_a = \mathrm{lin}(P_{c1}, P_{c2}, P_{c3}).$$

Поясняющие иллюстрации приведены на рисунке 3.15.

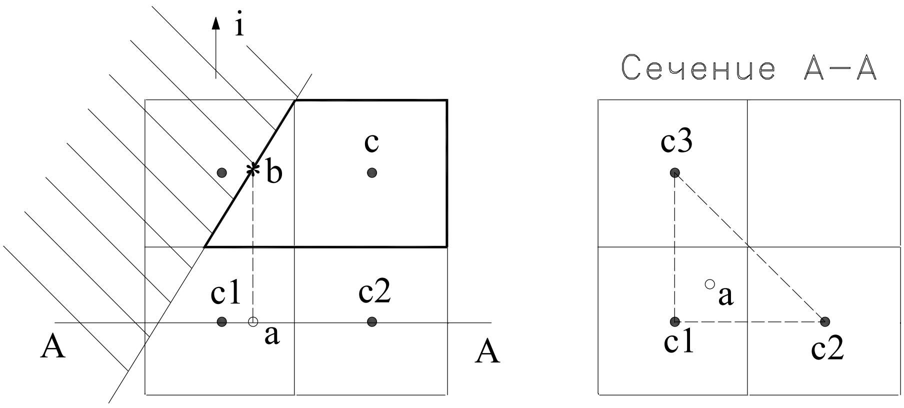


Рисунок 3.15 – Шаблон для дискретизации $(\partial P/\partial x_i)_b$

3.5 Интегрирование уравнений сохранения по времени

При интегрировании уравнений сохранения (3.1)–(3.4) по времени используется неявная схема второго порядка точности Кима–Чоя [141]. Зависимость коэффициента динамической вязкости μ, числа Прандтля Pr и числа Шмидта Sc водяного теплоносителя от давления и удельной энтальпии рассчитывается по явной схеме. Изменение плотности теплоносителя ρ за шаг интегрирования Δt учитывается итерационно. Теплофизические свойства воды определяются с использованием функций РК КОРСАР. Турбулентные характеристики потока вычисляются также по параметрам с предыдущего временного слоя.

На каждом итерационном цикле сначала из уравнения сохранения количества движения, записанном по схеме Кранка–Николсона, рассчитывается поле предварительной скорости $\hat{\mathbf{u}}$ по известным полям давления с предыдущего временного слоя и плотности с предыдущей итерации:

$$\int_V \frac{\rho \hat{u}_i - \rho^n u_i^n}{\Delta t} dV + \frac{1}{2}\int_S \left(\hat{u}_i \hat{U} + u_i^n U^n \right) dS +$$
$$+ \int_V (\text{grad}\, P)_i^n \, dV - \frac{1}{2}\int_S \mu^n \left(\text{grad}\, \hat{u}_i + \text{grad}\, u_i^n \right) \mathbf{n} dS - \int_V \rho g_i \, dV = 0. \tag{3.41}$$

В уравнении (3.41) U – нормальная массовая скорость в центрах граней, верхний индекс n – предыдущий временной слой. Следует отметить, что U^n – поле массовой скорости, удовлетворяющее уравнению сохранения массы, а $\hat{U} = \rho \hat{\mathbf{u}} \mathbf{n}$. Здесь и далее запись $\rho\mathbf{un}$ обозначает вычисление нормальной массовой скорости на гранях ячеек с помощью линейной интерполяции по значениям компонентов вектора скорости **u** и плотности ρ в узлах ячеек.

Конвективный член $\hat{u}_i \hat{U}$ линеаризуется со вторым порядком точности:

$$\hat{u}_i \hat{U} = \left[u_i^n + \left(\hat{u}_i - u_i^n \right) \right] \cdot \left[U^n + \left(\hat{U} - \hat{U}^n \right) \right] =$$
$$= u_i^n U^n + u_i^n \left(\hat{U} - \hat{U}^n \right) + \left(\hat{u}_i - u_i^n \right) U^n + \left(\hat{u}_i - u_i^n \right)\left(\hat{U} - \hat{U}^n \right) =$$
$$= \hat{u}_i U^n + u_i^n \hat{U} - u_i^n \hat{U}^n + O\left(\Delta t^2\right).$$

Тогда уравнение (3.41) переписывается в виде:

$$\int_V \frac{\rho \hat{u}_i - \rho^n u_i^n}{\Delta t} dV + \frac{1}{2}\int_S \left(\hat{u}_i U^n + u_i^n \delta \hat{U} + u_i^n U^n \right) dS +$$
$$+ \int_V (\text{grad}\, P)_i^n \, dV - \frac{1}{2}\int_S \mu^n \left(\text{grad}\, \hat{u}_i + \text{grad}\, u_i^n \right) \mathbf{n} dS - \int_V \rho g_i \, dV = 0, \tag{3.42}$$

в котором $\delta \hat{U} = \hat{U} - \rho^n \mathbf{u}^n \mathbf{n}$.

Далее предварительные значения компонент скорости модифицируются:

$$\overset{*}{u}_i = \hat{u}_i + \Delta t (\text{grad}\, P)_i^n \big/ \rho .$$

Затем поле массовой скорости корректируется из условия неразрывности потока:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S U dS = 0, \tag{3.43}$$

где

$$U = \overset{*}{U} - \Delta t \left(\operatorname{grad} P \right) \mathbf{n} = \overset{*}{U} - \Delta t \frac{\partial P}{\partial n}, \tag{3.44}$$

значения $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ берутся с предыдущей итерации, $\overset{*}{U} = \rho \overset{*}{\mathbf{u}} \mathbf{n}$.

Из соотношений (3.43) и (3.44) получается интегральная форма уравнения Пуассона для давления:

$$\int_S \frac{\partial P}{\partial n} dS = \frac{1}{\Delta t} \left[\int_S \overset{*}{U} \, dS + \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \right]. \tag{3.45}$$

После решения уравнения (3.45) определяется поле U по соотношению (3.44).

На последнем этапе итерационного цикла находятся поля удельной энтальпии и плотности в узлах ячеек из совместного решения уравнения сохранения энергии:

$$\int_V \frac{\rho h - \rho^n h^n}{\Delta t} dV + \frac{1}{2} \int_S U \left(h + h^n \right) dS - \frac{1}{2} \int_S \frac{\mu^n}{Pr^n} \left(\operatorname{grad} h + \operatorname{grad} h^n \right) \mathbf{n} dS = 0 \tag{3.46}$$

и уравнения состояния теплоносителя:

$$\rho = \rho \left(P, h \right).$$

Если $\left| \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)^{new} - \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)^{old} \right| \Big/ \rho < \varepsilon$, где ε – заданная погрешность, итерации заканчиваются и полагается $U^{n+1} = U$, $P^{n+1} = P$, $h^{n+1} = h$, $\rho^{n+1} = \rho$, где индекс n+1 обозначает новый временной слой, а также вычисляется поле скорости на новом временном слое:

$$u_i^{n+1} = \overset{*}{u}_i - \Delta t \left(\operatorname{grad} P^{n+1} \right)_i / \rho,$$

в противном случае выполняется новый итерационный цикл. Очевидно, что в случае постоянной плотности теплоносителя достаточно провести один итерационный цикл.

По завершении итерационных циклов рассчитывается поле концентрации пассивной величины:

$$\int_V \frac{\rho^{n+1} c^{n+1} - \rho^n c^n}{\Delta t} dV + \frac{1}{2} \int_S U \left(c^{n+1} + c^n \right) dS - \frac{1}{2} \int_S \frac{\mu^n}{Sc^n} \left(\operatorname{grad} c^{n+1} + \operatorname{grad} c^n \right) \mathbf{n} dS = 0. \tag{3.47}$$

Уравнения сохранения количества движения (3.42), энергии (3.46) и концентрации пассивной величины (3.47) являются линейными уравнениями. Однако, использование нелинейной схемы SDPUS–C1 при аппроксимации конвективных членов превращает их в нелинейные дискретные аналоги. То есть, для нахождения распределения какой либо величины Ф по расчетным ячейкам необходимо решить нелинейную систему конечно–разностных уравнений:

$$\mathbf{LX} = \mathbf{B}, \tag{3.48}$$

где $\mathbf{L}$ – нелинейный оператор, $\mathbf{X} = (\Phi_1, ..., \Phi_{NC})^T$ – вектор неизвестных, NC – количество расчетных ячеек, $\mathbf{B}$ – известный вектор правой части.

Для итерационного решения системы (3.48) применяется метод Якоби в сочетании с методом линеаризации Ньютона. Нелинейный оператор $\mathbf{L}$ на каждой k–ой итерации приближенно представляется как сумма двух операторов, один из которых является линеаризованной относительно значений на k–ой итерации диагональной частью $\mathbf{L}_{pd}(\mathbf{X}^k)$, а второй $\mathbf{L}_{res}$ – оставшейся частью $\mathbf{L}$:

$$\mathbf{L}\mathbf{X} \approx \mathbf{L}_{pd}(\mathbf{X}^k) \cdot \mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{L}_{res}\mathbf{X}^k.$$

Элементы оператора $\mathbf{L}_{pd}$ есть сумма коэффициентов, характеризующих вклад нестационарного члена, а также диффузионных и конвективных потоков на гранях расчетной ячейки. Для усиления диагонального преобладания в элементы включаются только положительные коэффициенты.

Значения неизвестных на следующей итерации k+1 рассчитываются из соотношения:

$$\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{L}_{pd}^{-1}(\mathbf{X}^k) \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{L}_{res}\mathbf{X}^k).$$

Критерием сходимости итераций является выполнение условия:

$$\left\| \mathbf{L}\mathbf{X}^k - \mathbf{B} \right\| < \varepsilon.$$

В итерационных циклах используется линеаризованная зависимость $\tilde{\Phi}_f$ от $\tilde{\Phi}_c$ (3.21):

$$\tilde{\Phi}_f^{k+1} = \tilde{\Phi}_f^k + \left(\frac{d\tilde{\Phi}_f}{d\tilde{\Phi}_c} \right)^k \left(\tilde{\Phi}_c^{k+1} - \tilde{\Phi}_c^k \right).$$

Уравнение Пуассона для давления (3.45) в дифференциальной форме решается многосеточным методом.

3.6 Многосеточный метод

Дискретное уравнение Пуассона на разностной сетке $ng = \{h_1, h_2, h_3\}$, где h_1, h_2, h_3 – шаги разбиения по координатам, имеет следующий вид:

$$\mathbf{L}_{ng}\mathbf{X}_{ng} = \mathbf{f}_{ng}. \tag{3.49}$$

В уравнении (3.49) $\mathbf{L}_{ng}$ – линейный разностный эллиптический оператор; $\mathbf{X}_{ng}$, $\mathbf{f}_{ng}$ – сеточные функции неизвестных и правых частей, соответственно. Будем считать, что граничные условия учтены в формах записи оператора и правых частей, то есть задача приведена к однородным граничным условиям.

Уравнение (3.49), в силу линейности оператора $\mathbf{L}_{ng}$, можно переписать в виде:

$$\mathbf{L}_{ng}\delta\mathbf{X}_{ng} = \mathbf{r}_{ng}, \tag{3.50}$$

где $\mathbf{r}_{ng} = \mathbf{f}_{ng} - \mathbf{L}_{ng}\mathbf{X}_{ng}$ – невязка решения, $\delta\mathbf{X}_{ng}$ – коррекция неизвестных.

Суть любого итерационного метода заключается в упрощении задачи (3.50) для нахождения приближенного значения коррекции $\delta\tilde{\mathbf{X}}_{ng}$ на следующей итерации:

$$\tilde{\mathbf{L}}_{ng}\left(\delta\tilde{\mathbf{X}}_{ng}\right) = \mathbf{r}_{ng}, \tag{3.51}$$

где оператор $\tilde{\mathbf{L}}_{ng}$ "проще" оператора $\mathbf{L}_{ng}$. Например, оператор $\tilde{\mathbf{L}}_{ng}$ может представлять собой диагональную часть оператора $\mathbf{L}_{ng}$ (метод Якоби) или нижнюю треугольную часть (метод Гаусса–Зейделя) и т.д.

Альтернативный способ упрощения задачи (3.50) заключается в переходе на более грубую сетку $ng - 1 = \{H_1, H_2, H_3\}$ (наиболее распространенный случай – с удвоенным шагом разбиения H_1=2h_1, H_2=2h_2, H_3=2h_3) [102, 142]:

$$\mathbf{L}_{ng-1}\left(\delta\mathbf{X}_{ng-1}\right) = \mathbf{r}_{ng-1}, \tag{3.52}$$

где $\mathbf{L}_{ng-1}$ – аппроксимация линейного эллиптического оператора на грубой сетке.

Для получения значений невязок на ng–1 сетке необходим линейный оператор R перехода с мелкой сетки на грубую, который называют оператором ограничения:

$$\mathbf{r}_{ng-1} = \mathbf{R}\left(\mathbf{r}_{ng-1}\right). \tag{3.53}$$

Система уравнений (3.52) имеет меньшую размерность, чем исходная система уравнений (3.50), поэтому решается с меньшими затратами.

Поправка к решению на исходной мелкой сетке ng получается с использованием линейного оператора перехода P с грубой сетки на мелкую (оператор интерполяции или пролонгации):

$$\delta\tilde{\mathbf{X}}_{ng} = \mathbf{P}\left(\delta\mathbf{X}_{ng-1}\right). \tag{3.54}$$

Проанализируем достоинства и недостатки двух альтернативных подходов (3.51) и (3.52)–(3.54). Классические итерационные процедуры (3.51) обеспечивают быструю сходимость высокочастотных составляющих решения, однако очень медленно убирают низкочастотные составляющие погрешности, то есть они обладают сглаживающим или релаксационным эффектом. В связи с этим их называют релаксационными процедурами. Количество итераций релаксационных процедур заметно увеличивается со степенью дробления расчетной области. Напротив, в итерационном методе (3.52)–(3.54) сводятся к нулю низкочастотные компоненты погрешности решения, но компоненты погрешности с длиной волны меньше удвоенного шага разбиения на грубой сетке не могут быть представлены на ней и сведены к нулю при решении. Поэтому перспективной оказывается комбинация двух перечисленных выше подходов, которая и составляет двухсеточный метод. Блок схема двухсеточного метода представлена на рисунке 3.16. На рисунке показано, что после вычислений на грубой сетке ng–1 производится ν итераций релаксационной процедуры. Запись relax(…) на рисунке обозначает релаксационную процедуру.

Иногда релаксационную процедуру используют и перед переходом на грубую сетку. Практические расчеты показывают, что сглаживающие итерации до и после перехода на грубую сетку влияют на сходимость метода одинаково.

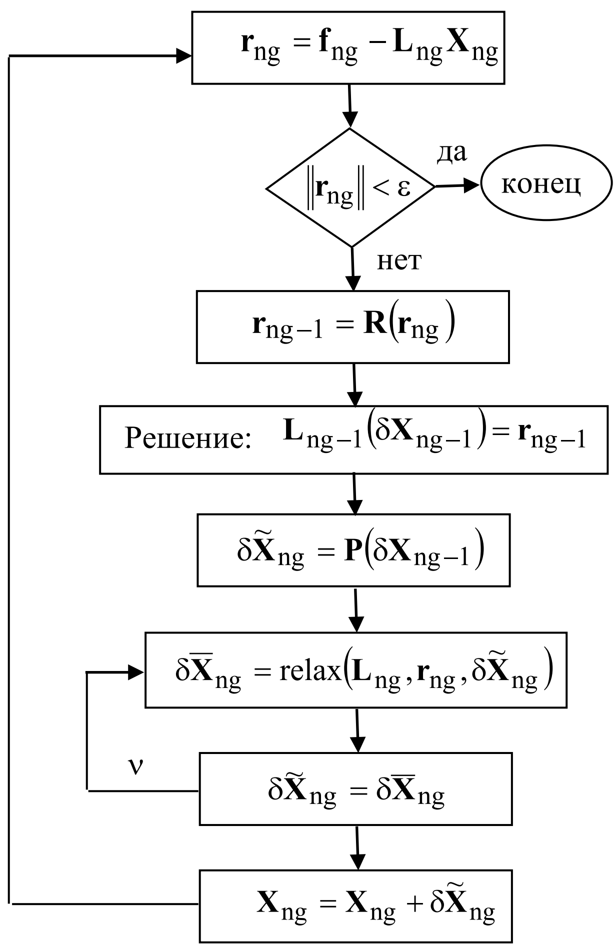


Рисунок 3.16 – Блок–схема двухсеточного метода

Многосеточный метод реализуется, если вместо точного решения задачи на грубой сетке ng–1 перейти на еще более грубую сетку ng–2 (см. рисунок 3.17) и произвести γ двухсеточных итераций. Продолжая последовательно огрублять сетку, мы достигнем самого грубого уровня, на котором задача легко решается либо прямым, либо итерационным методом. На практике используют либо одну, либо две двухсеточные итерации. В случае γ=1 будем иметь V–цикл, в случае γ=2 – W–цикл. Многосеточные методы с γ>2 являются неэффективными с точки зрения затрат машинного времени.

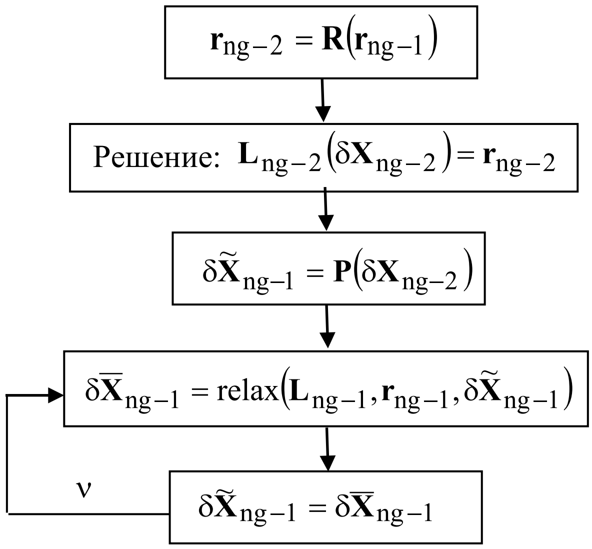


Рисунок 3.17 – Блок–схема двухсеточного метода на сетке ng–1

Применительно к CFD–модулю реализован наиболее простой и распространенный алгоритм построения сеток различного уровня дробления для многосеточного метода в формате хранения данных FTT [128], [130], [131]. Уровню дробления сетки $\mathrm{ng}-\mathrm{k}$, (k=0,1,…) соответствуют ячейки, удовлетворяющие одному из двух условий:

– уровень дробления ячейки равен $\mathrm{ng}-\mathrm{k}$;
– ячейка является листовой уровня дробления меньше $\mathrm{ng}-\mathrm{k}$.

Пример такой иерархии сеток приведен на рисунке 3.18.

В качестве сглаживающих итераций используется метод Якоби с демпфированием [142]:

$$\delta\overline{\mathbf{X}} = \left(\mathbf{D}^{-1}\left(\mathbf{r} - \mathbf{O}\left(\delta\tilde{\mathbf{X}}\right)\right) + \delta\tilde{\mathbf{X}}\right)\Big/2, \qquad (3.55)$$

где $\mathbf{D}$ – диагональная часть дифференциального оператора, $\mathbf{O}$ – оставшаяся часть оператора. На самом грубом уровне сеток дифференциальное уравнение решается также методом (3.55) с увеличенным в десять раз количеством итераций 10ν. Использование релаксационных процедур только при переходе с грубых сеток на мелкие сетки исключает необходимость хранения в листовых ячейках нескольких приближенных решений, относящихся к разным уровням дробления.

Норма вектора невязки решения $\left\|\mathbf{r}_{ng}\right\|$ вычисляется как максимальное значение модуля невязок по всем расчетным ячейкам. Дискретизация дифференциальных уравнений на грубых сетках многосеточного метода осуществляется по описанной в разделе 3.4 методике, используя при аппроксимации членов только ячейки соответствующего уровня дробления.

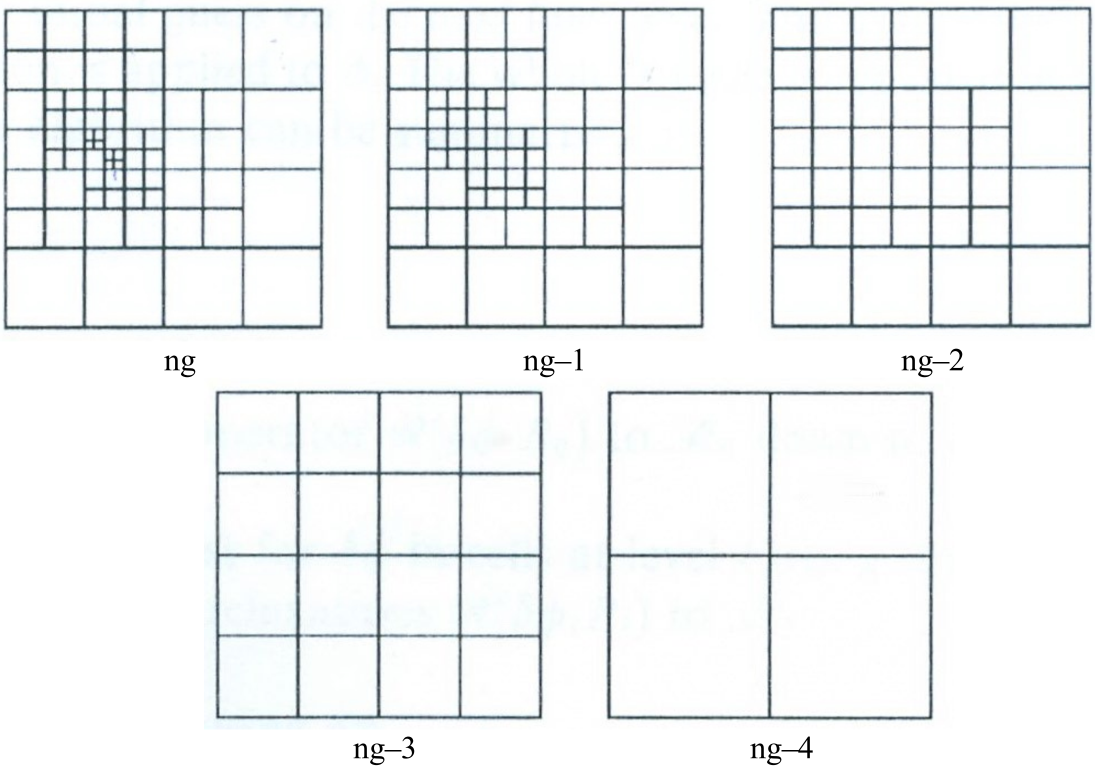


Рисунок 3.18 – Иерархия сеток для многосеточного метода

Алгоритм вычисления операции ограничения R начинается с цикла по внутренним ячейкам на грубом уровне сетки. В случае, если грубая ячейка является листовой, оператор ограничения является тривиальным:

$$R(\Phi) = \Phi . \tag{3.56}$$

В противном случае:

$$R(\Phi) = \sum \Phi_j / 8 , \tag{3.57}$$

где суммирование осуществляется по восьми детским ячейкам рассматриваемой грубой ячейки. Дополнительно полагается, что объем грубой ячейки равен единице: V=1.

Затем производится цикл по граничным ячейкам на грубом уровне дробления, которые не относятся к типу *раб*. Когда ячейка листовая, R рассчитывается по соотношению (3.56), иначе:

$$R(\Phi) = \frac{\sum \varphi_j \Phi_j}{\sum \varphi_j} . \tag{3.58}$$

В соотношении (3.58) суммирование организовано по детским ячейкам, φ_j – объемная доля жидкости в детских ячейках. Если ячейка j принадлежит к типу *раб*, то значение Φ_j берется из приписываемой ей ячейки типа *хозяин*. Объем грубой ячейки полагается равным объемной доле жидкости в ней: V=φ.

Заканчивается алгоритм циклом по граничным ячейкам типа *раб* на грубом уровне сетки. Для них вычисляются ограничения $R_{раб}$ по зависимостям (3.56), (3.58) и добавляются к ячейкам *хозяин*, объединенным с данной ячейкой *раб*:

$$R_{хозяин}(\Phi)=\frac{V_{хозяин}R_{хозяин}(\Phi)+V_{раб}R_{раб}(\Phi)}{V_{хозяин}+V_{раб}}. \tag{3.59}$$

При этом $V_{раб}=\varphi_{раб}$, а объем ячейки *хозяин* увеличивается $V_{хозяин}=V_{хозяин}+V_{раб}$.

В качестве примера рассмотрим действие оператора R в двумерном случае на фрагменте сетки, изображенной на рисунке 3.19. Арабскими цифрами на рисунке пронумерованы ячейки мелкой сетки, римскими цифрами – крупной сетки, жирными линиями выделены ячейки типа *хозяин–рабы* на мелкой сетке, еще более жирными линиями – на крупной сетке.

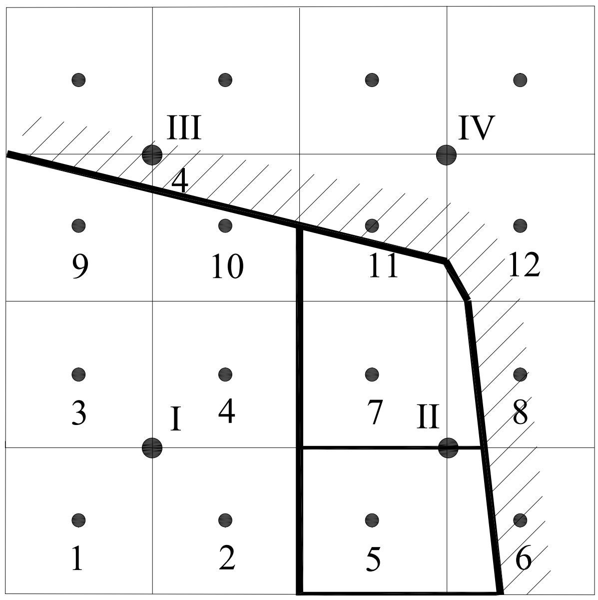


Рисунок 3.19 – Действие оператора ограничения на фрагменте сетки

После первого цикла: $R_I=\frac{\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4}{4}$, $V_I=1$.

После второго цикла: $R_{II}=\frac{\Phi_5+\Phi_7+\Phi_5\varphi_6+\Phi_7\varphi_8}{2+\varphi_6+\varphi_8}$, $V_{II}=\varphi_{II}$.

Окончательно, после третьего цикла: $R_{раб}=\frac{\Phi_9\varphi_9+\Phi_{10}\varphi_{10}}{\varphi_9+\varphi_{10}}$, $R_I=\frac{R_I V_I+R_{раб}\varphi_{III}}{V_I+\varphi_{III}}$, $V_I=V_I+\varphi_{III}$, $R_{раб}=\frac{\Phi_7\varphi_{11}+\Phi_7\varphi_{12}}{\varphi_{11}+\varphi_{12}}$, $R_{II}=\frac{R_{II}V_{II}+R_{раб}\varphi_{IV}}{V_{II}+\varphi_{IV}}$, $V_{II}=V_{II}+\varphi_{IV}$.

Простейшим выбором для оператора пролонгации является инжекция, когда величинам на мелкой сетке приписываются значения из соответствующих родительских ячеек. Несмотря на первый порядок точности, такой вид оператора P успешно применяется, например, в коде GERRIS [130]. Однако для ускорения сходимости следует использовать линейную интерполяцию второго порядка точности [128]. Предлагается следующий алгоритм построения оператора пролонгации. Для всех нелистовых ячеек грубой сетки определяются детские ячейки и родительские окты. Рассчитываются величины $\Phi_{l,m}$ в детских ячейках $l=\overline{1,8}$ (которые соответствуют мелкой сетке), расположенные в m<u>ой</u> детской ячейке родительского окта грубой сетки ($m=\overline{1,8}$), с помощью линейной интерполяции по значениям Φ_j во всех восьми ячейках грубой сетки из множества "m":

$$\Phi_{l,m}=\sum_{j=1}^{8}a_j^{l,m}\Phi_j,$$

где $a_j^{l,m}$ – известные коэффициенты интерполяции.

Пояснения даны для двумерного случая $l=\overline{1,4}$, $m=\overline{1,4}$ на рисунке 3.20.

Если родительский окт является граничным и какая–либо его детская ячейка расположена полностью за границей или относится к типу *раб*, то применяется операция инжекции. Если мелкие ячейки включены в родительскую ячейку типа *раб*, то при инжекции берется значение из приписываемой ей ячейки типа *хозяин*. На рисунке 3.20б стрелки показывают соответствие ячеек грубой и мелкой сеток при инжекции.

а) б)

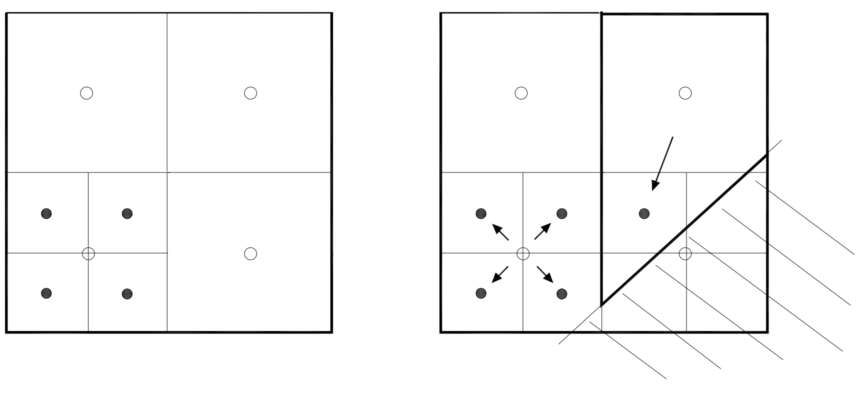


Рисунок 3.20 – Пояснения к описанию оператора пролонгации

● – мелкие ячейки множества l, ○ – грубые ячейки множества m, жирный прямоугольник – родительский окт

а) Линейная интерполяция б) Инжекция

3.7 Тестирование и верификация

Функционирование CFD–модуля кода КОРСАР/CFD было протестировано и верифицировано на нескольких задачах [112, 143], которые представлены в таблице 3.4. В качестве примера, в разделе приведены результаты верификации на двух задачах: ламинарная дорожка Кармана и турбулентное течение в трубе с поворотом на 90°.

Таблица 3.4 – Задачи для тестирования и верификации CFD–модуля

№	Задача	Реперные данные
	Ламинарные течения	
1.	Развитое течение в каналах различной формы проходного сечения (квадратная, треугольная, кольцевая с эксцентриситетом)	Аналитические решения [144, 145]
2.	Смешанная конвекция в вертикальном плоском канале	Аналитическое решение [145]
3.	Внешнее течение вокруг вращающейся сферы	Численное решение [146]
4.	Течение в кубической каверне с движущейся крышкой	Численное решение [147]
5.	Течение в каверне с основанием в виде кольцевого сектора с вращающейся цилиндрической крышкой	Эксперимент [148]
6.	Течение в трубе с плавным изменением сечения	Эксперимент [149]
7.	Течение в канале квадратного сечения с поворотом на 90 градусов	Эксперимент [150]
8.	Смешение потоков в Т–образном соединении прямоугольных каналов	Эксперимент [151]
9.	Нестационарное обтекание круглого цилиндра (дорожка Кармана)	Эксперимент и численные решения [124, 128, 152, 153]
10.	Свободная конвекция в полости между эксцентрическими цилиндрами	Эксперимент [154]
	Турбулентные течения	
1.	Развитое течение в каналах круглого и прямоугольного сечения	Коэффициенты трения [155]

Продолжение таблицы 3.4

2.	Течение и теплообмен в круглой трубе с подогревом стенки	Численное решение [145] и эмпирические корреляции[156]
3.	Течение в плоском канале с поворотом на 180 градусов	Эксперимент [157]
4.	Течение в круглой трубе с поворотом на 90 градусов	Эксперимент [158]
5.	Течение и теплообмен за обратным уступом с подогревом нижней стенки	Эксперимент [159]
6.	Течение и теплообмен в трубе с внезапным расширением	Эксперимент [160]
7.	Неизотермическое смешение в круглом Т–образном соединении	Эксперимент [161]
8.	Естественная конвекция в высокой полости	Эксперимент [162]

3.7.1 Ламинарная дорожка Кармана

Рассматриваемая задача является классической для тестирования численных алгоритмов CFD–модулей как в части дискретизации уравнений сохранения по пространству, так и их интегрирования по времени.

Моделируется двумерное ламинарное обтекание круглого цилиндра диаметром D поперечным однородным потоком несжимаемой жидкости со скоростью u_∞ при $\mathrm{Re} = \dfrac{u_\infty D}{\nu} = 100$. При Re>50 реализуется нестационарное обтекание цилиндра, когда в верхней и нижней частях кормовой области происходит в противофазе формирование и отрыв вихрей (дорожка Кармана). Для Re=100 получено достаточное количество расчетных и экспериментальных данных [124, 128, 152, 153].

Задача решалась в трехмерной постановке в безразмерном виде. Ось x декартовой системы координат направлена вдоль потока, y – вдоль цилиндра, z – поперек цилиндра. Начало координат расположено в центре оси цилиндра. Цилиндр помещен в параллелепипед, размером 30 x 2.5 x 20. Ось цилиндра расположена в центральном сечении xy, на расстоянии 10 и 20, соответственно, от входной и выходной границ по оси x. На входной границе задавалось равномерное поле набегающего потока, на выходной границе – давление. По направлению оси y использовались периодические граничные условия, а границы по оси z принимались свободными.

Генерация расчетной сетки осуществлялась на основе базовой сетки 36 x 2 x 24 с максимальным и минимальным уровнями дробления, равными 7 и 3, соответственно. Сетка измельчалась в прилегающей к цилиндру области течения (размер минимальных ячеек 0.0130 x

0.0195 x 0.0130). Общее количество листовых ячеек составляло около одного миллиона. Расчетная сетка представлена на рисунке 3.21.

Для ускорения процесса выхода на устойчивый колебательный режим задавалось асимметричное по координате z начальное поле компоненты скорости жидкости по координате x: $u = 1 + 0.02z$.

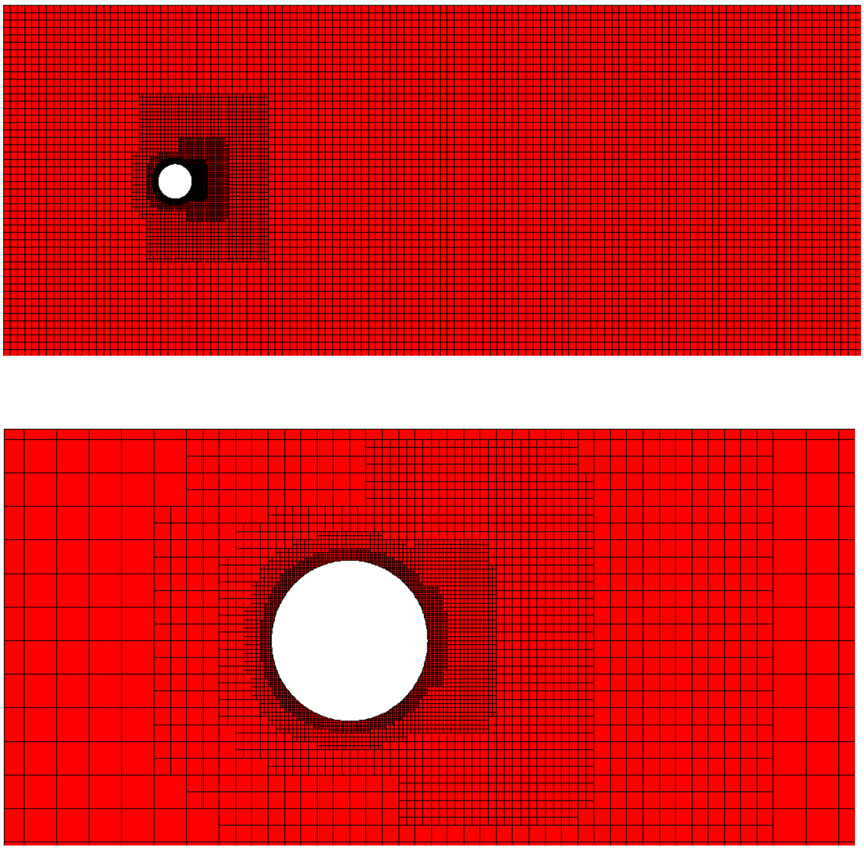


Рисунок 3.21 – Расчетная сетка к задаче о поперечном обтекании цилиндра

Интегральными характеристиками силового взаимодействия потока с цилиндром являются: коэффициент давления C_P, коэффициент трения C_F, коэффициент подъемной силы C_L. Динамика процесса формирования и отрыва вихрей характеризуется числом Струхаля $St = 1/T$, где T – безразмерный период колебаний коэффициента подъемной силы C_L.

На рисунке 3.22 показана эволюция коэффициентов сопротивления $C_D = C_P + C_F$ и подъемной силы, рассчитанных по CFD–модулю кода КОРСАР при шаге интегрирования по времени 0.02. Из рисунка видно, что устойчивый колебательный режим реализуется после достижения безразмерным временем значения 30.

В таблице 3.5 приведено сопоставление результатов расчета с имеющимися данными по интегральным параметрам. Получено хорошее согласование по всем параметрам с экспериментальными данными [152]. Расчет с уменьшенными в два раза шагами интегрирования по времени и по пространству показал те же результаты.

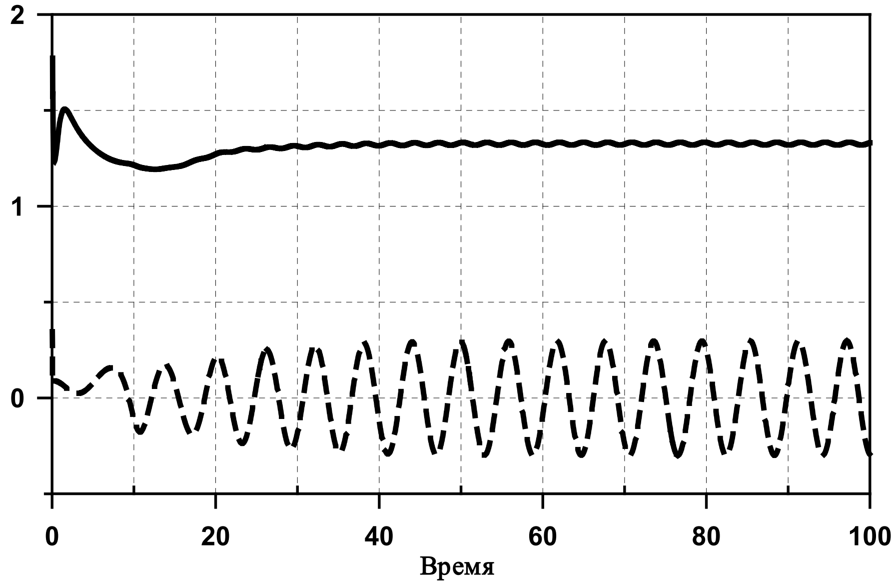


Рисунок 3.22 – Расчетная зависимость коэффициентов сопротивления и подъемной силы от времени (Re=100)

– C_D – C_L

Таблица 3.5 – Сопоставление результатов расчета с данными [124, 128, 152, 153]

Источник	C_D	C_P	C_F	$max\ C_L$	St
КОРСАР/ CFD	1.33	1.03	0.30	0.30	0.169
Lai and Peskin [124]	1.447	-	-	-	0.165
Tseng and Ferziger [124]	1.42	-	-	-	0.164
Dias and Majumdar [124]	1.395	-	-	-	0.171
Chung [128]	1.392	-	-	-	0.172
Hartmann et al. [128]	1.358	-	-	0.334	0.164
Kim et.al. [128]	1.33	-	-	0.32	0.165
Зайцев Д.К. [153]	1.328	-	-	0.321	0.165
De Palma et al. [128]	1.32	-	-	0.331	0.163
Kravchenko et al. [152]	1.31	0.97	0.34	0.314	0.164
Эксперимент [152]	1.3	1.0	0.3	-	0.165
Verstappen and Dröge [152]	1.24	0.93	0.31	0.30	0.165

Разброс расчетных данных обусловлен, вероятно, различием размеров области моделирования. Так, дополнительный расчет по CFD–модулю при расположении входной границы на расстоянии 5 от оси цилиндра привел к следующим результатам: $C_D = 1.42$, $C_P = 1.11$, $C_F = 0.31$, $\max C_L = 0.30$, $St = 0.177$. Отличия от исходного расчета по C_D составляют 7%, по C_P – 8%, по St – 5%.

3.7.2 Турбулентное течение в круглой трубе с поворотом на 90 градусов

Течение в поворотном участке трубы и в протяженной области за ним является существенно трехмерным, оставаясь при этом симметричным относительно плоскости симметрии поворота. [155]. Действие центробежных сил, появляющихся вследствие поворота потока и направленных от центра кривизны к внешней стенке, вызывает повышение давления у внешней стенки и понижение у внутренней. Соответственно этому, поток на входе в поворот тормозится у внешней стенки и ускоряется у внутренней. Однако, на выходе из поворота стремление потока двигаться по инерции в изогнутом участке по направлению к внешней стенке приводит к значительному увеличению продольной скорости у этой стенки и уменьшению скорости у внутренней стенки.

Появление центробежной силы и наличие пограничного слоя у стенок обуславливает в изогнутой трубе возникновение вторичного (поперечного) течения, образование так называемого парного вихря, который налагается на главный продольный поток и придает линиям тока винтообразную форму.

Турбулентное течение в круглой трубе с поворотом на 90 градусов исследовалось экспериментально в работе [157].

Описание эксперимента

Эксперимент проводился в трубе диаметром 0.104 м с отношением радиуса поворота к диаметру трубы, равным 2. В качестве рабочей среды использовался воздух со среднерасходной скоростью 8.7 м/с. Условия исследования соответствуют числу Рейнольдса 60000.

Схема экспериментальной установки приведена на рисунке 3.23, там же указана система координат, использованная при обработке экспериментальных данных. Установка включает в себя четыре участка: нагнетательную камеру, в которую поступает воздух от вытяжного вентилятора, входной участок длиной 10.4 м (z/D=100), поворот на 90° с радиусом закругления по оси трубы $R_c = 0.208$ м и выходной участок длиной 4.16 м (z/D=40). Вся установка размещена в горизонтальной плоскости.

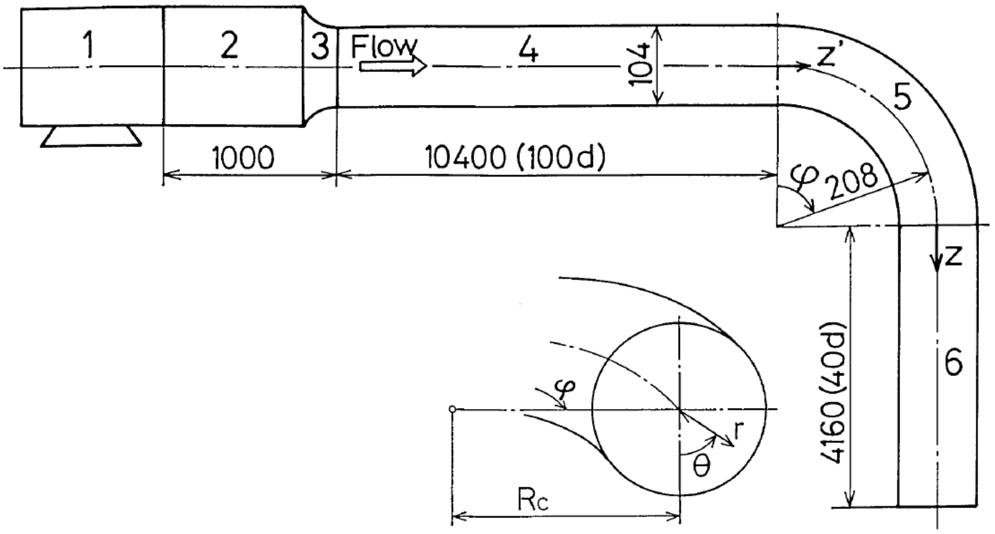


Рисунок 3.23 – Схема экспериментальной установки (из работы [157])

В эксперименте регистрировались данные по скорости и давлению теплоносителя. Для измерений скорости применялся вращающийся наклонный проволочный термоанемометр, позволяющий проводить в выбранной точке потока измерения трех компонент скорости. Для замеров скорости в нескольких поперечных сечениях использовались 266 (19x14) точек, соответствующих узлам сетки, покрывающей нижнюю половину сечения трубы (рисунок 3.24). Измерения статического давления осуществлялись вдоль трех линий на стенке рабочего участка: θ=-90° – внутренняя стенка, θ=90° - внешняя стенка, θ=0° - линия, проходящая через нижнюю точку трубы.

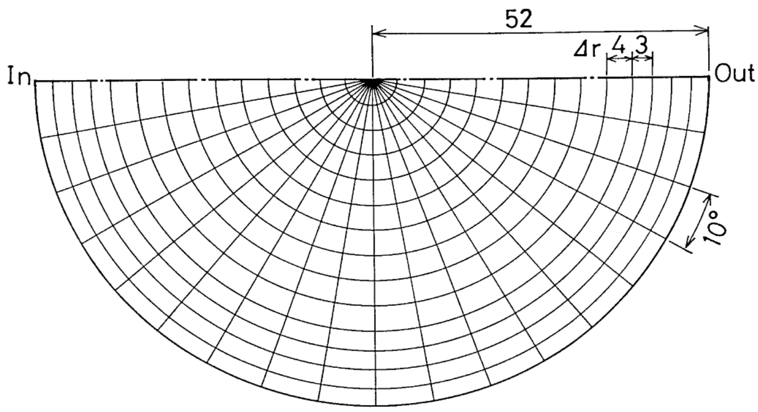


Рисунок 3.24 – Точки измерения скорости в поперечных сечениях трубы (из работы [157])

На основе всего массива измерений получены распределения осредненной осевой скорости и интенсивности турбулентности в осевом направлении, а также векторные поля вторичных течений в нескольких поперечных сечениях трубы. Дополнительно строились распределения интегральных характеристик потока вдоль рабочего участка, такие как отклонение потока от центральной оси Dev и интенсивность вторичных течений I_s, представляющие собой следующие средние величины по каждому сечению:

$$\mathrm{Dev} = \frac{8}{\pi D^2 w_b} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{D/2} \frac{r \cdot \sin\theta}{D} w r dr d\theta; \qquad I_s = \frac{8}{\pi D^2 w_b^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{D/2} \left(u^2 + v^2\right) r dr d\theta,$$

где w – компонент скорости вдоль трубы, u, v – компоненты скорости в поперечном сечении трубы, w_b – среднерасходная скорость воздуха 8.7 м/с. Значение величины Dev за счет синуса угла θ в подынтегральном выражении характеризует степень отклонения потока к внутренней (если $\mathrm{Dev} < 0$) или внешней стенке (если $\mathrm{Dev} > 0$).

При отображении распределений характеристик используются координаты z и φ. Координата z отсчитывается вдоль трубы со знаком минус до начала поворота и со знаком плюс после поворота. Поперечные сечения в области поворота определяются координатой φ, которая изменяется от 0° в начале поворота до 90° в конце поворота (см. рисунок 3.23).

Вдоль линий на стенке трубы определялись распределения коэффициентов давления:

$$C_p = \frac{P - P_{ref}}{0.5 \rho w_b^2},$$

где P_{ref} – давление в сечении $z/D = -17.6$ (в расчетах P_{ref} выбиралось так, чтобы обеспечить согласованность значения коэффициента давления с экспериментальным в сечении $z/D = -1$).

Расчетная модель

Расчеты по коду КОРСАР.CFD выполнены сотрудником ОТФИ Чепилко Степаном Сергеевичем.

Поскольку течение симметрично относительно горизонтальной плоскости расчетная область включала только нижнюю половину трубы. Плоскость симметрии моделировалась как свободная граница. На входе в трубу задавались распределения скорости и параметров турбулентности, полученные в результате предварительного расчета полностью развитого течения в прямой трубе при том же числе Рейнольдса 60000. На выходе из трубы задавалось давление. Длина входного участка трубы до поворота составляла 6D, а выходного участка после поворота 15D.

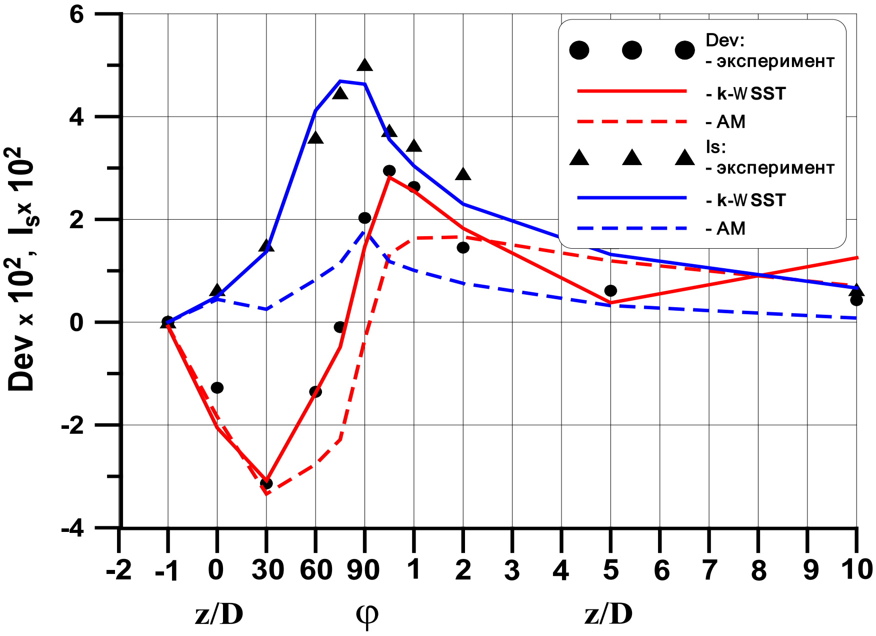
Ось x декартовой системы координат направлена вдоль течения во входном участке, ось z – против течения вдоль выходного участка. Расчеты проведены с использованием грубой и мелкой равномерных сеток. Грубая сетка содержала 330 тысяч кубических расчетных ячеек с длиной ребер $3.26 \cdot 10^{-3}$ м. Мелкая сетка получена дополнительным двойным дроблением по каждому координатному направлению.

Задача решалась в безразмерном виде.

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных

Сопоставление расчетных по коду КОРСАР/CFD с использованием k–ωSST модели турбулентности и экспериментальных данных [157] по всем измеряемым параметрам приведено в отчете [143]. В отчете констатируется хорошее согласование расчетных и опытных данных.

а)



б)

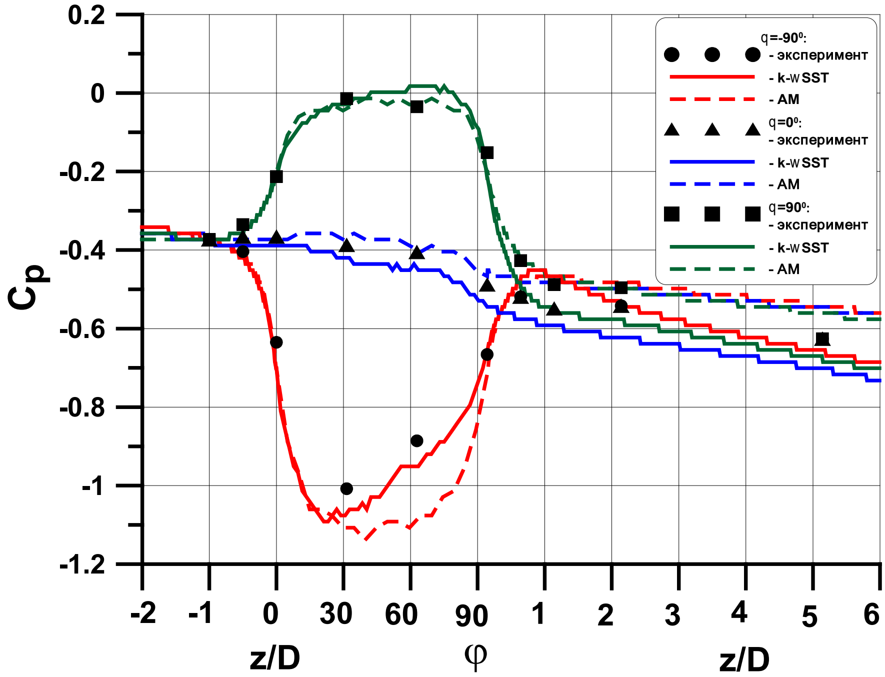


Рисунок 3.25 – Экспериментальные и расчетные распределения интегральных характеристик потока вдоль трубы

а) отклонение потока от центральной оси и интенсивность вторичных течений
б) коэффициент давления

В этом подразделе диссертации, в качестве примера, представлено сопоставление по распределению вдоль течения интегральных параметров: отклонения потока от центральной оси, интенсивности вторичных течений и коэффициента давления. Результаты расчетов приведены для мелкой сетки. В отчете [143] показано незначительное влияние степени сеточного дробления области моделирования на результаты по интегральным характеристикам.

Экспериментальные и расчетные распределения интегральных характеристик потока вдоль трубы показаны на рисунке 3.25. Для демонстрации возможностей алгебраической модели турбулентности (3.5), (3.6) на рисунке изображены расчетные кривые с использованием этой модели (обозначены АМ). Из рисунка видно, что модели турбулентности незначительно влияют на расчетный профиль давления вдоль трубы. Однако, алгебраическая модель (в отличие от дифференциальной k–ωSST модели) существенно занижает интенсивность вторичных течений и лишь качественно моделирует отклонения потока от центральной оси, занижая значение этого параметра на выходе из поворота. Следует отметить, что смещение профиля осевой скорости к внешней стенке сохраняется на расстоянии 10D от поворота как в эксперименте, так и в расчетах по обеим моделям турбулентности.

3.8 Основные положения

1. Приведены система уравнений сохранения массы, количества движения и энергии для однофазной слабосжимаемой жидкости, а также граничные условия применительно к трехмерной модели CFD–модуля РК КОРСАР/CFD. Уравнения записаны в интегральной форме для произвольного контрольного объема. Турбулентные напряжения учитываются по алгебраической модели либо по дифференциальным моделям: k–ε, k–ω, k–ωSST. Взаимодействие турбулентного потока со стенкой рассчитывается по высокорейнольдсовой модели с использованием пристеночных функций.
2. Представлена численная реализация метода вложенной границы на декартовых сетках в идеологии обрезанных ячеек (Cartesian Cut–Cell) трехмерной модели. При численной реализации применяется ряд предлагаемых в литературе современных алгоритмов.

   Информация о топологии расчетной сетки хранится в формате FTT (Fully Threaded Tree). Иерархическая структура данных FTT экономична по памяти и обеспечивает для каждой декартовой ячейки быстрый поиск соседних по граням ячеек. Дополнительно хранится вся необходимая информация о сетках на всех уровнях дробления многосеточного метода, используемого для расчета поля давления.

   Интегрирование уравнений сохранения по времени производится по неявной схеме второго порядка точности Кима–Чоя.

Дискретизация конвективных членов уравнений сохранения осуществляется по ограниченной непрерывно дифференцируемой схеме второго порядка точности SDPUS–C1, что значительно улучшает сходимость при итерационном решении.

С целью повышения устойчивости вычислительной схемы используется алгоритм объединения граничных обрезанных ячеек малого объема с соседними крупными ячейками. Алгоритм обеспечивает гарантированное присоединение всех мелких ячеек с одновременной оптимизацией формы получающихся объединенных ячеек.

3. Используются также оригинальные алгоритмы:

– для аппроксимации конвективных и диффузионных потоков на гранях декартовых ячеек, когда примыкающие к граням ячейки находятся на разных уровнях дробления, разработаны алгоритмы второго порядка точности с компактными шаблонами;
– в многосеточном методе для граничных ячеек при переводе невязки решения с мелкой сетки на грубую сетку предложен оператор ограничения, учитывающий наличие объединенных ячеек.

4. Приведен список задач, использованных для тестирования и верификации CFD–модуля.

В качестве примера изложены решения двух задач:

– нестационарной тестовой задачи с поперечным обтеканием цилиндра однородным ламинарным потоком жидкости при числе Рейнольдса 100, расчеты которой подтверждают адекватность реализации численных алгоритмов;
– верификация моделей турбулентности по экспериментальным данным при турбулентном течении в трубе с поворотом на 90°.

4 ОБЪЕДИНЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ И ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОГИДРАВЛИКИ РК КОРСАР/CFD

4.1 Полунеявная схема объединения

Предложенная автором диссертации полунеявная схема объединения одномерной и трехмерной моделей теплогидравлики расчетного кода КОРСАР/CFD представлена в работах [163–166].

Связка моделей различной размерности кода осуществляется через элемент одномерной модели *канал*. Входные либо выходные соединения каналов образуют граничные плоскости между 1D и 3D областями моделирования, которые в дальнейшем будем называть границами. На рисунке 4.1 изображена одна из таких границ, отмеченная жирной линией. С точки зрения CFD–модуля данная граница представляет новый тип граничных условий – объединение с одномерной моделью кода. Её пересечение с ячейками 3D области формирует граничные грани. Обозначим через l номера граничных граней. Тогда для каждой грани l, по аналогии с (3.44), можно записать:

$$U_l = \overset{*}{U}_l - \Delta t\left(\frac{\partial P}{\partial n}\right)_l . \qquad (4.1)$$

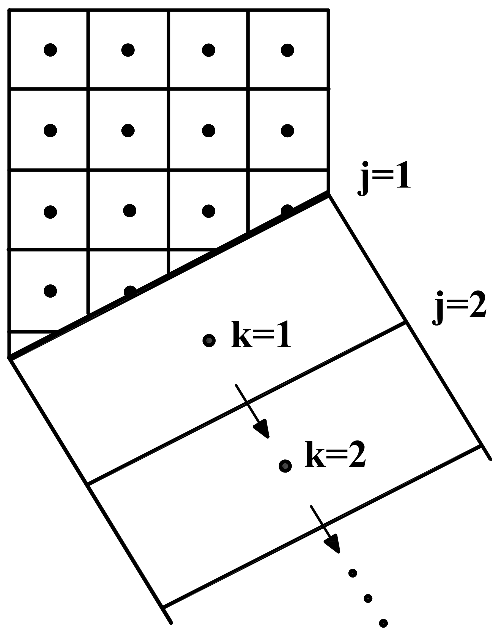


Рисунок 4.1 – Объединение 1D и 3Dобластей моделирования

При вычислении $\overset{*}{U}_l$ значения компонент вектора скорости и плотности на граничной грани определяются с помощью экстраполяции по значениям данных величин в расчетных узлах 3D области моделирования. Градиент давления в (4.1) рассчитывается по формуле:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial n}\right)_l = C_{1D}^l P_{1D} + \sum_i C_i^l P_i^l, \tag{4.2}$$

где P_i^l – значения давления в ячейках, входящих в шаблон для градиента давления на граничной грани с номером l, P_{1D} – давление в приграничной ячейке канала (равное давлению на границе P_b), C_{1D}^l, C_i^l – коэффициенты аппроксимации.

Для обеспечения баланса массы на границе 1D и 3D областей моделирования в соответствующем соединении канала j=1 либо j=N+1 необходимо принять:

$$A_j = S_b; \quad W_{f,j} = W_{g,j} = U_b \Big/ \underline{\rho}_j^n .$$

Здесь S_b – площадь границы, $S_b = \sum_l S_l$, где S_l – площади граничных граней; A_j, $\underline{\rho}_j^n$ – соответственно площадь проходного сечения и донорная плотность в соединении j; U_b – удельный массовый расход жидкости через границу, который рассчитывается посредством интегрирования по граничным граням: $U_b = \sum_l U_l S_l / S_b$.

На основании вышеизложенного несложно получить:

$$W_{f,j} = W_{g,j} = \overset{*}{W}_{f,j} - C\left(P_{1D} - P_{cfd}\right), \tag{4.3}$$

где $C = \dfrac{\Delta t \sum_l C_{1D}^l S_l}{\underline{\rho}_j^n A_j}$, $P_{cfd} = -\sum_l \sum_i C_i^l P_i^l S_l \Big/ \sum_l C_{1D}^l S_l$, $\overset{*}{W}_{f,j} = \sum_l \overset{*}{U}_l S_l \Big/ \left(\underline{\rho}_j^n A_j\right)$,

$$P_{cfd} = -\sum_l \sum_i C_i^l P_i^l S_l \Big/ \sum_l C_{1D}^l S_l . \tag{4.4}$$

В выражениях (4.1)–(4.4) для величин на новом временном слое U_l, $\left(\dfrac{\partial P}{\partial n}\right)_l$, P, $W_{f,j}$, $W_{g,j}$ опущен верхний индекс n+1.

Уравнение (4.3) используется вместо уравнения сохранения количества движения для расчета скоростей фаз в соединениях каналов на границе. Коэффициенты в выражении (2.35) применительно к данным соединениям принимаются равными $c_{1,j} = c_{2,j} = \overset{*}{W}_{f,j}$; $d_{1,j} = d_{2,j} = e_{1,j} = e_{2,j} = C$. Также принимается, что $P_0 = P_{cfd}$ либо $P_{N+1} = P_{cfd}$ в случаях, когда канал связан с CFD–модулем по входу или выходу, соответственно.

В соединениях каналов РК КОРСАР, связанных с CFD–модулем, уравнение количества движения не решается. Следовательно, не моделируются потери давления от границы до узла приграничной ячейки. Поэтому при составлении расчетной схемы следует избегать использования местного сопротивления в данных соединениях. Немоделируемые распределенные потери давления автоматически учитываются в следующем соединении канала посредством соответствующего увеличения его длины и высоты. Расчет осуществляется с временным шагом, выбранным по критериям одномерной модели.

На каждом временном слое требуется расчет объединенного поля давления по уравнениям (2.37), (2.60) и (3.45) с учетом (4.3). Соотношение (4.3) связывает матрицы коэффициентов уравнений Пуассона в областях различной размерности. Данная процедура является наиболее затратной с точки зрения машинного времени. Размеры ячеек в 1D и 3D областях моделирования, а, следовательно, и коэффициенты в дискретных уравнениях Пуассона для давления различаются на порядки, что приводит к медленной сходимости при итерационном решении. Поэтому для улучшения сходимости многосеточный метод используется на множестве ячеек 1D и 3D моделей. Ячейки 1D модели рассматриваются как листовые ячейки минимального уровня. Операторы пролонгации и ограничения для них являются тривиальными операторами инжекции (производится копирование величин при изменении уровня дробления сеток многосеточного метода). При этом в релаксационной процедуре для 1D–модуля используются также простые итерации Якоби. Пример иерархии сеток для многосеточного метода при расчете объединенного поля давления в 1D и 3D областях приведен на рисунке 4.2.

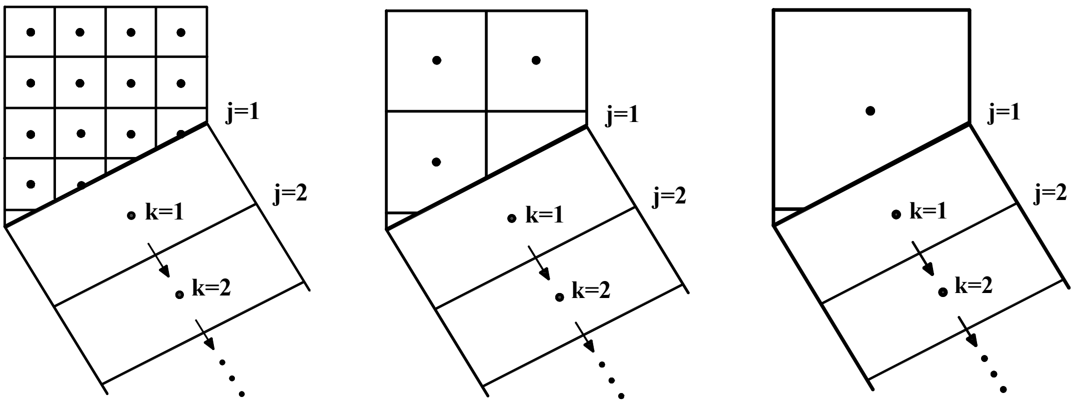


Рисунок 4.2 – Иерархия сеток для многосеточного метода в 1D и 3D областях моделирования

После завершения итерационных циклов (3.42)–(3.46), при поступлении жидкости из 3D области моделирования в канал 1D модели, рассчитывается граничная удельная энтальпия (аналогично вычисляется граничная концентрация пассивной величины c_{cfd}):

$$h_{cfd} = \sum_{l} U_l h_l S_l / \left(U_b S_b\right). \tag{4.5}$$

В случае, когда вектор свободного падения имеет параллельную плоскости границы составляющую, в соотношении (4.2) необходимо учитывать линейное поперечное распределение давления в приграничной ячейке канала. В противном случае может искажаться профиль скорости в приграничной области CFD–модуля, вплоть до образования паразитных вихрей. То есть вместо P_{1D} следует использовать граничные давления:

$$P_{1D,l} = P_{1D} + \rho_b\left[(\mathbf{r}_\tau \mathbf{g})_l - C\right] , \qquad (4.6)$$

где $\mathbf{r}_\tau$ – проекция радиус–вектора центра граничных граней $\mathbf{r}$ на плоскость границы с нормалью $\mathbf{n}$: $\mathbf{r}_\tau = \mathbf{r} - (\mathbf{rn})\mathbf{n}$, $\rho_b = \sum_l \rho_l S_l / S_b$ – средняя плотность теплоносителя на границе. Выражение для константы C в (4.6) получим из условия нормировки $\sum_l P_{1D,l} S_l / S_b = P_{1D}$:

$C = \sum_l (\mathbf{r}_\tau \mathbf{g})_l \, S_l / S_b$.

4.2 Технология интегрирования моделей в РК КОРСАР/CFD

Границы между 1D и 3D областями моделирования нумеруются последовательно. Для CFD–модуля данная нумерация формирует список связей с элементами 1D модели. В качестве таких элементов может быть *канал* (обозначение ch), *граничная ячейка* (bvol_t), *источник массы* (smass_t). Элементы ch, bvol_t определяют давление на границе трехмерной области и донорные величины (удельную энтальпию, концентрацию) при затекании теплоносителя из одномерной области, а элемент smass_t – расход жидкости (массовые скорости на граничных гранях) и переносимые им донорные величины. В случае связей с элементом *канал* CFD–модуль формирует для него граничные условия по давлению (4.4), удельной энтальпии теплоносителя и концентрации пассивной величины (4.5). Каждой связи соответствует конкретный номер STL–файла триангуляции границы, который определяет ее пространственное положение.

На рисунке 4.3 приведен пример связей 1D и 3D моделей. В файле входных данных на языке DLC эти связи задаются следующим образом:

cfd1/1 – bvol_t10;

cfd1/2 – ch10/i;

cfd1/3 – ch20/i;

cfd1/4 – ch30/o.

Квалификаторы элемента cfd1 обозначают номера связей, квалификаторы /i, /o элементов *канал* – вход либо выход канала, соответственно.

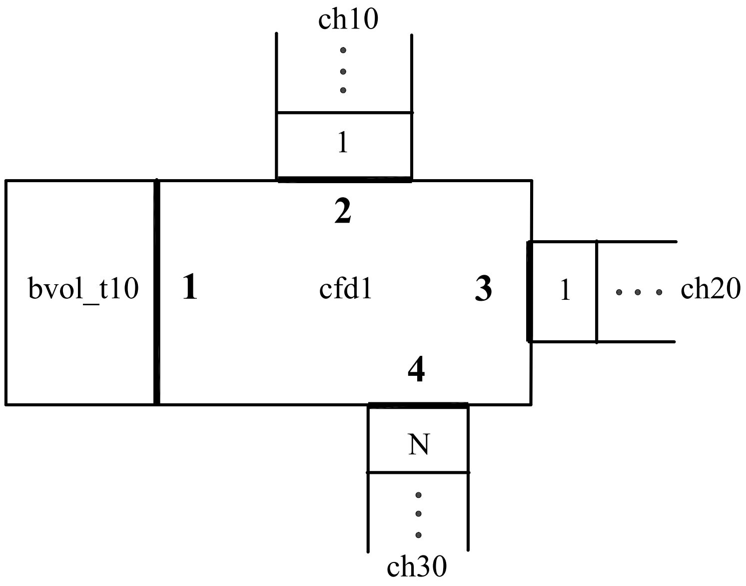


Рисунок 4.3 – Пример связей 1D и 3D моделей

Параллельные вычисления

Выполнение трёхмерных расчётов в инженерных приложениях требует от кода возможности работы в параллельном режиме. Для реализации такой возможности, в CFD–модуле используется пространственная декомпозиция области моделирования [167]. В методе декомпозиции область делится на несколько частей, называемых подобластями. Каждая подобласть рассчитывается отдельным процессом. Она содержит *активные* и *пассивные* ячейки расчётной сетки. Для активных ячеек решаются уравнения сохранения. Пассивные ячейки участвуют в аппроксимационных шаблонах при решении уравнений. Они представляют собой копии ячеек соседних подобластей. Значения величин (например, давления) в пассивных ячейках не вычисляются процессом, а заполняются данными при обмене информацией между процессами в ходе расчета.

При решении дискретных уравнений итерационным методом для проверки сходимости определяется максимальная по всем процессам невязка.

Обмен данными между процессами основан на наиболее распространённой технологии параллельного программирования для систем с распределённой памятью MPI. При пересылке значений величин используются двухточечные обмены. Чтобы уменьшить время пересылок, все двухточечные операции группируются по принципу независимости методом раскраски коммуникационного графа. Поиск максимальной по всем процессам невязки реализован посредством коллективных обменов.

В случае параллельных вычислений связи 1D и 3D моделей автоматически переопределяются. Создается несколько элементов *CFD–модуль*, равное количеству используемых при декомпозиции расчетной трехмерной области процессов. Каждый элемент моделирует конкретную подобласть. В подобластях применяется локальная сквозная нумерация связей с 1D моделью (исходную нумерацию связей будем называть глобальной). На рисунке 4.4 показаны связи моделей различной размерности при использовании двух процессов для декомпозиции приведенной на рисунке 4.3 задачи. Жирными черными цифрами на рисунке отмечены глобальные номера связей, а синими цифрами – локальные номера связей подобластей. Пунктирной линией изображена граница между подобластями, на которой осуществляется обмен данными между процессами. Формально на языке DLC новые связи элементов для рассматриваемой задачи можно записать в виде:

cfd2/1 – bvol_t10;

cfd2/2 – ch10/i;

cfd3/1 – ch30/o;

cfd3/2 – ch20/i;

cfd3/3 – ch10/i.

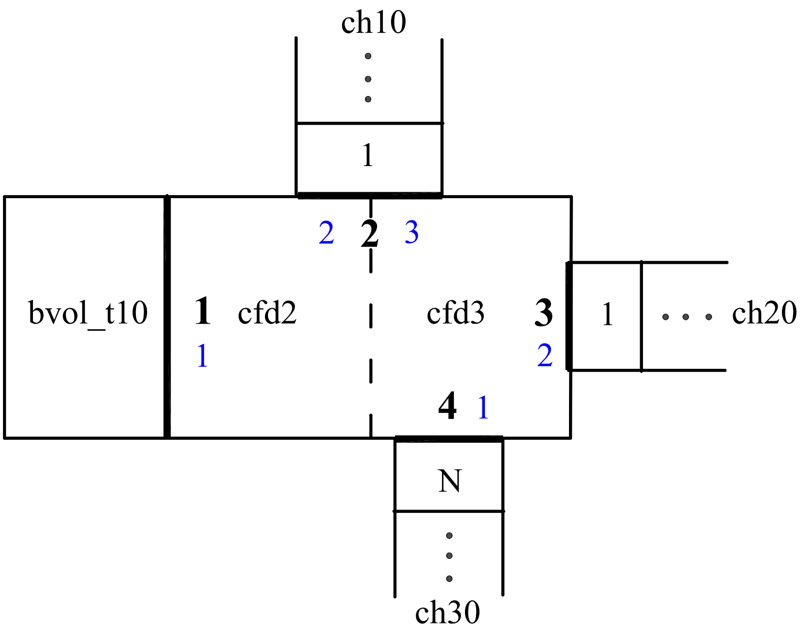


Рисунок 4.4 – Связи 1D и 3D моделей при параллельном вычислении

Расчет одномерной модели реализуется на отдельном нулевом процессе. На нулевом процессе хранится полная информация для 1D модели, включая данные по усредненным величинам на границах с 3D моделью (давлению P_{cfd}, удельной энтальпии жидкости h_{cfd}, концентрации пассивной величины c_{cfd}) в глобальных связях. На остальных процессах содержатся данные для 3D модели в соответствующих подобластях и граничные значения давления, удельной энтальпии, концентрации пассивной величины в локальных связях с одномерной областью.

Каждому глобальному номеру связи ставятся в соответствие номер процесса и локальный номер связи на процессе. Локальным номерам приписывается соответствующий ему глобальный номер связи. На основе этой информации осуществляются:

– передача данных по граничным условиям для элементов *канал* 1D модели из массивов локальных связей подобластей в массив глобальных связей на нулевом процессе;
– рассылка данных по граничным условиям для элементов CFD из массива глобальных связей с нулевого процесса в массивы локальных связей на процессы, моделирующие подобласти.

Если граница между подобластями пересекает границу одномерной области (глобальная связь 2 на рисунке 4.4), то при формировании граничных условий для 1D модели реализуется дополнительное осреднение по локальным связям. Например,

$$\left(h_{cfd}\right)_2 = \frac{\left(U_b S_b h_{cfd}\right)_2 + \left(U_b S_b h_{cfd}\right)_3}{\left(U_b S_b\right)_2 + \left(U_b S_b\right)_3} ,$$

$$\left(P_{cfd}\right)_2 = \frac{\left(S_b P_{cfd}\right)_2 + \left(S_b P_{cfd}\right)_3}{\left(S_b\right)_2 + \left(S_b\right)_3} .$$

4.3 Тестирование схемы объединения

Контур естественной циркуляции

Рассматривается классический водяной контур естественной циркуляции, который включает горячий подъемный участок с подводом тепла, горизонтальный участок с отводом тепла через холодильник, холодный опускной участок и систему компенсации давления. Расчетная схема контура приведена на рисунке 4.5.

Подъемную часть контура представляет бак квадратного (со стороной 0.5 м) сечения высотой 2 м, моделируемый в трехмерной постановке (элемент cfd1).. Используется изотропная равномерная декартова сетка с шагом разбиения 0.0156 м. Количество листовых ячеек составляет 131000. Течение теплоносителя в баке принимается ламинарным. В нижней части боковой стороны бака и в верхнем торце расположены два круглых отверстия диаметром 0.25 м для подключения, соответственно, подводящего и отводящего трубопроводов. Центры отверстий находятся в плоскости симметрии бака. На стенках бака задана постоянная плотность теплового потока $q=1.5\cdot10^3$ Вт/м^2, что соответствует суммарному поступлению тепла $6.6027\cdot10^3$ Вт.

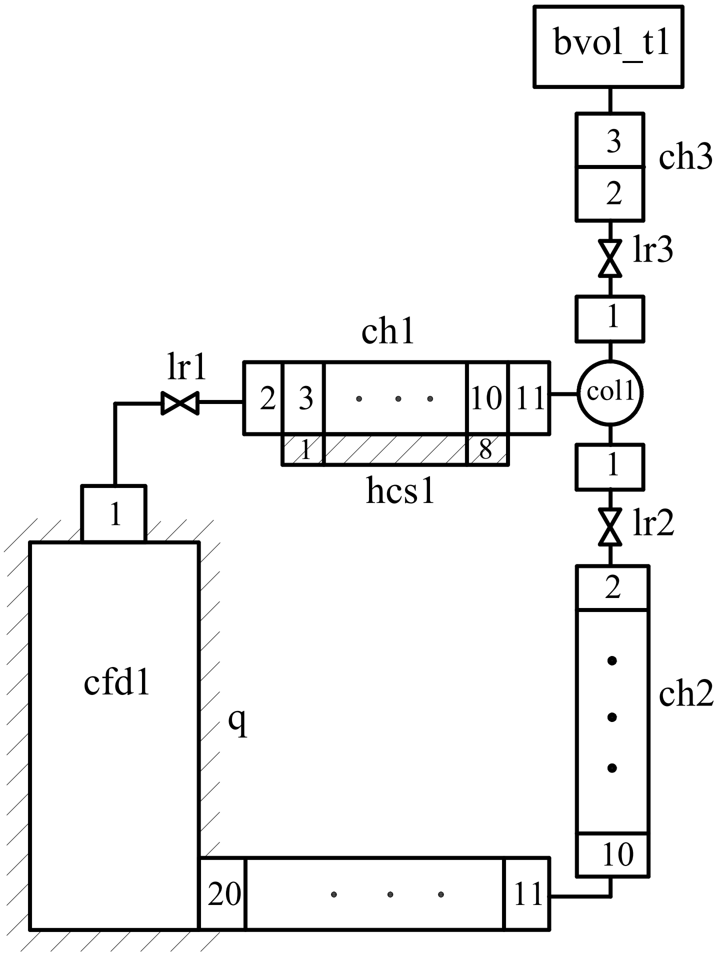


Рисунок 4.5 – Расчетная схема контура естественной циркуляции

Остальная часть контура представлена элементами одномерной модели кода КОРСАР/CFD. Канал ch1 моделирует горизонтальный участок (за исключением первой расчетной ячейки высотой 0.5 м) с отводом тепла через элемент *теплопроводящая конструкция* hcs1, на внешней стороне которой заданы граничные условия третьего рода: коэффициент теплообмена 10^3 Вт/(м^{2}К) и температура среды 293.15 К. Длина горизонтального участка составляет 5 м. Канал ch2 имитирует холодный опускной участок контура циркуляции и подводящий к баку горизонтальный участок. Дыхательный трубопровод моделируется каналом ch3, подключенным к элементу расчетной схемы *граничная ячейка* bvol_t1, в котором фиксируется давление системы 10^6 Па (аналог компенсатора давления). Каналы соединены посредством элемента *коллектор* col1.

Проведено два расчета с различными значениями погрешности $\varepsilon = 10^{-6}$ и $\varepsilon = 10^{-8}$ в условии сходимости итерационных циклов (3.42)–(3.46) с шагом интегрирования по времени 0.08 с. В начальный момент времени по всему контуру задается одинаковая температура воды 293.15 К и поле давления с учетом весовой составляющей. Скорости теплоносителя принимаются равными нулю.

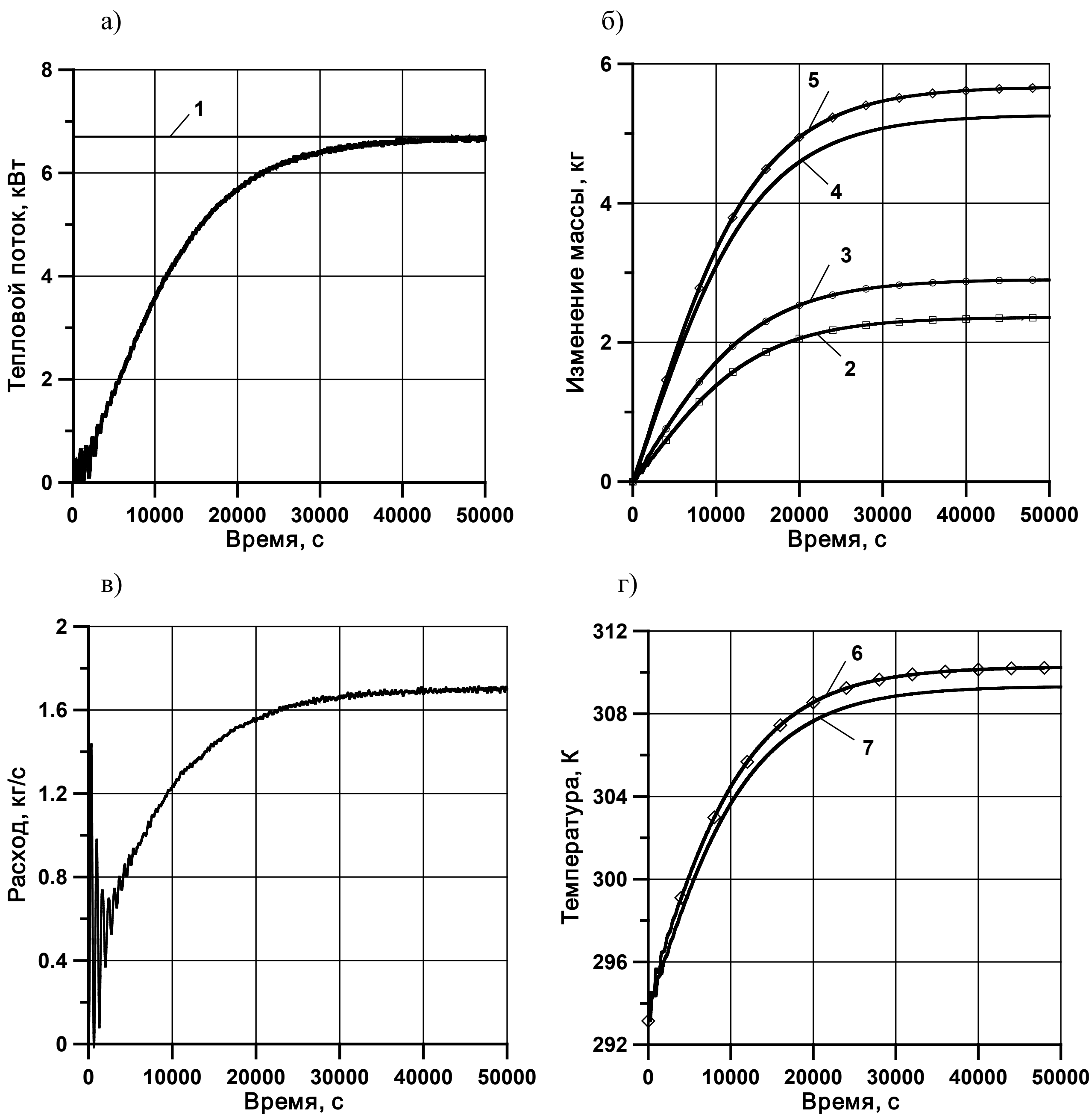


Рисунок 4.6 – Динамика параметров при разогреве контура естественной циркуляции

а) отвод тепла через холодильник (1 – тепловой поток на стенке бака; б) изменение массы воды (2,3 – уменьшение в 3D и 1D областях, соответственно, 4 – суммарное уменьшение, 5 – выход из контура); в) расход циркуляции, г) температура воды на входе в холодильник (6) и на выходе из холодильника (7)

На рисунке 4.6 приведена динамика отдельных интегральных параметров при разогреве контура естественной циркуляции в расчете с $\varepsilon = 10^{-8}$. Длительность процесса выхода в стационарное состояние составляет около 40000с. Температура теплоносителя на выходе из бака достигает значения 310.2 К. При этой температуре тепловой поток, отводимый через холодильник, становится равным тепловому потоку со стенки бака. Отличия составляют менее 1%. Вследствие охлаждения температура воды в опускном участке контура на 0.94 К меньше.

За счет разности плотностей на подъемном и опускном участках возникает естественная циркуляция с расходом порядка 1.7 кг/с (что соответствует скорости циркуляции 0.035 м/с). Расход на входе в бак практически равен расходу на выходе из бака, поскольку темп его разогрева незначительный (максимальный – порядка 10^{-3} К/с). Уменьшение массы воды в баке к концу процесса составляет 2.36 кг, а в трубопроводах 1D области моделирования (каналах ch1, ch2 и коллекторе col1) – 2.90 кг. Интегральный выход массы теплоносителя из контура в систему компенсации давления равен 5.66 кг, что на 7.6% больше суммарного уменьшения массы в контуре. Разница определяется заданной погрешностью ε. В предварительном расчете с $\varepsilon = 10^{-6}$ получено отличие более 39%.

Динамический процесс развития циркуляции начинается неустойчиво в колебательном режиме до 4000 с. Причиной неустойчивости является периодическое появление горячего слоя жидкости в пристенной области бака и его смыв холодным потоком на входе в бак. По мере прогрева контура амплитуда колебаний уменьшается.

Отдельно следует рассмотреть пространственные эффекты в баке. Течение теплоносителя в нем носит сложный и нестационарный характер даже после выхода системы в целом в стационарное состояние. Холодная вода от подводящего трубопровода достигает противоположной боковой стороны. Часть воды поднимается вдоль этой стороны, нагреваясь к выходу из бака. Другая часть симметрично растекается вдоль соседних боковых сторон, имея значительную составляющую скорости в сечении бака.

Для примера на рисунке 4.7 приведены векторы скорости в поперечных сечениях бака на расстояниях 0.5, 1.0 и 1.5 м от нижнего торца. На рисунке также изображены поля осевой составляющей скорости и температуры в этих сечениях. Два потока встречаются над подводящим трубопроводом, приобретая нормальную к стенке составляющую скорости. Образуются два вихря в поперечном сечении. Энергия вихрей перераспределяется, периодически усиливая то один, то другой вихрь. Процесс протекает нестационарно. Отходящий от стенки поток жидкости вихря имеет более высокую температуру. Поэтому в этой области увеличивается подъемная составляющая скорости. В результате на боковой стороне бака с подводящим трубопроводом образуется вихревая трубка поднимающейся горячей воды, которая периодически меняет форму.

а)

б)

в)

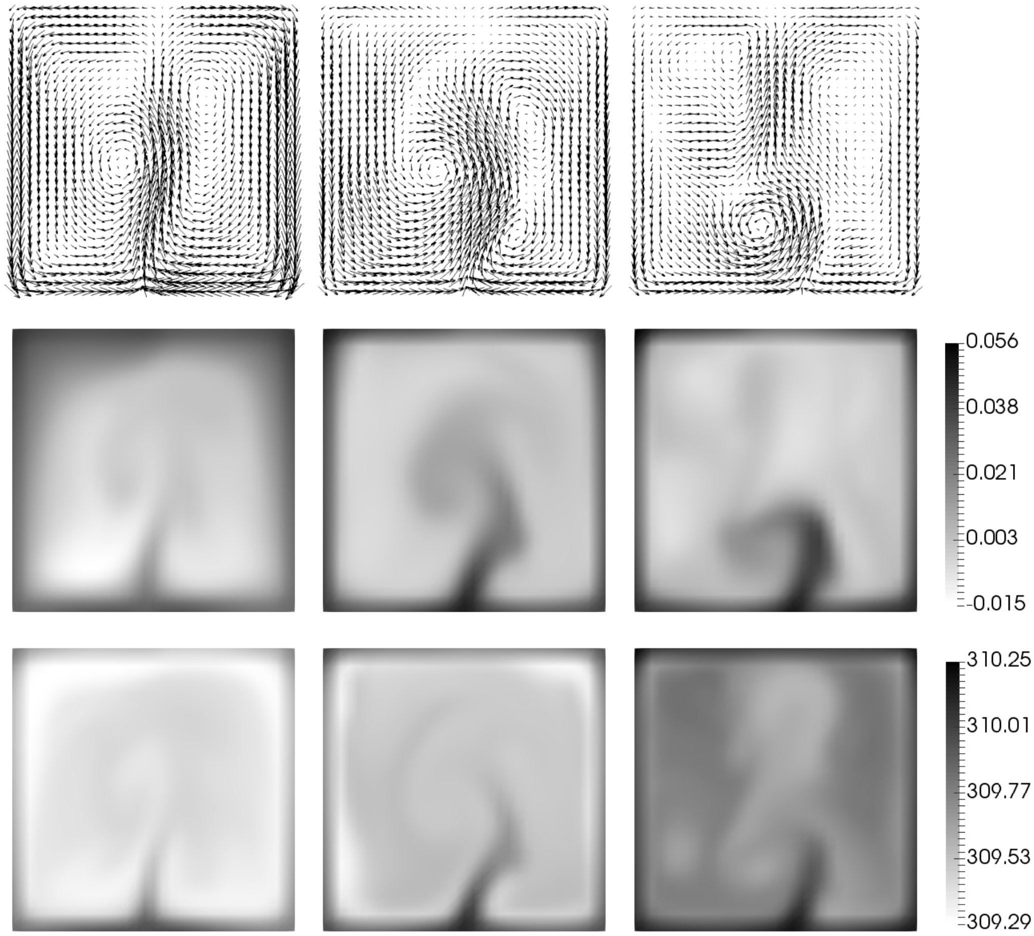


Рисунок 4.7 – Распределение параметров в поперечных сечениях бака

а) вектор скорости б) осевая скорость (м/с) в) температура (К);
слева – l=0.5 м, в центре – l=1 м, справа l=1.5 м

Дополнительно проведен расчет, начиная с момента t=50000 с, соответствующего конечному стационарному состоянию контура, в течение 1000 с, в котором была отключена модель учета линейного распределения давления в приграничной ячейке 1D модели (4.6). Отключение модели (4.6) привело к формированию ложного вихря вблизи границы бака с 1D областью моделирования подводящего трубопровода, что отчетливо видно на рисунке 4.8.

а) б)

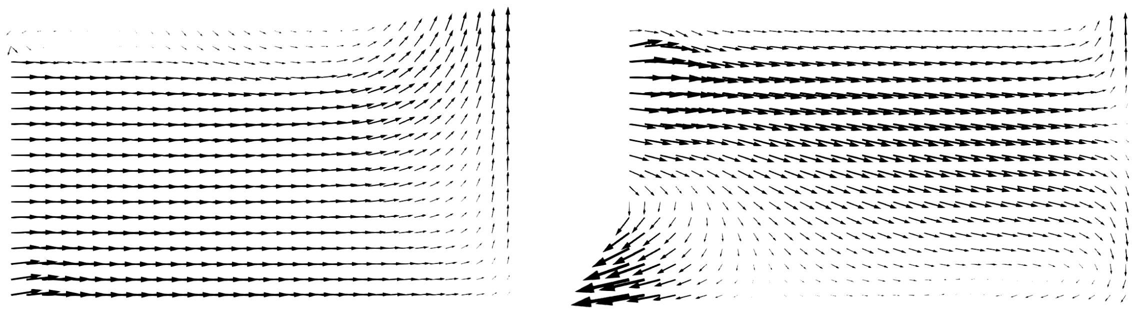


Рисунок 4.8 – Поле вектора скорости в центральном сечении бака после подводящего трубопровода

а) с использованием модели (4.6) б) с отключением модели (4.6)

Оценка сходимости многосеточного метода

В разделе 5.4 диссертационной работы приводятся результаты расчетов по коду КОРСАР/CFD режимов реакторной установки ВВЭР–1000 с несимметричной работой петель. При этом напорная камера реактора моделировалась в трехмерном приближении, а остальная часть контура циркуляции теплоносителя представлена одномерными элементами кода. С целью демонстрации сеточной сходимости для одного режима с подключением ГЦН при исходной работе двух противоположных ГЦН выполнено три расчета с использованием различных сеток в трехмерной области. Дополнительно проведена оценка сходимости многосеточного метода для расчета поля давления при получении начального стационарного состояния РУ. Определялось среднее количество V–циклов за промежуток времени 0.1 с в течение 1 с процесса выхода на статику.

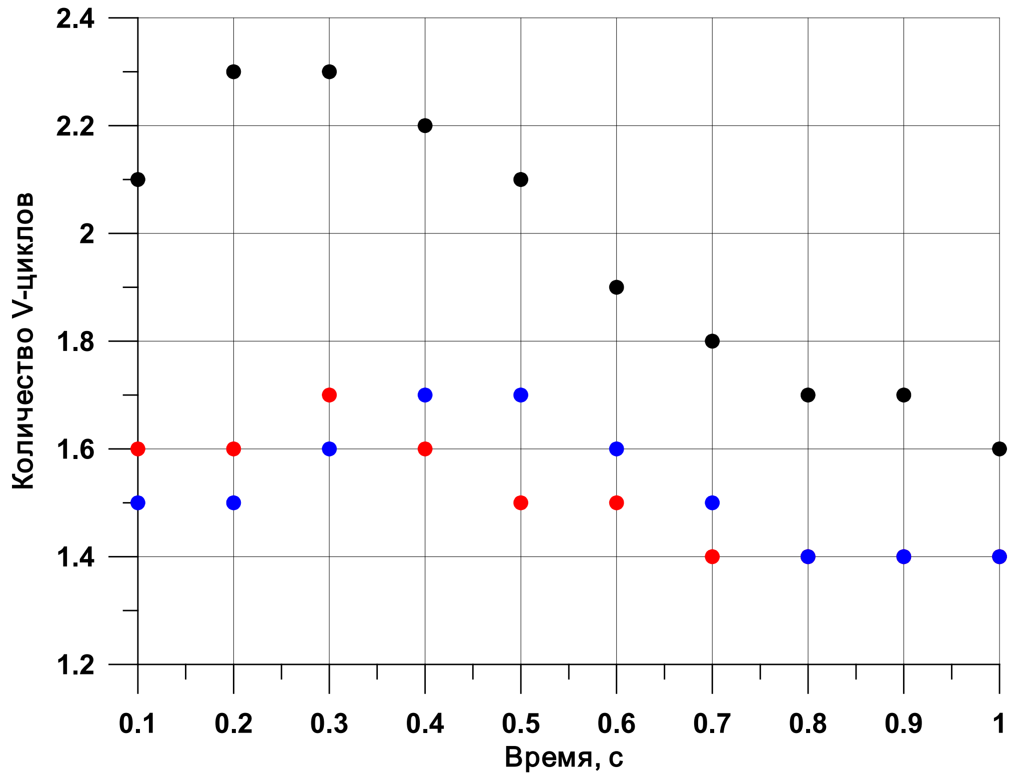
Многосеточный метод был реализован в двух вариантах:

– в исходном варианте с применением многосеточного метода для расчетных ячеек 3D и 1D областей (вариант 1);
– в модифицированном варианте, когда в многосеточный метод включены только расчетные ячейки 3D области и расчет поля давления в 1D области осуществляется после завершения V–цикла трехмерной модели (вариант 2).

При этом были выбраны следующие параметры многосеточного метода: использовались три уровня дробления сеток, количество итераций релаксационной процедуры ν=160, допустимая невязка решения ε=0.01ρ (ρ – плотность).

На рисунке 4.9 показано изменение требуемого для сходимости количества V–циклов двух вариантов многосеточного метода для трех расчетных сеток. Из рисунка видно, что в исходном варианте 1 для сходимости требуется около двух V–циклов. Их количество слабо зависит от степени пространственного дробления области. В случае использования варианта 2 требуемое для сходимости количество итерационных циклов увеличивается на два порядка и существенно растет с измельчением расчетной сетки. То есть включение расчетных ячеек 1D области в многосеточный метод значительно повышает его эффективность при моделировании с помощью кода КОРСАР/CFD режимов эксплуатации натурных реакторных установок.

а)



б)

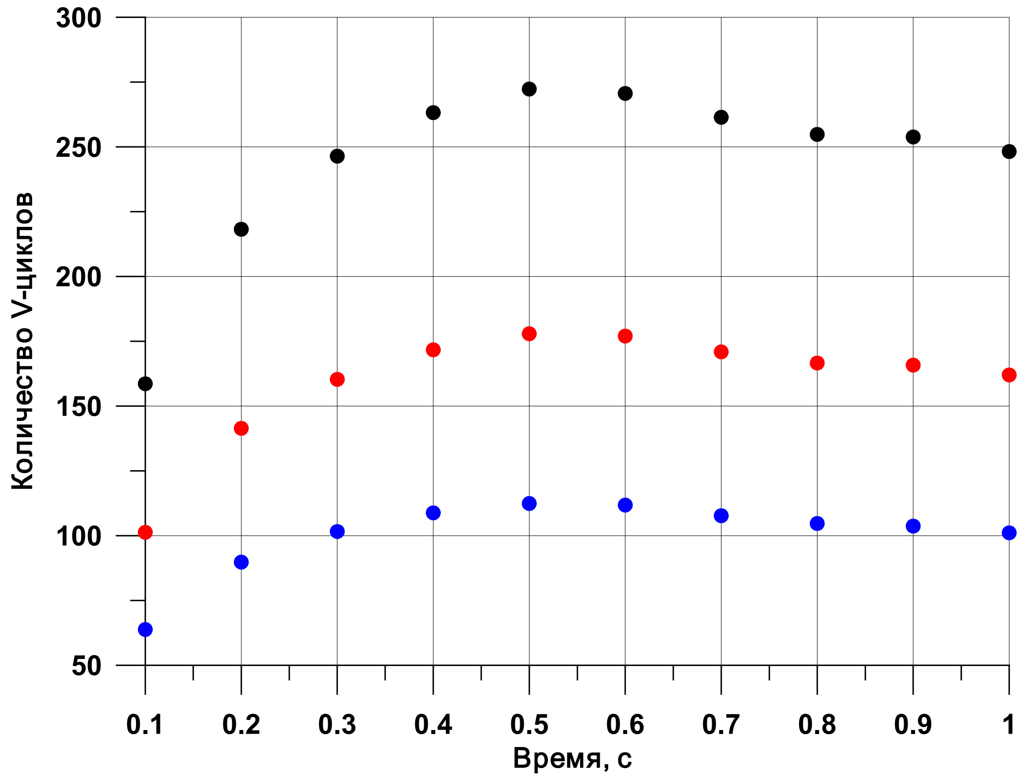


Рисунок 4.9 – Сходимость многосеточного метода

● – мелкая сетка; ● – промежуточная сетка; ● – грубая сетка

а) вариант 1; б) вариант 2

4.4 Основные положения

1. Представлен разработанный автором диссертации алгоритм объединения 1D и 3D моделей системного теплогидравлического кода КОРСАР/CFD по полунеявной схеме. Конвективные потоки массы и энергии на границе стыковки для 1D модели рассчитываются суммированием соответствующих потоков на граничных гранях 3D модели. Потоки выражаются неявно относительно скоростей для связки матриц уравнения Пуассона в областях различной размерности.
2. Алгоритм обеспечивает консервативность массы и энергии потоков жидкости на границе стыковки областей различной размерности, что продемонстрировано на решении тестовой задачи с контуром естественной циркуляции. В задаче контур разбит на два участка с моделированием в одномерном и трехмерном приближениях.
3. Впервые с целью улучшения сходимости при итерационном решении уравнения Пуассона для объединенного поля давления на новом временном шаге используется многосеточный метод на множестве расчетных ячеек всей области моделирования. Эффективность включения ячеек одномерной области в многосеточный метод показана на примере моделирования циркуляционных контуров РУ с ВВЭР–1000 при трехмерном представлении напорной камеры.
4. Для исключения образования паразитных вихрей при наличии составляющей вектора ускорения свободного падения, параллельной плоскости границы между 1D и 3D областями, учитывается линейное поперечное распределение давления в приграничной ячейке 1D области.

5 ВЕРИФИКАЦИЯ ОБЪЕДИНЕНИЯ ОДНОМЕРНОЙ И ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОГИДРАВЛИКИ РК КОРСАР/CFD

В этой главе приведены результаты верификации кода КОРСАР/CFD на задачах с перемешиванием теплоносителя в напорной камере реактора. Напорная камера моделировалась в 3D приближении с помощью CFD–модуля.

Для CFD–модуля применялась алгебраическая модель турбулентности (3.5), (3.6). Дополнительными расчетами с дифференциальной моделью k–ωSST продемонстрирована слабая зависимость результатов от используемой модели турбулентности. Вероятно, как показано ниже, наличие ярко выраженных токов теплоносителя и крупномасштабной турбулентности (которая напрямую моделируется кодом) в камере нивелирует значимость выбора моделей турбулентности для результатов расчетов.

5.1 Эксперименты на четырехпетлевом стенде ОКБ "ГИДРОПРЕСС"

5.1.1 Описание стенда и экспериментальных режимов

На четырехпетлевом стенде в ОКБ "ГИДРОПРЕСС" моделировались процессы перемешивания температуры или концентрации борной кислоты теплоносителя при несимметричном возмущении по петлям циркуляции реактора ВВЭР–1000. Эксперименты проведены в рамках проекта TACIS R2.02/02 [168]. В качестве переносимого теплоносителем скаляра при исследовании процессов перемешивания использовался раствор соли NaCl. Подробное описание стенда и выполненных на нем экспериментальных режимов представлены в отчетах [169–173].

Основой экспериментальной установки является изображенная на рисунке 5.1 металлическая модель реактора ВВЭР–1000 в масштабе 1:5. Модель реактора воспроизводит практически все геометрические особенности реактора 5–ого блока Нововоронежской АЭС, которые влияют на процессы перемешивания теплоносителя от входных патрубков до входа в активную зону: напорную камеру между корпусом и шахтой, опоры шахты, отверстия в эллиптическом днище шахты и блок опорных труб для 151 кассеты. Для прохода жидкости в эллиптическом днище шахты имеется 1004 отверстия диаметром 8 мм и 320 отверстий диаметром 18 мм.

Вместо ТВС и блока защитных труб реактора установлен имитирующий пучок из 91 трубки диаметром 14 мм, собранный с помощью трех дистанционирующих решеток для моделирования гидравлического сопротивления. В трубках установлены штанги с кондуктометрическими датчиками для измерения концентрации раствора соли на выходе из опорных труб после нижней плиты.

Блок опорных труб между днищем шахты и нижней опорной плитой представлен на рисунке 5.2. Вход теплоносителя в опорную трубу осуществляется через 12 щелевых отверстий размером 30х3 мм.

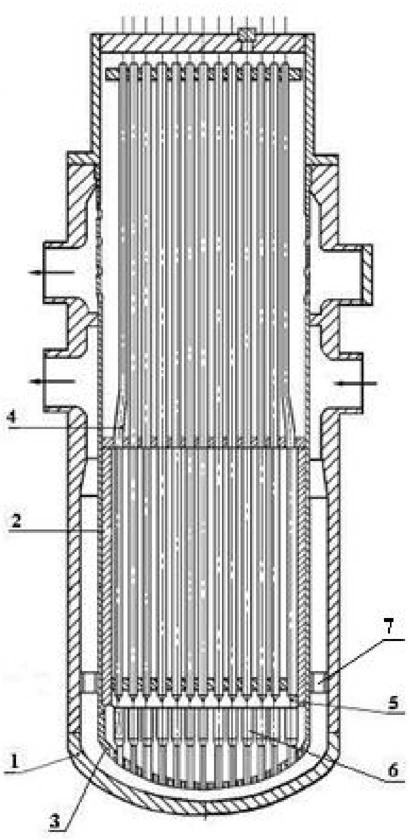


Рисунок 5.1 – Модель реактора

1 – корпус, 2 – шахта, 3 – эллиптическое днище шахты, 4 – имитирующий пучок, 5 – зонды с кондуктометрическими датчиками концентрации, 6 – блок опорных труб, 7 – опоры шахты

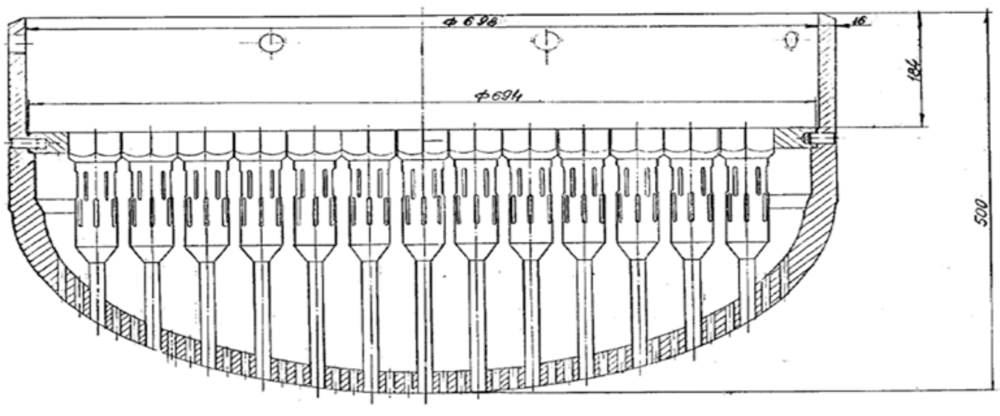


Рисунок 5.2 – Блок опорных труб.

Модель реактора присоединена к четырем циркуляционным петлям. На рисунке 5.3 схематично изображены две циркуляционные петли. Каждая петля оборудована циркуляционным насосом с частотно–регулируемым приводом электродвигателя, что обеспечивает заданный закон выхода расхода на режимные параметры, и электромагнитным расходомером. Для сохранения объемного соотношения теплоносителя на стенде и в реакторной установке используются расширительные баки. К одной из петель подключен компенсатор объема. Эксперименты проводились при атмосферном давлении и температуре окружающей среды.

Для инжекции раствора соли в различные участки контура используются вспомогательные системы, состоящие из бака с солевым раствором, насоса подачи солевого раствора из бака, быстродействующих клапанов (задвижек) и системы трубопроводов подвода к основным петлям.

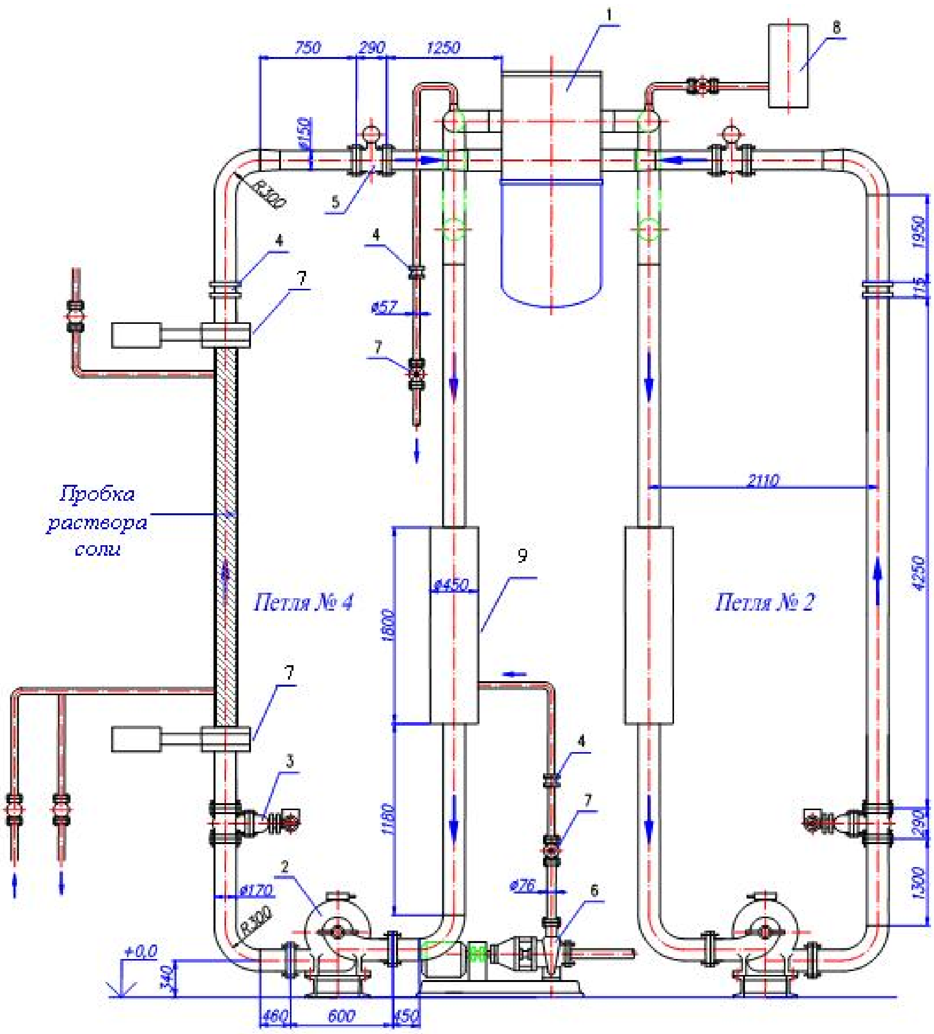


Рисунок 5.3 – Фронтальный вид экспериментальной установки

1 – модель реактора, 2 – циркуляционный насос, 3 – задвижка с электроприводом, 4 – расходомерная шайба, 5 – электромагнитный расходомер, 6 – насос подачи солевого раствора, 7 – быстродействующий клапан (задвижка), 8 – компенсатор объема, 9 – расширительный бак.

В ходе экспериментов с частотой 10 Гц регистрировались данные по:

- концентрации соли на выходе из 91 опорных труб (60% от общего количества);
- концентрации соли во входных и выходных патрубках петель;
- расходы теплоносителя в петлях.

Расположение кондуктометрических датчиков на выходе из опорных труб приведено на рисунке 5.4.

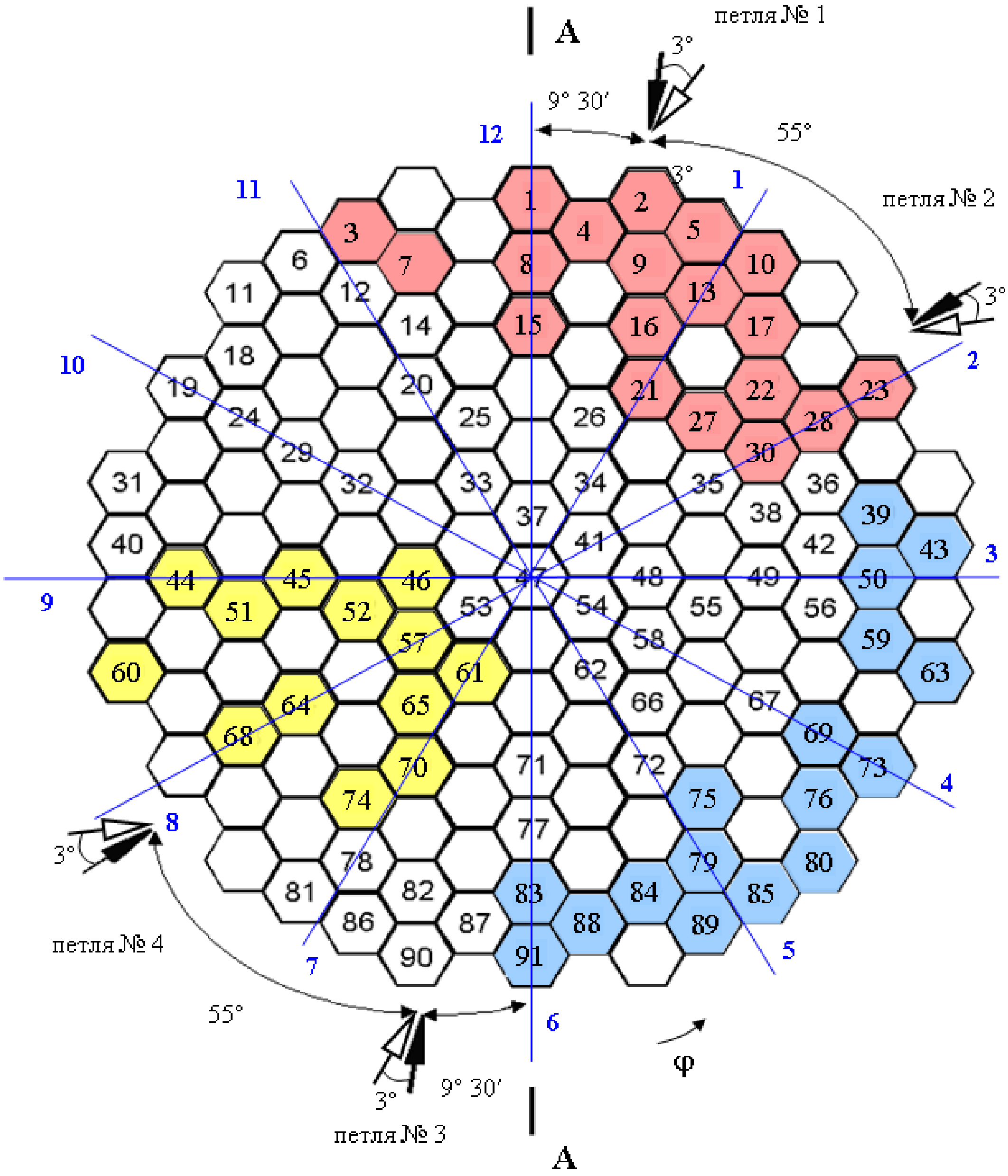


Рисунок 5.4 – Расположение кондуктометрических датчиков на выходе из опорных труб относительно петель (вид сверху)

Обработка и анализ экспериментальных данных по концентрации соли осуществлялись с использованием безразмерной относительной концентрации:

$\Theta = (C - C_0)/(C_1 - C_0)$,

где C – концентрация в точке измерения, C_0 – начальная концентрация в циркуляционном контуре, C_1 – концентрация в баке раствора соли.

На стенде было проведено две серии экспериментальных режимов.

Первая серия включала 5 режимов с проникновением в напорную камеру пробки солевого раствора при пуске одного ГЦН (2 режима) и при восстановлении ЕЦ (3 режима). Эти эксперименты моделировали ситуации с поступлением в активную зону РУ ВВЭР–1000 пробки чистого конденсата из гидрозатвора холодной нитки в случае возобновления циркуляции по одной петле. Восстановление ЕЦ осуществлялось пуском насоса с низкой производительностью. При реализации экспериментов этой серии в четвертую петлю вставлялись участки, изолированные дополнительными быстродействующими задвижками, в которых подготавливалась пробка с раствором соли (заштрихованная область на рисунке 5.3). Для верификации кода КОРСАР/CFD выбраны только два режима серии с пуском ГЦН, которые отличались объемом пробки (0.072 м^3 и 0.12 м^3). С точки зрения обоснования безопасности реакторной установки интерес представляет начальная стадия неравномерного проникновения конденсата в активную зону после пуска насоса. На основе опытных данных для анализа результатов верификации выделены четыре зоны расположения датчиков концентрации. Три зоны, в которые начинается проникновение соли, отмечены различными цветами на рисунке 5.4: желтым – зона 1, розовым – зона 2, голубым – зона 3. Остальные датчики отнесены к зоне 4.

Вторая серия из пяти экспериментов имитирует возмущения по одной из петель при работе разного количества ГЦН и при ЕЦ по всем петлям (этот режим также исключен из матрицы верификации). Возмущения задавались подачей в петлю концентрированного раствора из бака солевого раствора в течение 60 с с расходом 14 м^3/ч. При этом расходы по петлям составляли 172 м^3/ч. Особенностью этой серии экспериментов является поступление фронта воды с повышенной концентрацией в активную зону в виде ярко выраженных секторов. Исключение составляет режим с одним работающим насосом, в котором солевой раствор распространяется равномерно по сечению активной зоны. Он тоже не включен в матрицу верификации.

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных осуществляется по усредненным показаниям датчиков, расположенных в двенадцати секторах с углом разворота 30°. На рисунке 5.4 синими лучами отмечены границы расположения этих секторов, а синими цифрами – их нумерация. В каждый сектор включены все датчики, лежащие целиком либо частично между ограничивающими данный сектор лучами.

Каждый экспериментальный режим повторялся пять раз, то есть выполнялись пять идентичных опытов. Разброс в результатах измерений позволяет определить погрешность реализации сценариев экспериментов.

В таблице 5.1 приведена матрица верификации РК КОРСАР/CFD по экспериментальным данным на четырехпетлевом стенде ОКБ "ГИДРОПРЕСС".

Таблица 5.1 – Матрица верификации

Порядковый номер	Номер режима	Описание режима
1	1	Включение ГЦН петли 4. Остальные ГЦНы отключены. Объем солевой пробки 0.072 м^3.
2	2	Включение ГЦН петли 4. Остальные ГЦНы отключены. Объем солевой пробки 0.12 м^3.
3	6	Работают ГЦНы всех петель. Подача солевого раствора в петлю 4.
4	8	Работают ГЦНы петель 1, 2, 4. Отключен ГЦН петли 3. Подача солевого раствора в петлю 2.
5	9	Работают ГЦНы петель 1, 2. Отключены ГЦНы петель 3, 4. Подача солевого раствора в петлю 2.

5.1.2 Расчетная модель

Четыре входных патрубка и напорная камера реактора между корпусом и шахтой моделировались в трехмерной постановке с помощью CFD–модуля (см. рисунок 5.5). В модели учитываются опоры шахты. При моделировании экспериментов первой серии с пуском насоса ось x декартовой системы координат направлена из патрубка петли 4 в патрубок петли 2 (несимметричная сетка). В расчетах второй серии экспериментов ось x направлена симметрично между патрубками петель 1 и 2 (симметричная сетка). Ось z во всех расчетах имеет направление вверх вдоль оси модели реактора. Несимметричная и симметричная расчетные сетки содержат, соответственно, 6.7 и 8.5 миллиона одинаковых листовых ячеек. Декартовы ячейки имеют практически форму куба с длиной ребер около 3 мм. Фрагменты несимметричной расчетной сетки вблизи днища шахты приведены на рисунке 5.6. Из рисунка видно, что узкая часть области моделирования между корпусом и эллиптическим днищем шахты вдоль оси реактора включает в себя пять расчетных ячеек.

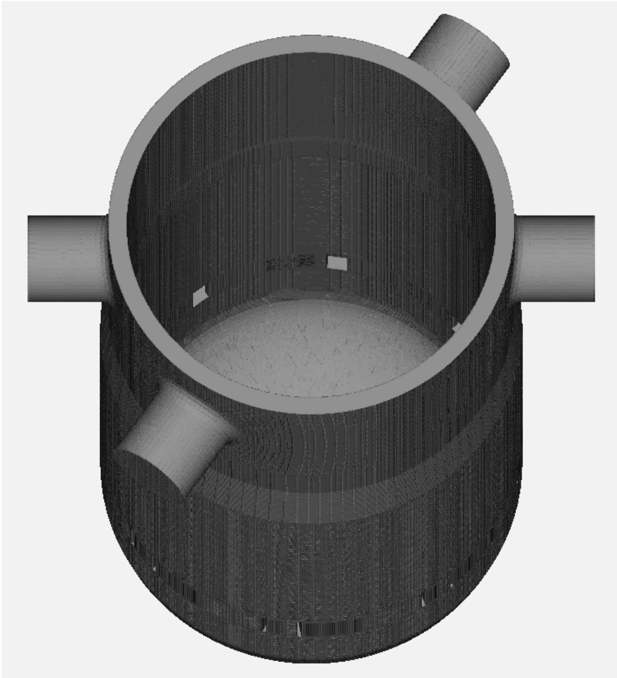
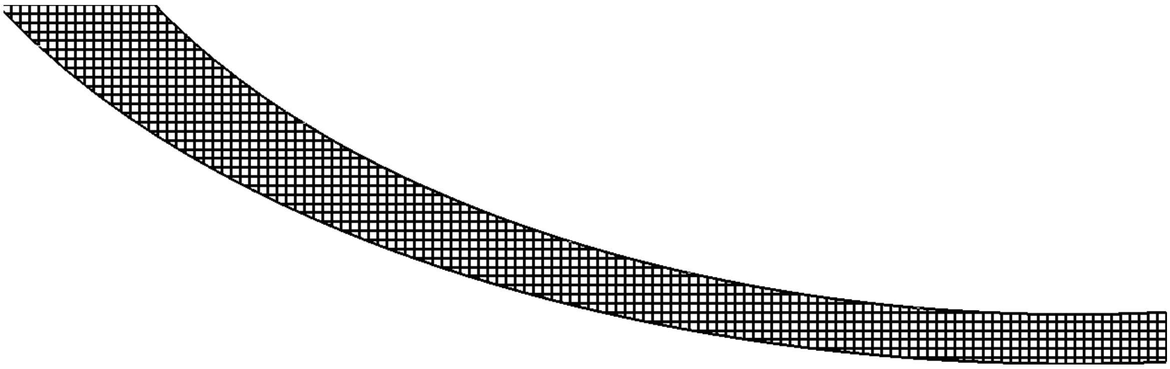


Рисунок 5.5 – Трехмерная область моделирования

а)



б)

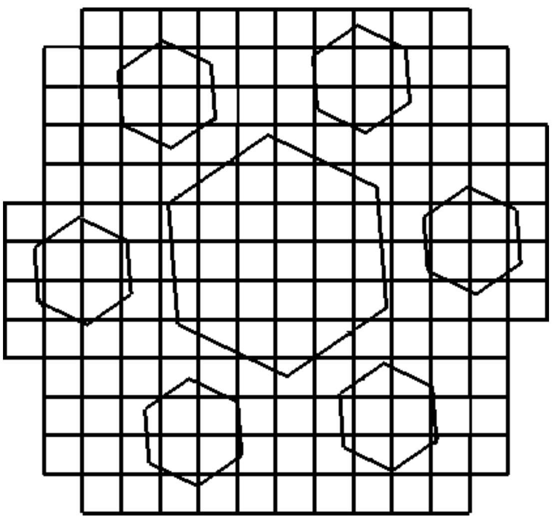


Рисунок 5.6 – Фрагменты расчетной сетки вблизи эллиптического днища шахты

а) сечение xz б) связка 3D и 1D областей

Отверстия в эллиптическом днище количеством более 1300 и область за шахтой до выхода из опорных труб представлялась элементами 1D модели РК КОРСАР/CFD *канал, коллектор* и *поперечное соединение*. Пространство за шахтой разбивалось на 151 шестигранных каналов, соответствующих опорным трубам и на 16 каналов, имитирующих периферийную часть нижней камеры без опорных труб. Периферийные каналы представлены четырьмя расчетными ячейками, шестигранные каналы разбиты на четыре, шесть и восемь расчетных ячеек. Количество расчетных ячеек увеличивается по мере приближения к центральной зоне. Ячейки каналов соединены между собой поперечными связями. Каналы, моделирующие отверстия в днище шахты, по входу связаны с элементом *CFD–модуль*, а на выходе объединены посредством 167 элементов *коллектор* для присоединения к соответствующим периферийным и шестигранным каналам. На выходе из опорных труб с помощью элемента *граничная ячейка* задавалось общее давление. Одномерная расчетная схема модели нижней камеры показана на рисунках 5.7 и 5.8.

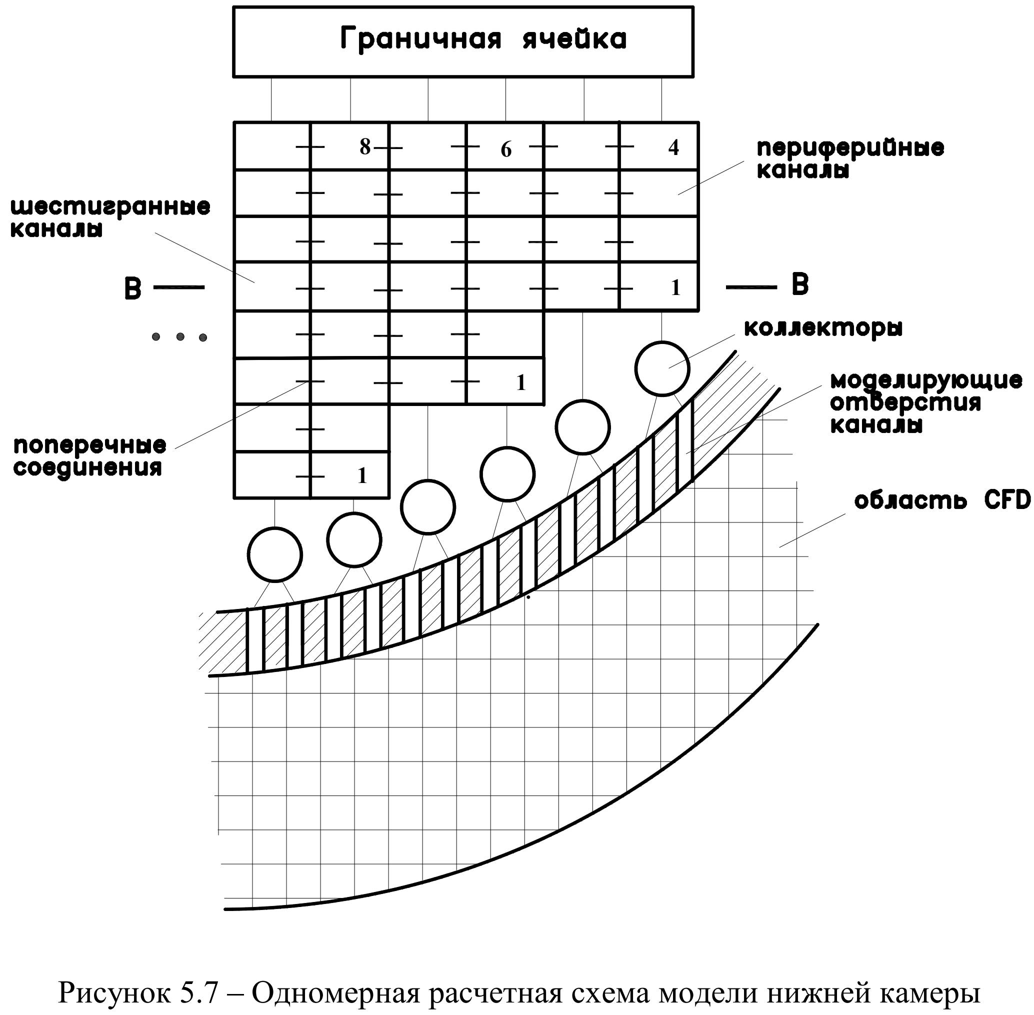


Рисунок 5.7 – Одномерная расчетная схема модели нижней камеры
(сечение А–А на рисунке 5.4)

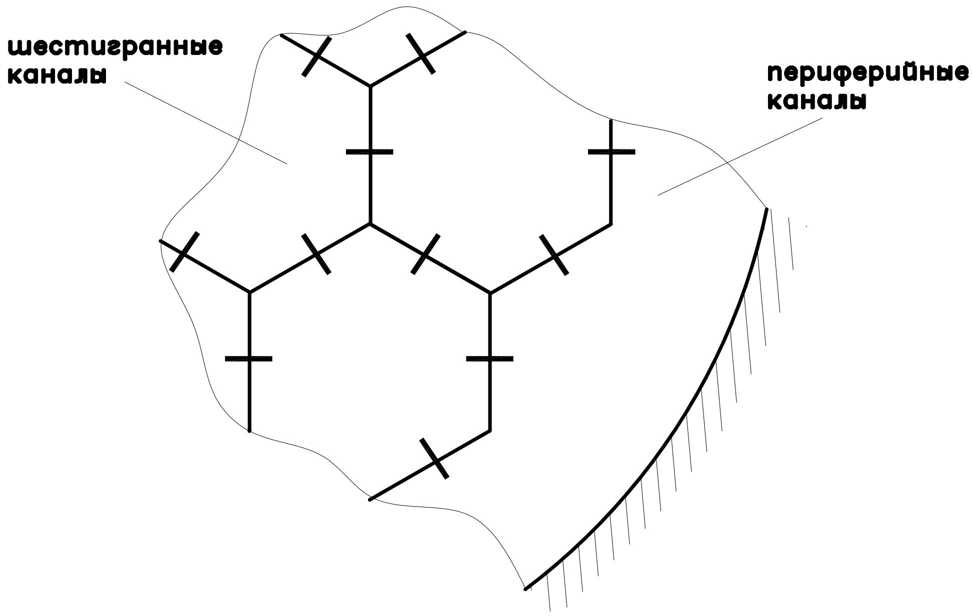


Рисунок 5.8 – Поперечные связи ячеек каналов нижней камеры
(сечение В–В на рисунке 5.7)

Использование одномерных элементов при нодализации нижней камеры реактора, затесненной металлическими конструкциями, эквивалентно применению модели пористого тела в этой области [174, 175].

Сечения 1324 отверстий нижней огибающей эллиптического днища шахты являются общими границами между 3D и 1D областями, через которые осуществляется связка 3D и 1D моделей. Следует отметить, что размер декартовых ячеек в 2.5 раза меньше диаметра малых отверстий и в 5.6 раза меньше диаметра больших отверстий. Поэтому сечение каждого отверстия диаметром 8 мм пересекает около четырех ячеек трехмерной области, а отверстия диаметром 18 мм – приблизительно 20 ячеек (см. рисунок 5.6).

Для оценки сеточной сходимости были проведены расчеты с измельчением симметричной и несимметричной сеток в 1.5 раза по координатным направлениям x и y (мелкая сетка).

Стыковки патрубков с фрагментами холодных ниток петель формируют четыре дополнительные границы между 3D и 1D областями моделирования. Фрагменты петель в 1D модели представлены короткими каналами длиной 0.035 м с одной расчетной ячейкой. Только холодная нитка работающей петли для первой серии экспериментов имитировалась длинным каналом протяженностью 8.5 м, разбитым равномерно на 240 расчетных ячеек. В начальный момент времени в этом канале задавалась пробка солевого раствора.

Динамика расходов по петлям для первой серии экспериментов и изменения по времени концентраций соли на входе в патрубки для второй серии задавались по опытным данным с помощью элементов расчетной схемы *источник массы*, подключенных ко входу в каналы фрагментов холодных ниток. Концентрация солевого раствора моделировалась повышением температуры теплоносителя: $\Theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$, где $T_0 = 293.15\,K$, $T_1 = 303.15\,K$.

Расчеты выполнялись в режиме параллельных вычислений с использованием 273 процессов (один процесс для 1D области моделирования, 272 процесса для 3D области). Шаг интегрирования по времени составлял $2 \cdot 10^{-3}$ с.

5.1.3 Результаты верификации

Первая серия экспериментов

Результаты верификации расчетного кода КОРСАР/CFD на основе данных первой серии экспериментов изложены в работах [176–178].

В качестве граничных условий при моделировании первой серии экспериментов задавались опытные данные по расходам теплоносителя, поступающего в напорную камеру из работающей петли 4 и уходящего из камеры в неработающие петли. На рисунке 5.9 показаны изменения во времени расходов через работающую петлю.

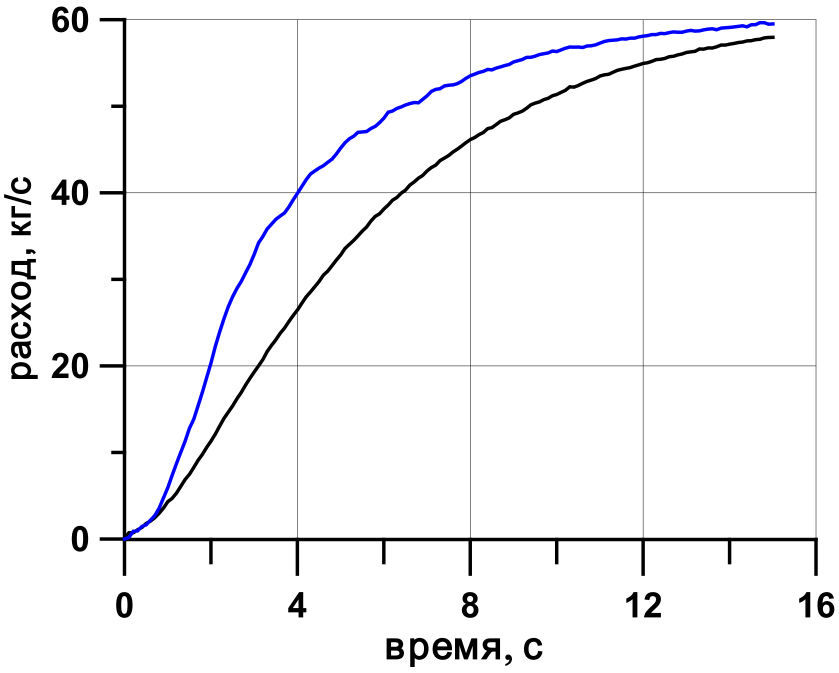


Рисунок 5.9 – Расход теплоносителя через рабочую петлю

– режим 1, – режим 2

Согласно экспериментальным данным перемешанная пробка солевого раствора начинает поступать в имитирующий активную зону пучок приблизительно на $9^{ой}$ с в режиме 1 и на $7^{ой}$ с в режиме 2. За 2 с наблюдается увеличение концентрации соли в трех зонах: под патрубком работающей петли 4 и в двух, симметрично расположенных на противоположной стороне под патрубками неработающих петель (между петлями 1, 2 и между петлями 2, 3). Рост концентрации в остальной области происходит с запаздыванием порядка 1 с.

Динамика изменения концентрации соли на входе в активную зону обусловлена сложными трехмерными гидравлическими процессами в напорной камере модели реактора. Качественно картина течения, полученная в расчетах по коду КОРСАР/CFD, выглядит следующим образом. Поступающий поток теплоносителя распространяется по обеим полуокружностям кольцевой камеры к противоположной стороне, постепенно приобретая вертикальную составляющую скорости, направленную к нижней камере. При этом под патрубком работающей петли образуется область стагнации потока. Соответственно, образуются два ярко выраженных языка распространения концентрации, которые являются причиной возникновения зон под неработающими петлями. Перед проникновением в нижнюю камеру через отверстия в эллиптическом днище шахты, эти два языка сливаются, дополнительно образуя третью зону повышенной концентрации под работающей петлей. Для примера, на рисунке 5.10 изображены поля скорости и относительной концентрации соли в момент времени 8 с по результатам расчета режима 1. Следует отметить, что данная картина течения подтверждается расчетами этого эксперимента по коммерческому коду ANSYS CFX [179, 180].

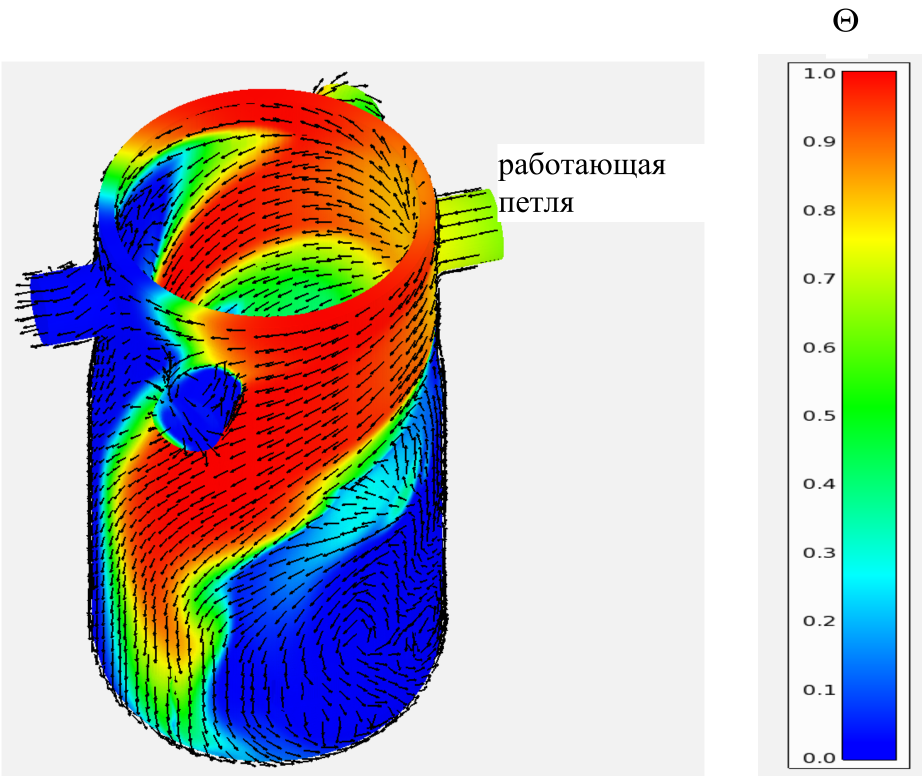


Рисунок 5.10 – Расчетные поля скорости и относительной концентрации соли при пуске одного насоса на модели ВВЭР–1000

Анализ и объяснение причины превалирующего растекания жидкости по окружности напорной камеры приведены в работе [181] и в разделе 5.4 данной главы.

Сопоставления расчетных и экспериментальных данных по динамике изменения концентрации соли в опорных трубах для выделенных зон и отдельных датчиков в них представлены на рисунках 5.11, 5.12 (режим 1) и на рисунках 5.13, 5.14 (режим 2).

При отображении результатов экспериментов на этих рисунках, как и на следующих рисунках для второй серии режимов, изображены две кривые: красная – максимальное значение регистрируемой концентрации и синяя – минимальное значение концентрации в каждый момент времени из пяти одинаковых опытов конкретного режима. Эти кривые определяют разброс экспериментальных данных (экспериментальную трубку). Черная линия иллюстрирует результаты расчета. Из рисунков видно хорошее согласование результатов расчетов и экспериментов.

На рисунке 5.15 приведены средние по всем датчикам отклонения расчетных значений относительной концентрации соли от экспериментальных трубок в каждый момент времени (отклонения для каждого датчика вычисляются по модулю). Отклонения для обоих режимов не превышают 0.04, что составляет около 7% от максимального значения относительной концентрации соли, регистрируемой по всем датчикам.

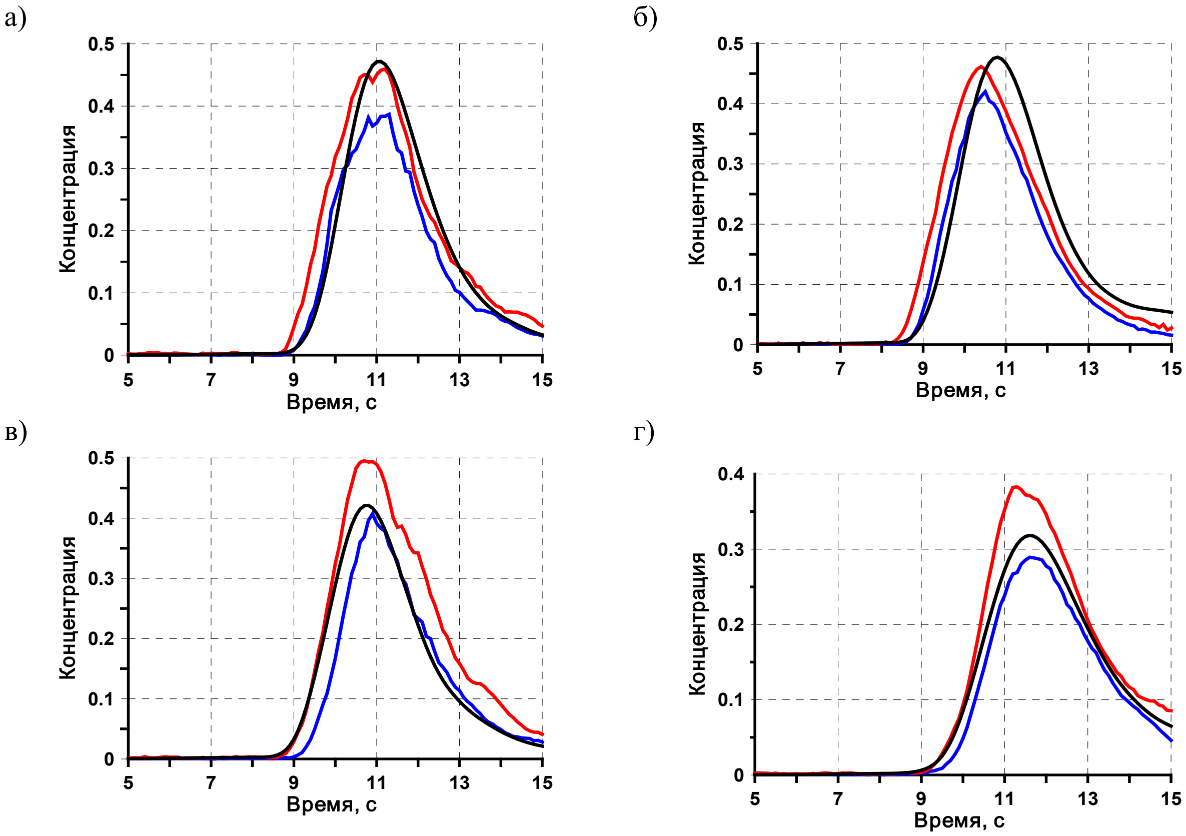


Рисунок 5.11 – Относительная концентрация соли на входе в опорные трубы для режима 1

а) зона 1 б) зона 2 в) зона 3 г) зона 4

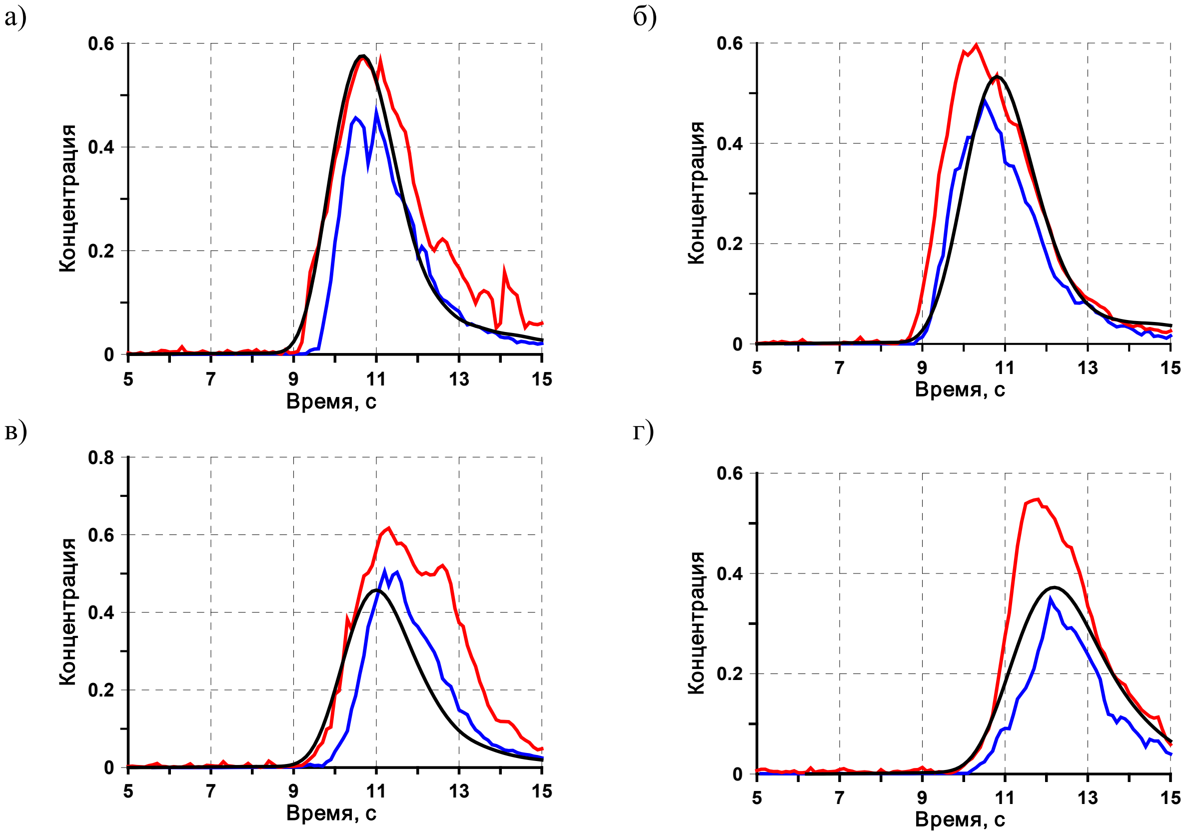


Рисунок 5.12 – Относительная концентрация соли на входе в опорные трубы для режима 1

а) датчик 68 б) датчик 13 в) датчик 75 г) датчик 58

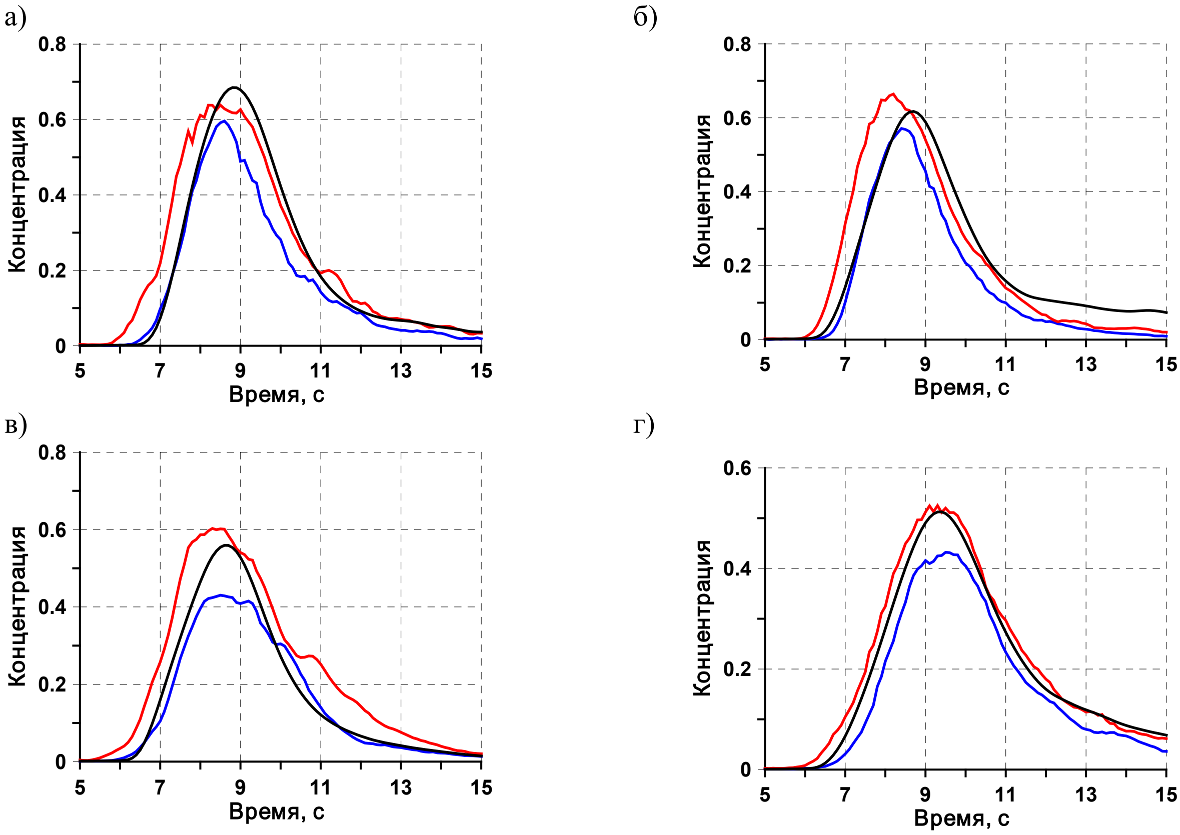


Рисунок 5.13 – Относительная концентрация соли на входе в опорные трубы для режима 2

а) зона 1 б) зона 2 в) зона 3 г) зона 4

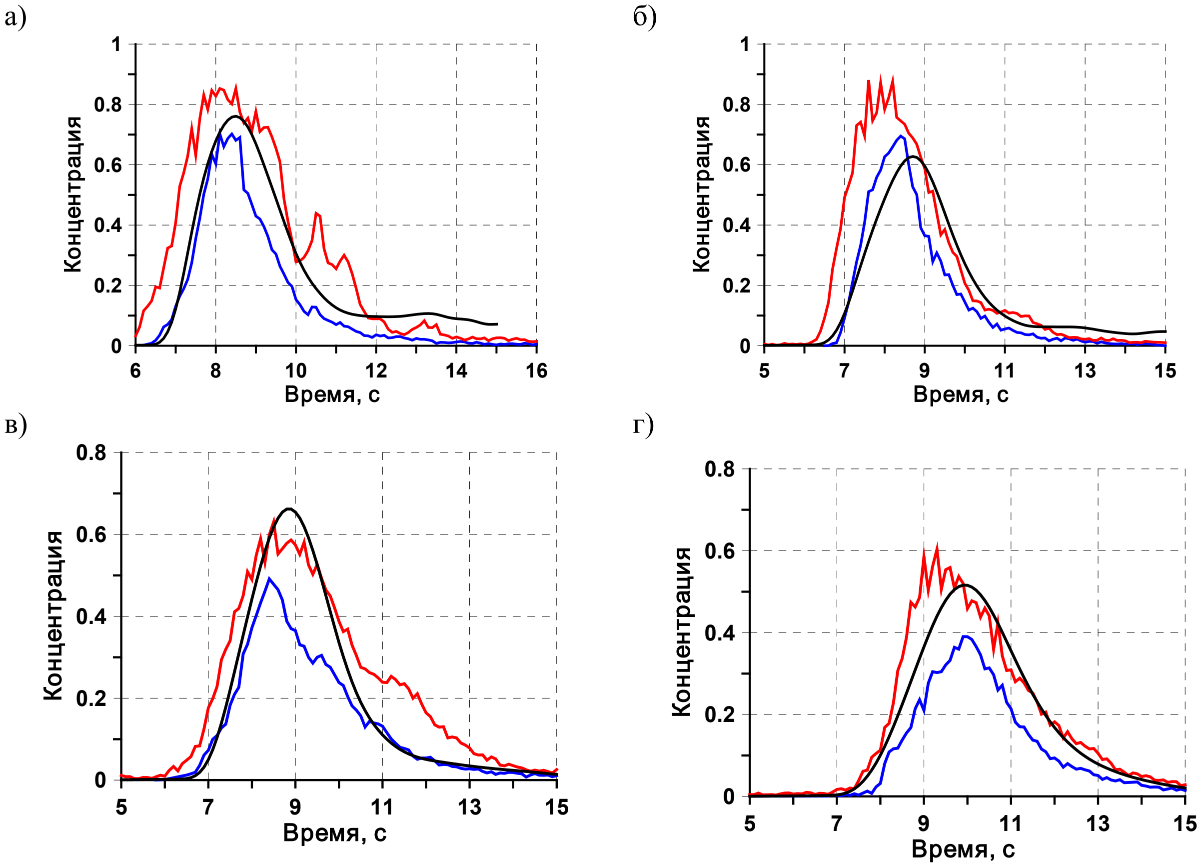


Рисунок 5.14 – Относительная концентрация соли на входе в опорные трубы для режима 2

а) датчик 68 б) датчик 13 в) датчик 75 г) датчик 58

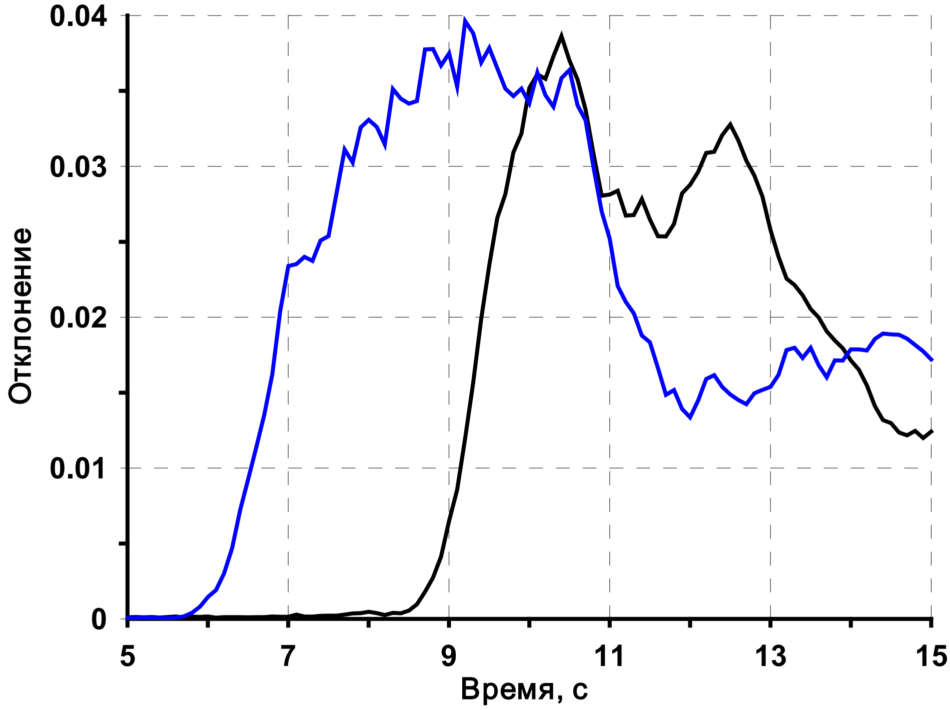


Рисунок 5.15 – Среднее по всем датчикам отклонение расчетных и экспериментальных данных по относительной концентрации соли

– режим 1, – режим 2

Вторая серия экспериментов

Результаты верификации расчетного кода КОРСАР/CFD на основе данных второй серии экспериментов изложены в работе [182].

Можно выделить три стадии поступления концентрации соли в активную зону (в опорные трубы) данной серии экспериментов. На первой стадии происходит рост и стабилизация концентрации в виде сектора вследствие достижения фронта из патрубка петли, в которую подается солевой раствор. На второй стадии наблюдается дальнейшее увеличение концентрации за счет ее прироста во входных патрубках после оборота теплоносителя по циркуляционным петлям. Третья стадия характеризуется снижением концентрации в секторе и ее выравниванием по всему сечению активной зоны при прекращении подачи солевого раствора из бака. Экспериментальные данные по изменению во времени относительной концентрации соли на входе в патрубки работающих петель для режимов показаны на рисунке 5.16.

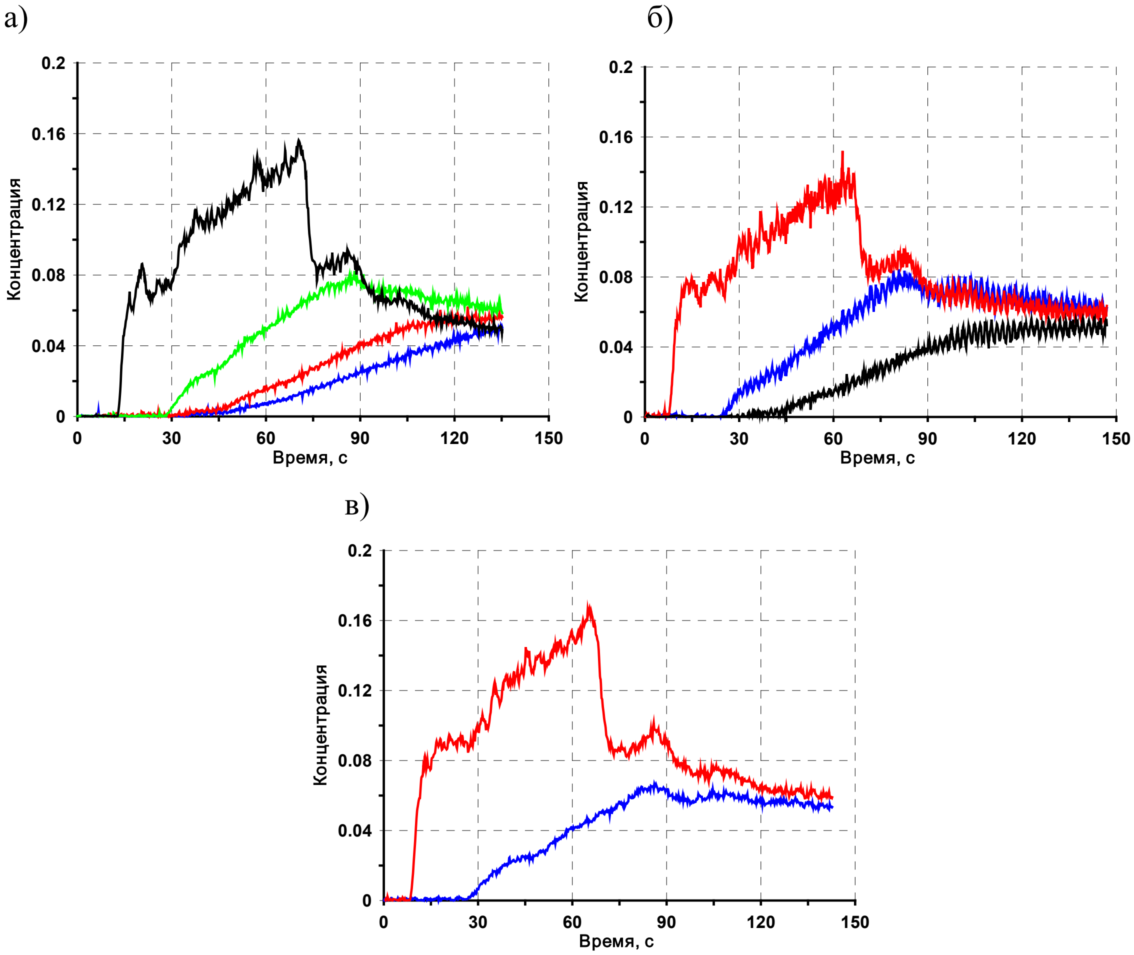


Рисунок 5.16 – Экспериментальные изменения относительной концентрации соли во входных патрубках петель

а) режим 6 б) режим 8 в) режим 9

– 1 петля, – 2 петля, – 3 петля, – 4 петля

Расположение секторов поступления концентрации соли в опорные трубы определяется картиной течения теплоносителя в кольцевой области камеры. Результаты расчетов по коду КОРСАР/CFD первой серии экспериментов показывают, что поступающий из патрубков поток теплоносителя движется в азимутальном направлении в обе стороны от патрубков. В продольном направлении камеры под патрубками образуется область стагнации потока. При работе четырех ГЦН в режиме 6 растекающиеся по окружности кольцевой области потоки сливаются между патрубками и образуется четыре симметричные и направленные вниз в активную зону потока жидкости (два между ближними патрубками и два между дальними патрубками). При работе трех ГЦН (режим 8) потоки жидкости устремляются к нижней камере в трех зонах. Две зоны расположены между работающими петлями, как и в случае с четырьмя включенными насосами. Отличие заключается в том, что поток между дальними петлями смещен по азимуту в сторону неработающей петли, поскольку часть жидкости покидает напорную камеру через неработающую петлю. Третья зона образуется около неработающей петли в секторе между дальними работающей и неработающей петлями. Когда работают два смежных насоса в режиме 9, формируются два симметричных потока теплоносителя в нижнюю камеру. Один, значительно более интенсивный, – между работающими патрубками, второй, менее интенсивный, – между противоположными патрубками. В работе [183] и в разделе 5.3 диссертации приведены поля скорости в напорной камере реактора ВВЭР–1000, подтверждающие позонное поступление теплоносителя в активную зону.

По результатам расчетов по коду КОРСАР/CFD во всех режимах серии наблюдается азимутальное смещение (поворот) секторов поступления концентрации соли по часовой стрелке на 20° – 50° относительно экспериментальных данных.

Дополнительно к базовым расчетам были проведены расчеты с наклоном осей всех четырех входных патрубков в напорную камеру на 3° в плоскости их расположения по часовой стрелке (рисунок 5.4), что существенно улучшило согласование опытных и расчетных данных. На рисунке 5.17 и в таблице 5.2 представлено сопоставление положения секторов в исследуемых режимах в конце первой стадии стабилизации распределения концентрации по опорным трубам. На рисунке показаны распределения средних значений относительной концентрации соли по угловому положению датчиков φ. Угловое положение датчиков отсчитывается от оси патрубка с возмущением по концентрации против часовой стрелки (рисунок 5.4). Погрешности в таблице приведены относительно угла разворота секторов в экспериментах. Можно констатировать, что погрешность по границам секторов при переходе от базовых расчетов к расчетам с поворотом патрубков в режиме 6 уменьшилась с 28% до 14%, в режиме 8 с 16% до 5%, а в режиме 9 с 18% до 4%.

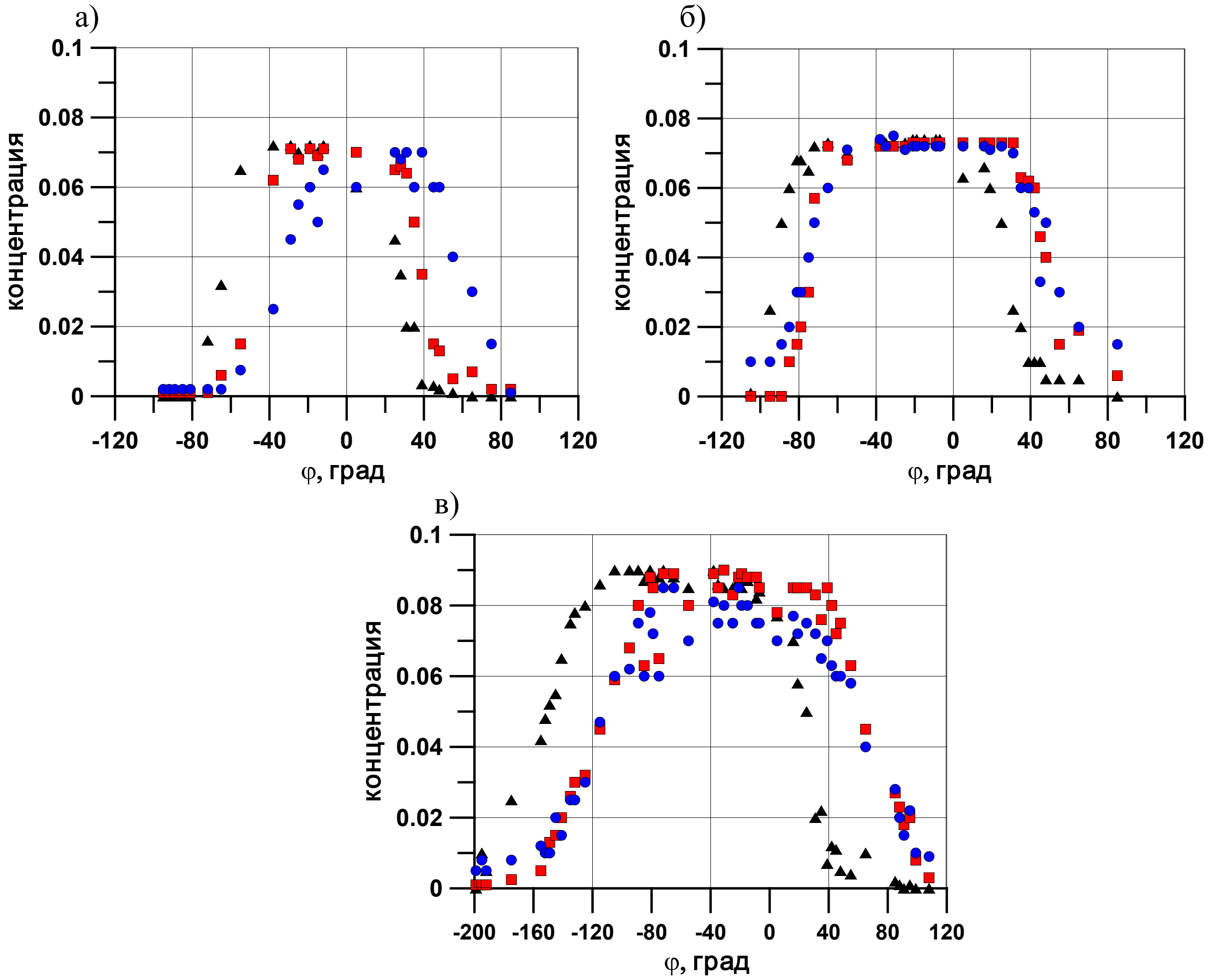


Рисунок 5.17 – Сектора проникновения концентрации соли в опорные трубы на первой стадии режимов

а) режим 6   б) режим 8   в) режим 9

● – эксперимент,   ▲ – базовый расчет,   ■ – расчет с наклоном патрубков

Следует отметить, что малый наклон патрубков на 3° вызвал значительные изменения в расчетном положении секторов проникновения концентрации: в режиме 6 – до 20°, в режиме 8 – до 30°, а в режиме 9 – до 50°. Данный эффект, вероятно, проявляется вследствие передавливания против часовой стрелки зон поступления теплоносителя в опорные трубы при столкновении азимутальных потоков из патрубков. Сохранившееся отличие расчетных и экспериментальных результатов в режиме 6, возможно, объясняется большим, чем на 3° наклоном патрубка петли 4.

В качестве примера на рисунках 5.18– 5.20 для каждого режима продемонстрированы изменения по времени концентрации соли на границах секторов проникновения в активную зону. Приведены экспериментальные и расчетные данные по осредненным значениям датчиков в выбранных для анализа секторах, отмеченных на рисунке 5.4, на краях секторов распространения концентрации и по отдельным датчикам в них. Расчетные кривые выделены черным (базовый) и зеленым (с наклоном патрубков) цветами. На рисунках отчетливо видна неустойчивость процесса перемешивания в режиме 9 на дальней от патрубка петли 2 границе сектора концентрации. Она проявляется на первых двух стадиях режима. При использовании мелкой симметричной сетки неустойчивость значительно уменьшается (оранжевые кривые на рисунке 5.20).

Таблица 5.2 – Положение секторов поступления концентрации соли в опорные трубы на первой стадии

Режим		Эксперимент, град	Расчет базовый		Расчет с наклоном патрубков	
			Значение, град	Погрешность, %	Значение, град	Погрешность, %
6	Начало сектора	-60	-80	-14	-70	-7
	Конец размывания	-10	-50	-28	-30	-14
	Начало размывания	40	0	-28	20	-14
	Конец сектора	80	40	-28	60	-14
	Общий угол разворота	140	120	-14	130	14
8	Начало сектора	-90	-100	-5	-90	0
	Конец размывания	-60	-70	-5	-70	-5
	Начало размывания	30	20	-5	30	0
	Конец сектора	90	60	-16	90	0
	Общий угол разворота	180	160	-11	180	0
9	Начало сектора	-170	-200	-11	-170	0
	Конец размывания	-80	-120	-14	-90	0
	Начало размывания	40	0	-14	40	-4
	Конец сектора	110	60	-18	110	0
	Общий угол разворота	280	260	-7	280	0

На рисунке 5.21 для режимов приведены средние по всем датчикам абсолютные (по модулю) отклонения расчетных значений относительной концентрации соли от экспериментальных трубок в каждый момент времени. Как следует из рисунка, отклонения от экспериментальных трубок уменьшились в расчетах с наклонными патрубками по сравнению с базовыми расчетами в два раза. Максимальные отклонения в конце второй стадии режимов на $70^{\text{ой}}$ с в расчетах с наклоном патрубков составляют примерно 0.0075 для режимов 6, 9 и 0.005 для режима 8. Эти отклонения соответствуют 4.7% и 3.1% от пикового значения концентрации в экспериментах (порядка 0.16).

В качестве примера слабого влияния выбора модели турбулентности на рисунке 5.21в показаны отклонения результатов расчетов с наклоном патрубков по k–ωSST модели от экспериментальных данных.

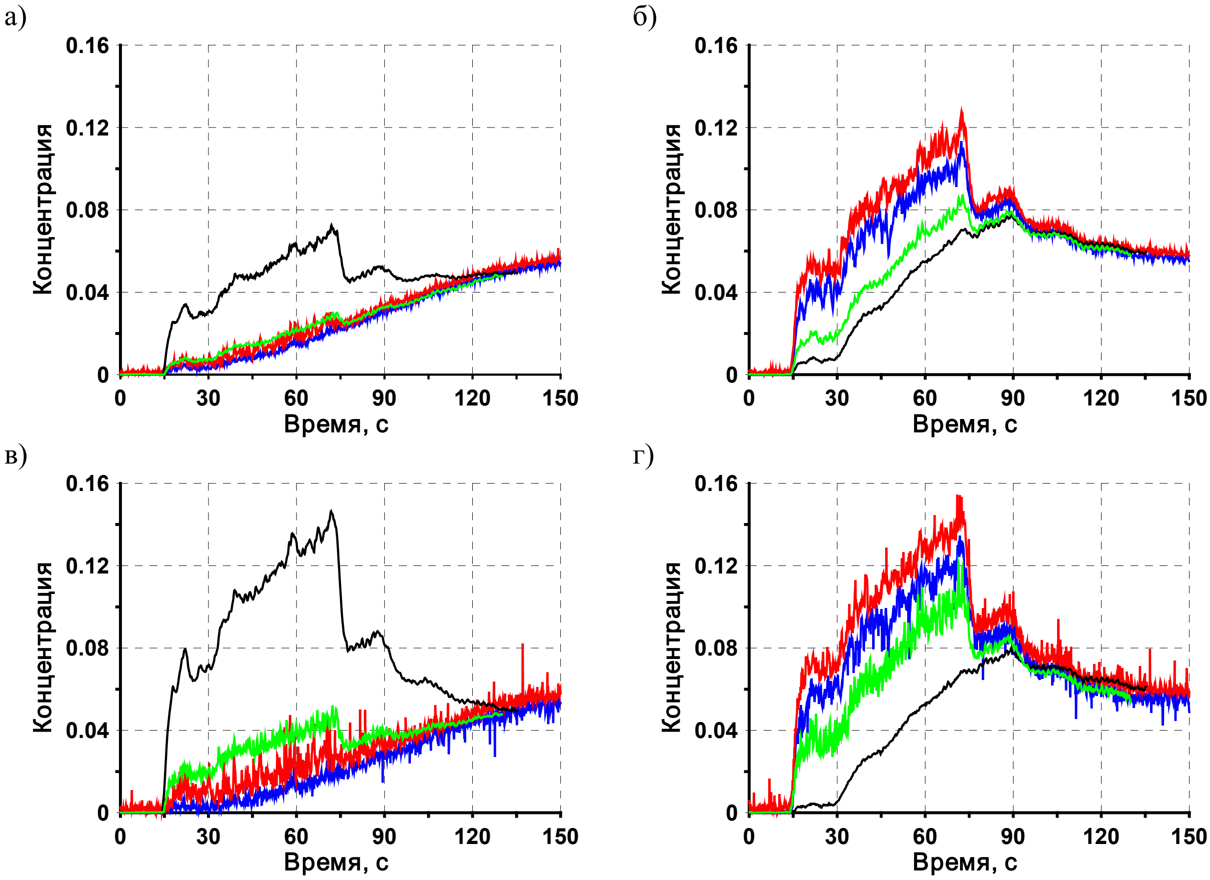


Рисунок 5.18 – Относительная концентрация соли в режиме 6
а) сектор 11 б) сектор 7 в) датчик 19 г) датчик 86

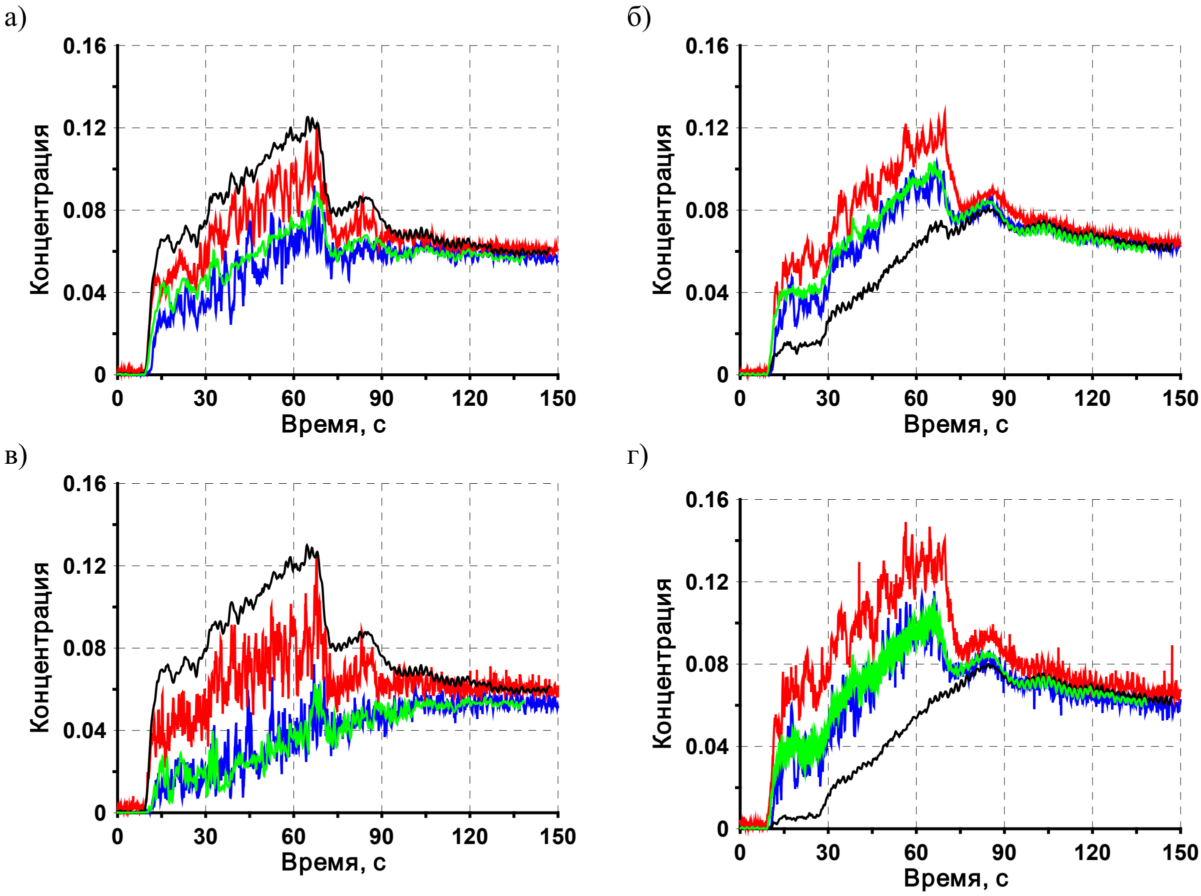


Рисунок 5.19 – Относительная концентрация соли в режиме 8
а) сектор 5 б) сектор 1 в) датчик 85 г) датчик 2

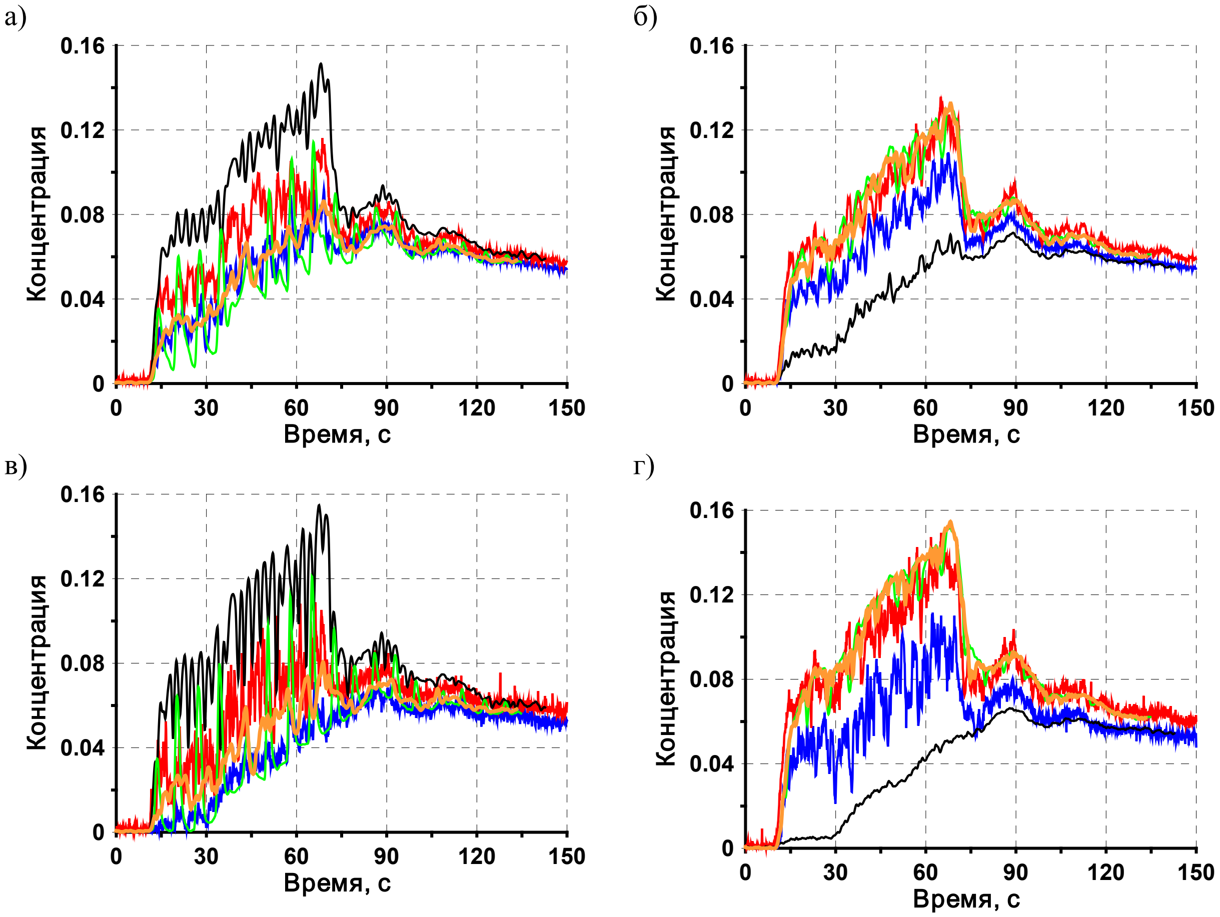


Рисунок 5.20 – Относительная концентрация соли в режиме 9

а) сектор 7 б) сектор 1 в) датчик 86 г) датчик 2

Для оценки влияния сетки были проведены сопоставления результатов расчетов режимов 8 и 9 (в варианте с наклоном патрубков), проведенных на четырех сетках: исходной несимметричной, мелкой несимметричной, исходной симметричной и мелкой симметричной. Наибольшие отличия были получены при расчете режима 9. На рисунке 5.22 показаны расчетные кривые изменения концентрации соли на входе в опорные трубы с датчиками 88 и 2 для различных сеток. Видно, что при использовании несимметричной исходной сетки значительно усиливается закрутка потока в кольцевой области против часовой стрелки относительно данных на симметричной сетке. Однако этот эффект существенно уменьшается при измельчении сетки. Расчетные данные по изменению концентрации, полученные на исходной и мелкой симметричных сетках, достаточно хорошо согласуются. Причем, как упоминалось ранее, при измельчении сетки практически исчезает численная неустойчивость процесса перемешивания на границе сектора распространения концентрации. В целом, из анализа рисунка 5.22 можно констатировать наличие сеточной сходимости результатов расчетов.

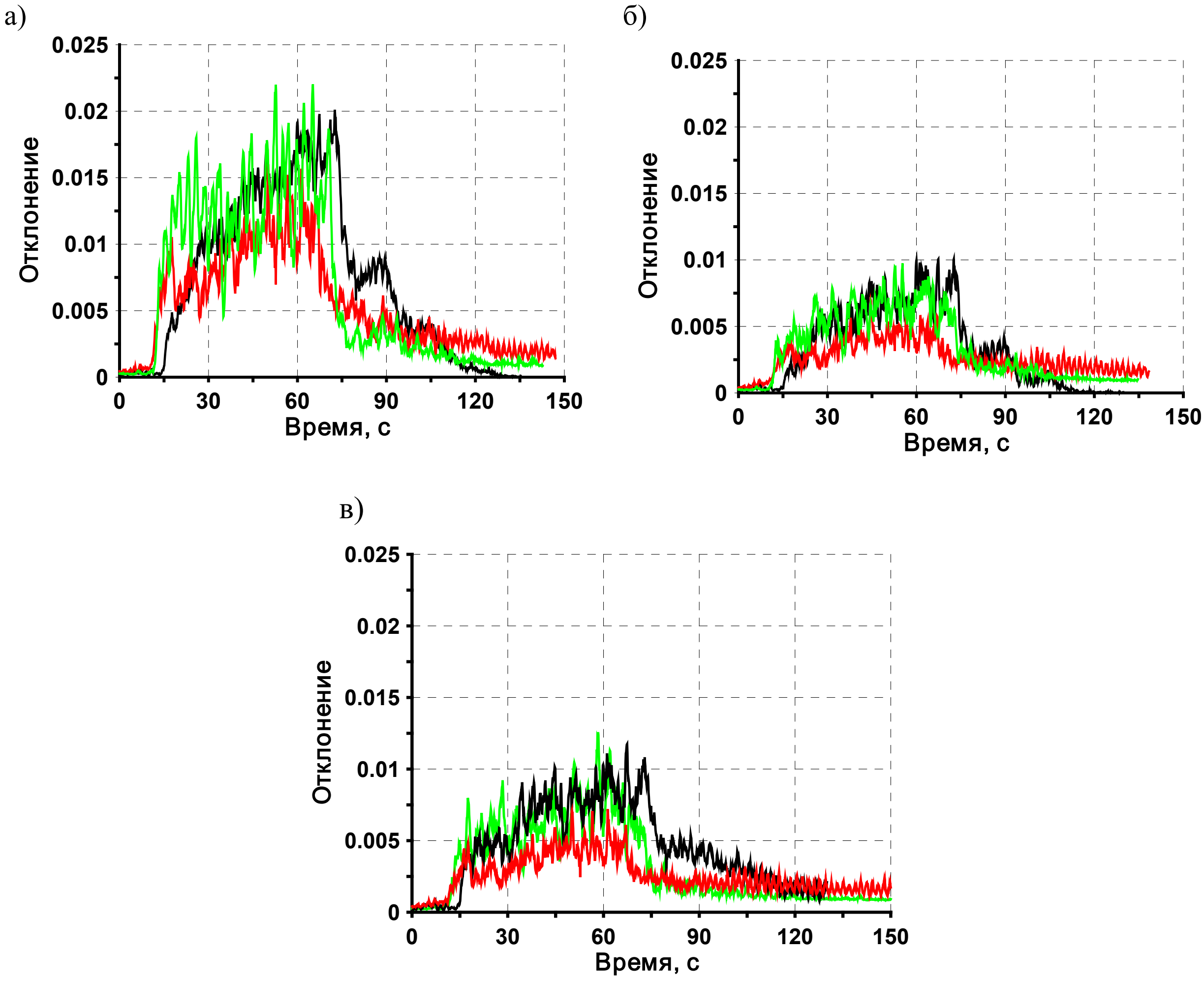


Рисунок 5.21 – Отклонения расчетных данных от экспериментальных

а) расчет базовый б) расчет с наклоном патрубков
в) расчет с наклоном патрубков (k–ωSST)
– режим 6, – режим 8, – режим 9

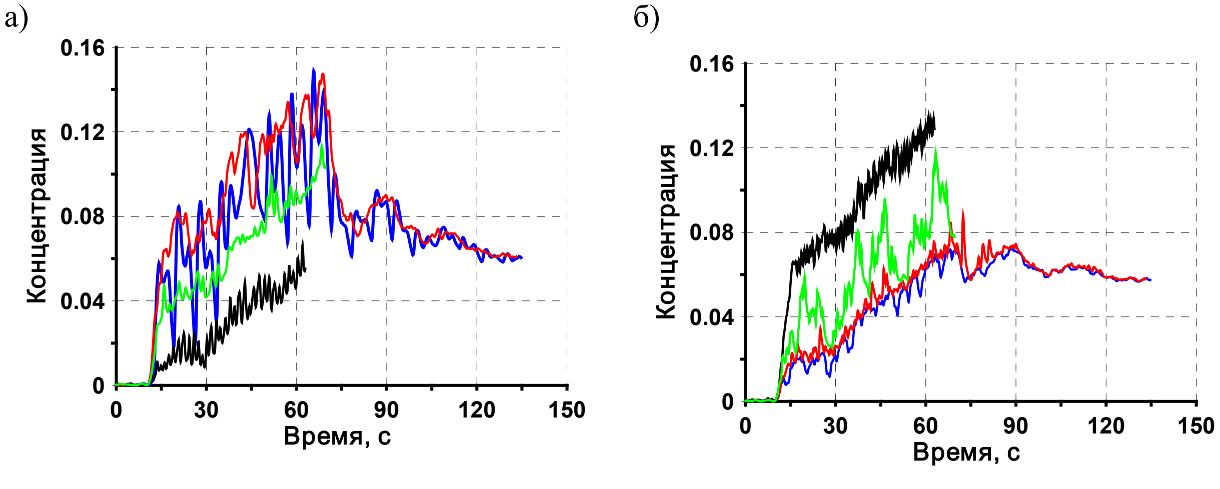


Рисунок 5.22 – Влияние сетки на результаты расчета режима 9 с наклоном патрубков

а) датчик 88 б) датчик 2
– исходная несимметричная сетка, – мелкая несимметричная сетка,
– исходная симметричная сетка, – мелкая симметричная сетка

5.2 Эксперимент с отсечением парогенератора на шестом блоке АЭС Козлодуй

5.2.1 Описание эксперимента

В рамках пуско–наладочных работ на шестом блоке АЭС Козлодуй в 1991 г. была проведена серия экспериментов по изучению процессов перемешивания теплоносителя в напорной камере реактора ВВЭР–1000 при несимметричном функционировании петель теплообмена. Один из экспериментов с отсечением по пару и питательной воде одного парогенератора был выбран в качестве международной стандартной задачи V1000CT–2 для верификации расчетных кодов, используемых при обосновании безопасности РУ с ВВЭР [184].

При проведении эксперимента регистрировались следующие параметры:

- температуры в холодных нитках;
- температуры в горячих нитках;
- температуры на выходе из 95 ТВС (58.3% от общего количества);
- расходы по петлям;
- давления в первом контуре и в ПГ$^{\underline{ax}}$.

На рисунке 5.23 показано расположение ТВС относительно входных патрубков и отмечены ТВС с измерением температуры. Из рисунка видно, что картограмма ТВС расположена асимметрично относительно патрубков, повернута на 7° против часовой стрелки.

В исходном состоянии перед проведением эксперимента мощность реактора была установлена на уровне 9.4% номинальной. Работали все четыре петли. Концентрация борной кислоты в теплоносителе составляла 7.2 г/кг, при которой практически отсутствовал температурный эффект реактивности. Регуляторы мощности отключены. Давления в ПГ$^{\underline{ax}}$ составляли 5.1 МПа.

С помощью расчетов по коду, моделирующему пространственную кинетику реакторов, БИПР7–А были получены данные по энерговыделению и относительному подогреву теплоносителя ΔT_j в каждой ТВС $(j = 1,163)$. Температуры на входе в ТВС активной зоны определялись по соотношению:

$$T_{вх,j} = T_{вых,j} - \Delta T_j \Delta T_{av}, \tag{5.1}$$

где $T_{вых,j}$ – измеренная температура на выходе из ТВС с номером j, ΔT_{av} – средний подогрев теплоносителя в активной зоне:

$$\Delta T_{av} = \sum_{k=1}^{4} G_k \left(T_{г,k} - T_{x,k}\right) \Big/ \sum_{k=1}^{4} G_k \,. \tag{5.2}$$

В (5.2) k – номер петли, G_k – расходы по петлям, $T_{г,k}$, $T_{x,k}$ – температуры в горячих и холодных нитках петель, соответственно.

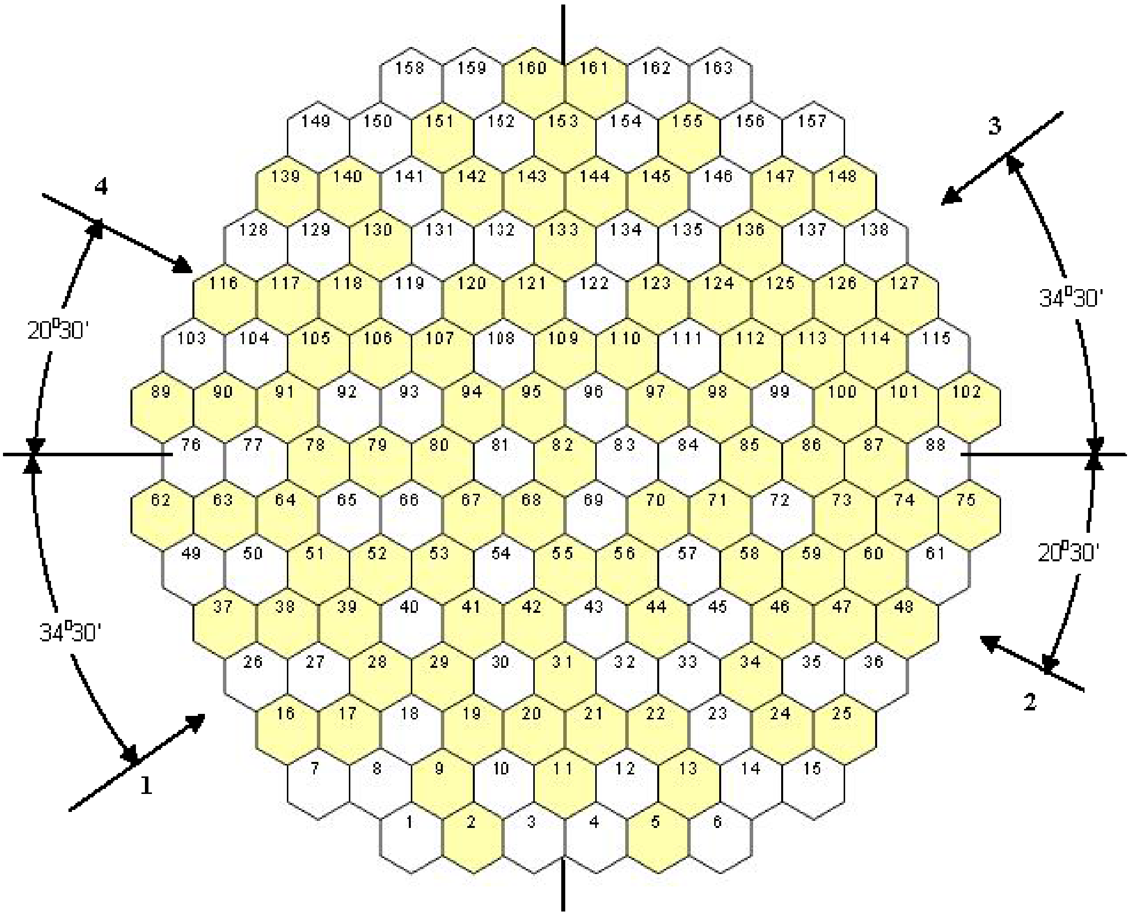


Рисунок 5.23 – Расположение ТВС относительно входных патрубков

– ТВС с измерением температуры
1, 2, 3, 4 – номера петель

Затем было произведено закрытие быстродействующего запорно–отсечного клапана (БЗОК) и прекращена подача питательной воды ПГ1. Давление в этом парогенераторе поднялось до значения 6.5 МПа, что вызвало повышение температуры теплоносителя в холодной нитке первой петли на 13.6 К. В остальных петлях температура в холодных нитках изменилась незначительно. В результате на входе в активную зону образовался сектор с повышенной температурой теплоносителя. Время стабилизации переходного процесса составило порядка 1000 с. Поскольку положение регулирующих стержней в переходном процессе было зафиксировано, а температурный эффект реактивности близок к нулю, изменением мощности реактора и распределения энерговыделения по ТВС можно пренебречь. Поэтому покассетные значения входной температуры в конечном состоянии РУ определялись по соотношению (5.1) с полученными в исходном состоянии величинами ΔT_j.

5.2.2 Расчетная модель

Трехмерная область моделирования включает в себя четыре входных патрубка и напорную камеру реактора между корпусом и шахтой (см. рисунок 5.24). В модели учитываются образцы–свидетели и опоры шахты. Расчетная сетка содержит более 9 миллионов одинаковых декартовых ячеек. Ось x декартовой системы координат направлена перпендикулярно оси реактора вдоль линии симметрии между ближними патрубками, ось y – вдоль линии симметрии между дальними патрубками, ось z – вверх вдоль оси реактора. Размеры ячеек составляют 0.0149 м x 0.0166 м x 0.0162 м.

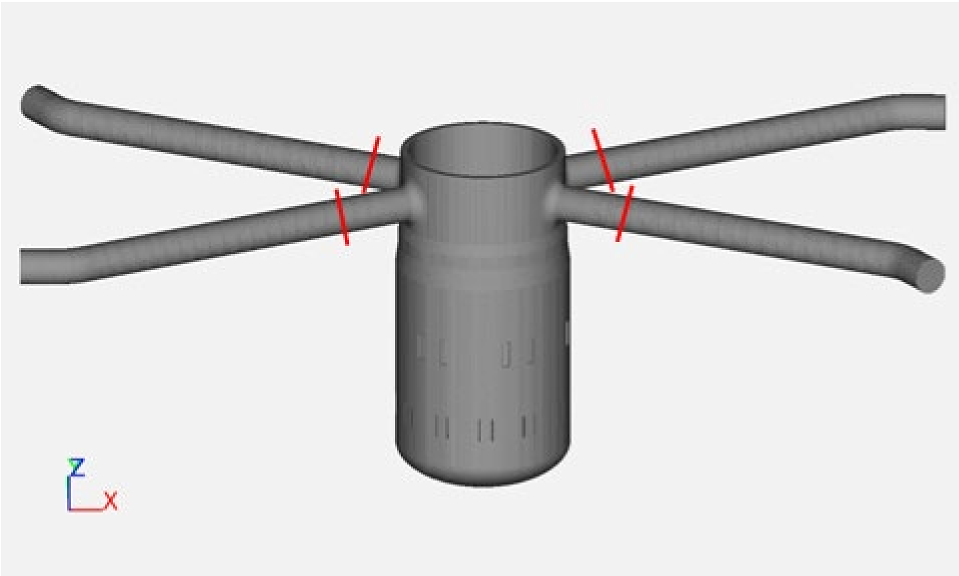
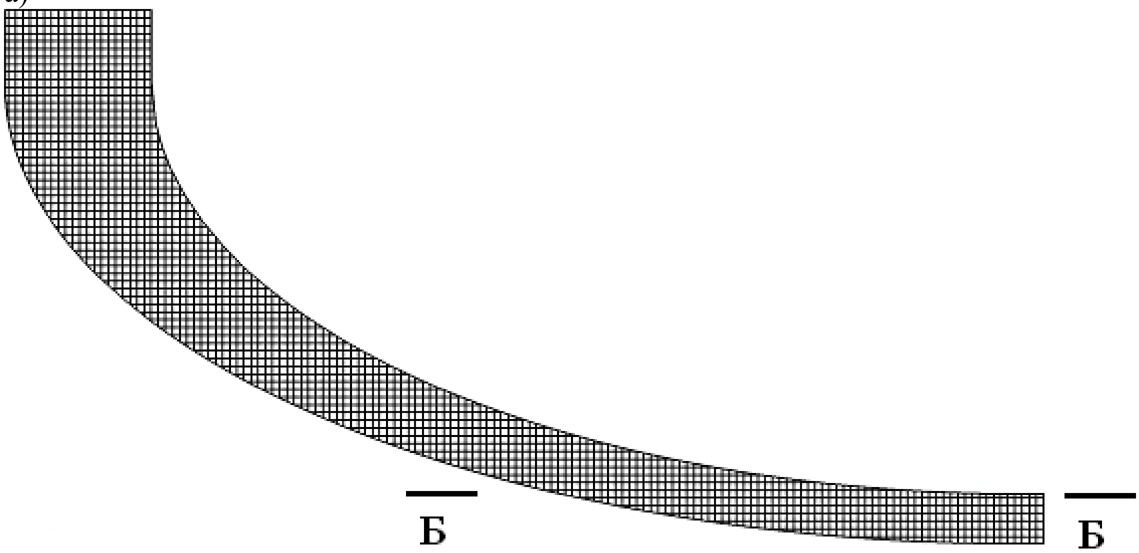


Рисунок 5.24 – Расширенная трехмерная область моделирования

– границы исходной области

Фрагменты расчетной сетки вблизи днища шахты приведены на рисунке 5.25. На рисунке 5.25б окружности представляют проекции 978 отверстий диаметром 0.04 м для прохода теплоносителя, расположенные в эллиптическом днище шахты. Отверстия моделируются одномерными элементами *канал* (обозначение ch) с одной ячейкой. Сечения отверстий нижней огибающей эллиптического днища шахты являются общими границами между 3D и 1D областями, через которые осуществляется связка 3D и 1D моделей. Из рисунка 5.25 видно, что узкая часть области моделирования между корпусом и эллиптическим днищем шахты вдоль оси реактора включает семь расчетных ячеек, а сечение каждого отверстия пересекает более трех ячеек трехмерной области.

а)



б)

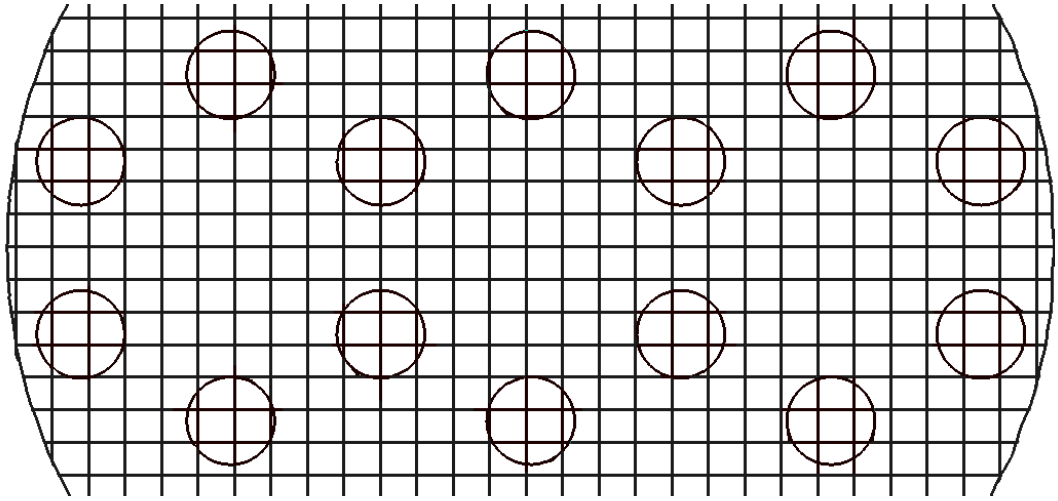


Рисунок 5.25 – Фрагменты расчетной сетки вблизи эллиптического днища шахты

а) Сечение xz , б) Сечение Б–Б

Стыковка 3D и 1D областей схематично изображена на рисунке 5.26. Группы из шести отверстий посредством 1D элементов расчетной схемы кода КОРСАР/CFD *коллектор* (обозначены col) объединены с соответствующими 163 шестигранными каналами, моделирующими ТВС активной зоны. Обогреваемая часть активной зоны представлена двадцатью ячейками по ее высоте. Следует отметить, что шестигранные каналы дополнительно моделируют блок опорных труб до входа в активную зону, а также пространство в сборной камере с блоком защитных труб вплоть до крышки реактора. Ячейки этих каналов связаны поперечными связями (за исключением активной зоны), то есть описание теплогидравлических процессов в нижней камере реактора за шахтой и сборной камере осуществляется в квазитрехмерном поканальном гидравлическом приближении с использованием одномерных элементов расчетной схемы. Одномерная расчетная модель шестигранных каналов заимствована из файла входных данных РУ с ВВЭР–1000, разработанного для кода КОРСАР/ГП специалистами ОКБ "ГИДРОПРЕСС".

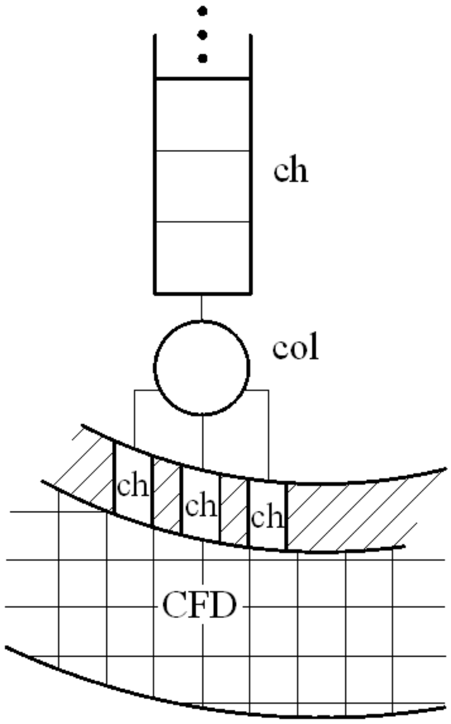


Рисунок 5.26 – Схема стыковки 3D и 1D областей моделирования на входе в отверстия в эллиптическом днище

Задача решалась в граничной постановке. На выходе каналов ТВС использовалось граничное условие по давлению. На входе в патрубки задавались расходы и температуры теплоносителя по петлям. Граничные значения параметров к задаче представлены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 – Граничные условия задачи

Параметр	Значение
Давление над активной зоной, МПа	15.55
Расход теплоносителя через петлю 1, кг/с	4566
Расход теплоносителя через петлю 2, кг/с	4676
Расход теплоносителя через петлю 3, кг/с	4669
Расход теплоносителя через петлю 4, кг/с	4819
Температура в холодной нитке петли 1, К	555.35
Температура в холодной нитке петли 2, К	543.05
Температура в холодной нитке петли 3, К	542.15
Температура в холодной нитке петли 4, К	542.35

Дополнительно использовалась расчетная модель с расширенной трехмерной областью для CFD–модуля, в которую включены холодные нитки петель от выхода из циркуляционных насосов до патрубков. Область изображена на рисунке 5.24. Принципиальным моментом в расширенной постановке задачи является наличие поворота трубопроводов холодных ниток на 30° против часовой стрелки относительно оси z [185], который формирует асимметрию профиля продольной скорости потока. Величина скорости у внешней стенки превышает величину скорости у внутренней стенки. Асимметрия профиля сохраняется на расстоянии более десяти диаметров трубы от выхода из поворота (см., например, раздел 3.7) и вызывает отклонение против часовой стрелки четырех зон поступления теплоносителя через напорную камеру в активную зону (аналогично наклону патрубков на четырехпетлевом стенде).

Проведено два расчета эксперимента с исходной расчетной моделью (расчет 1) и с расширенной расчетной моделью (расчет 2) в режиме параллельных вычислений. Использовались 289 процессов (один процесс для 1D области моделирования и 288 процессов для 3D области).

Сопоставлялись полученные по коду КОРСАР/CFD температуры теплоносителя на входе в ТВС в конечном состоянии РУ после стабилизации переходного процесса с экспериментальными данными, определенными по соотношению (5.1).

5.2.3 Сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными

На рисунке 5.27 приведена картограмма экспериментальных значений температуры теплоносителя на входе в ТВС в конечном состоянии реакторной установки. На картограмме отчетливо виден сектор с повышенной температурой. Сектор имеет угол раскрытия около 90° и расположен между петлями 1 и 2.

Расчетные распределения температуры на входе в ТВС, полученные при трехмерном моделировании в исходной и расширенной областях, показаны на рисунке 5.28. На рисунке 5.29 представлены отклонения расчетных данных от экспериментальных. Как следует из рисунков 5.28, 5.29 в расчете 2 сектор горячего теплоносителя повернут относительно сектора, полученного в расчете 1, что улучшает согласование с экспериментальными данными.

В таблице 5.4 приведены отклонения результатов расчетов по коду КОРСАР/CFD от экспериментальных данных вблизи границ сектора с повышенной температурой теплоносителя. Показаны отклонения, как по отдельным датчикам, так и осредненные по всем датчикам на границах сектора. Из таблицы видно, что при расширении трехмерной области моделирования величина осредненных отклонений как на левой, так и на правой границах сектора уменьшилась в три раза, с 30% до 10%, относительно максимального перепада температуры теплоносителя в холодных нитках 13.2К. Дополнительно в таблице представлены отклонения для расчета 2 с дифференциальной моделью турбулентности k–ωSST (под дробной чертой). Можно отметить незначительные отличия в результатах при использовании алгебраической и дифференциальной моделей турбулентности.

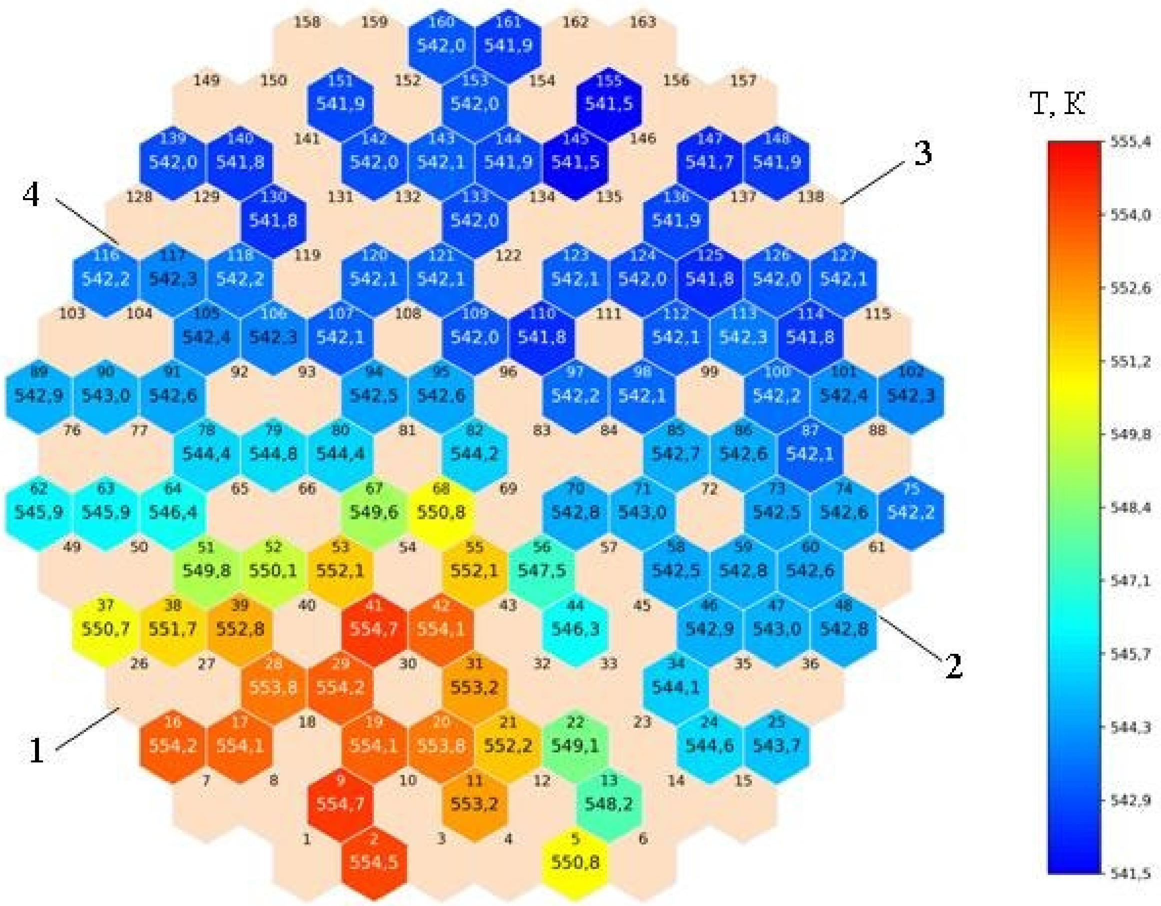
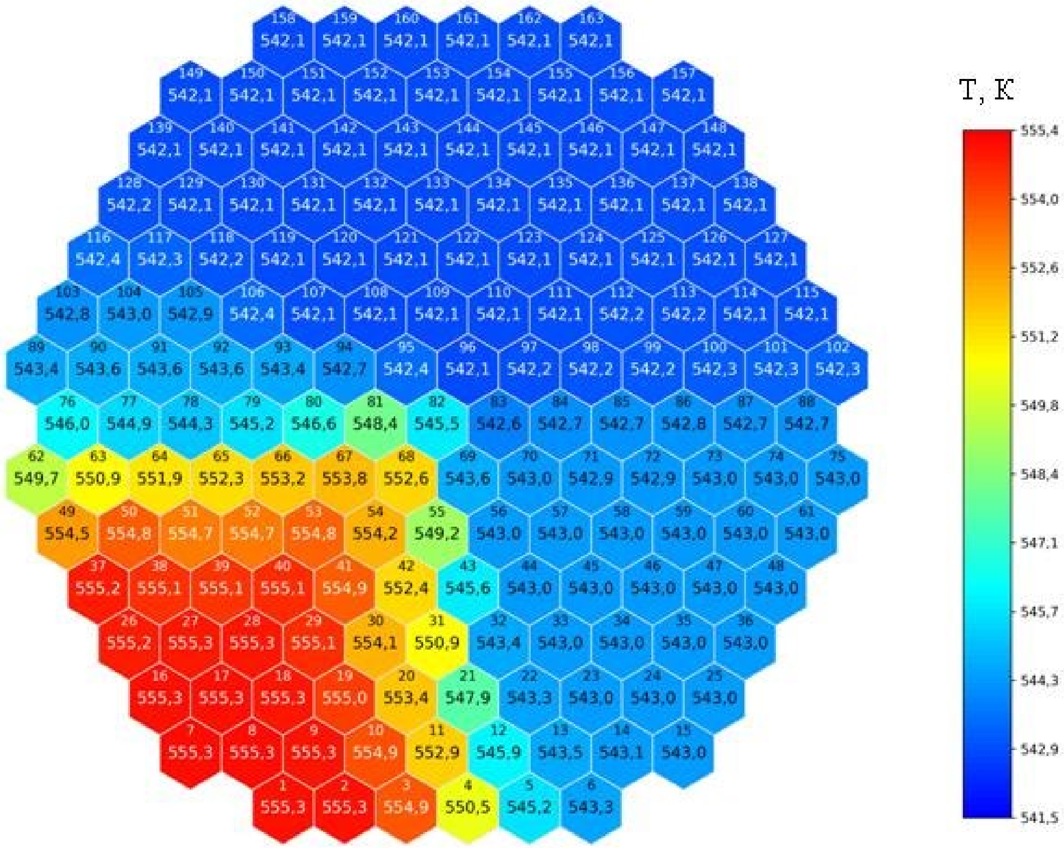


Рисунок 5.27 – Температура теплоносителя на входе в ТВС (эксперимент)

а)



б)

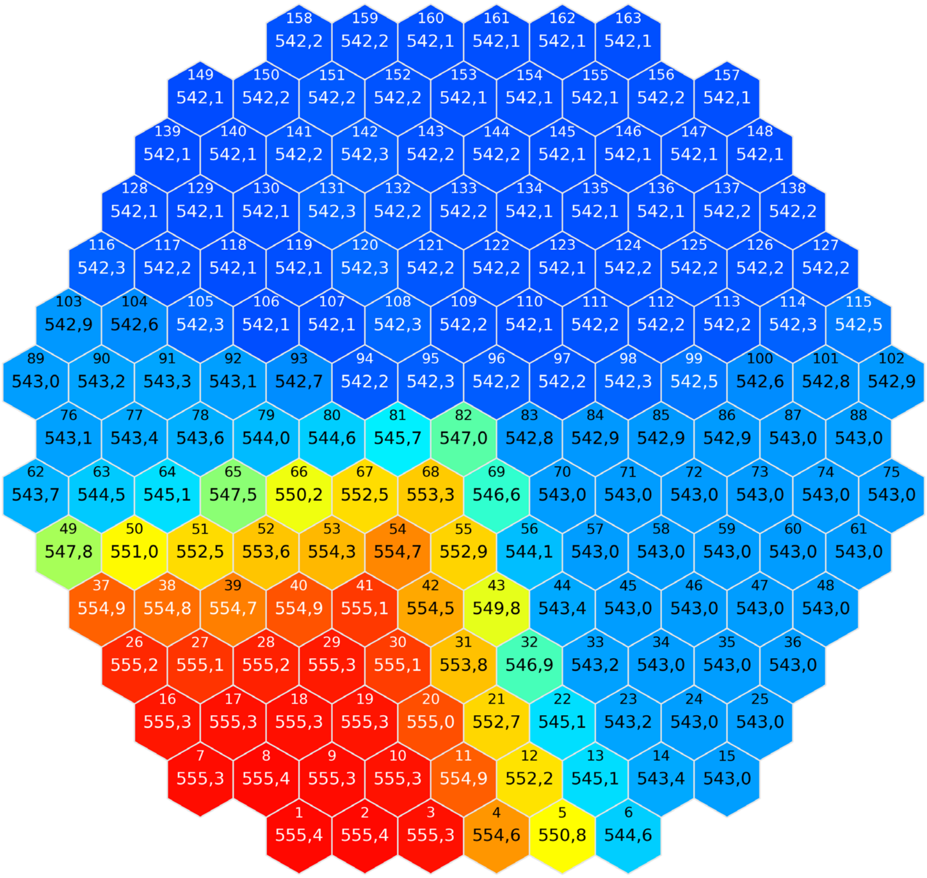
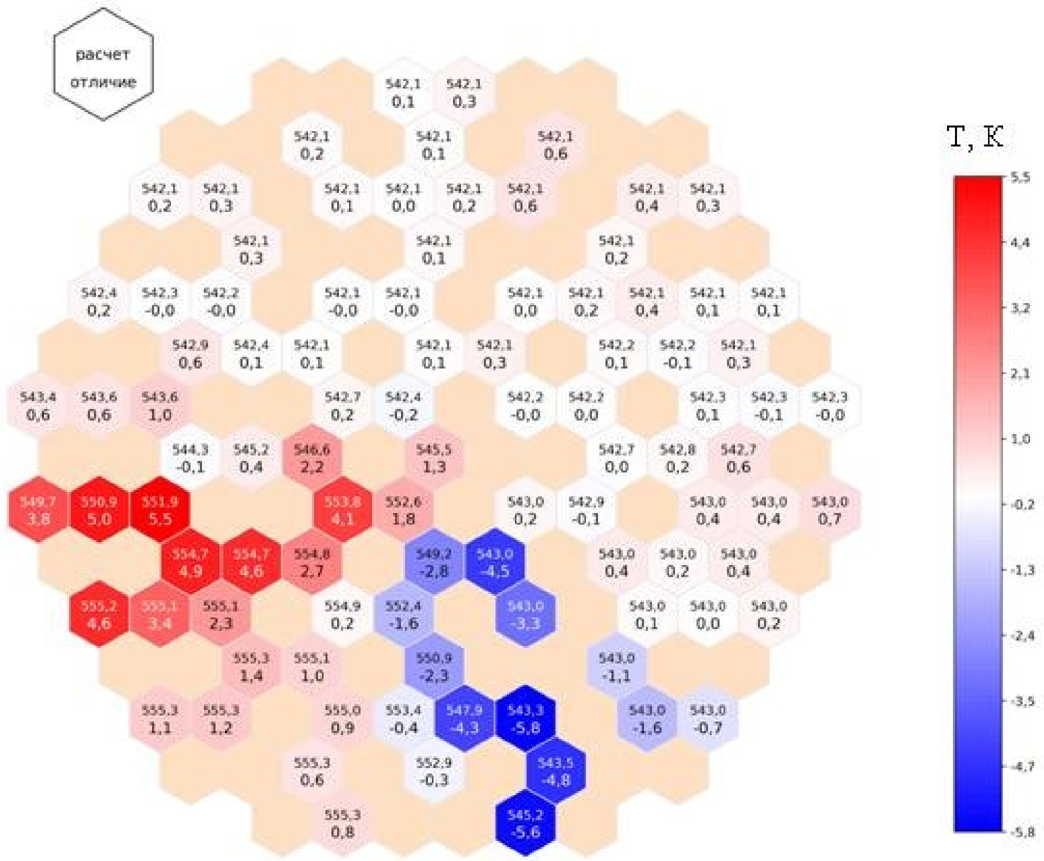


Рисунок 5.28 – Температура теплоносителя на входе в ТВС

а) Расчет 1 б) Расчет 2

а)



б)

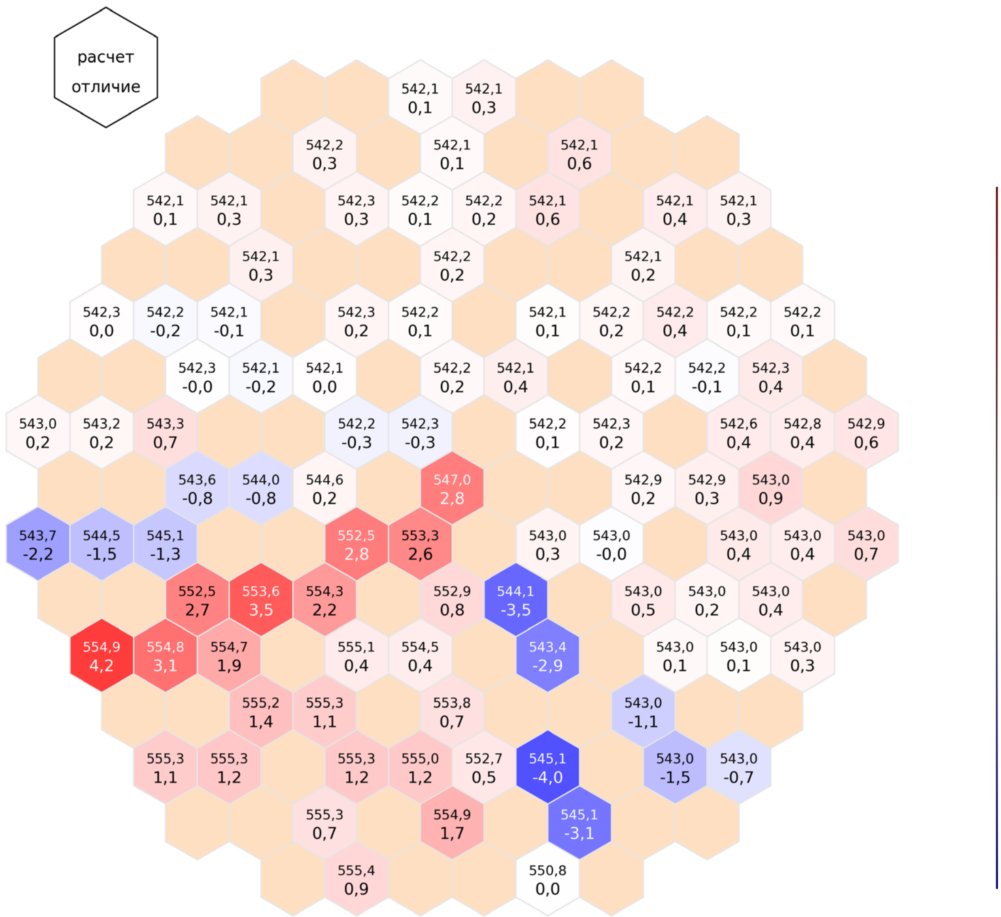


Рисунок 5.29 – Температура теплоносителя на входе в ТВС (отклонение расчета от эксперимента)

а) Расчет 1 б) Расчет 2

Таблица 5.4 – Отклонения результатов расчетов от данных эксперимента на границах сектора повышенной температуры на входе в ТВС

Левая граница				Правая граница			
№ ТВС	Расчет 1, К	Расчет 2, К	Среднее отклонение, К	№ ТВС	Расчет 1, К	Расчет 2, К	Среднее отклонение, К
37	+4.6	+4.2/+4.1	Расчет 1:	5	-5.6	0/-0.6	Расчет 1:
38	+3.4	+3.1/+3.3	+3.9	13	-4.8	-3.1/-2.9	-4.2
39	+2.3	+1.9/+2.1	(+29.5%)	21	-4.3	+0.5/+1.0	(-31.8%)
51	+4.9	+2.7/+2,6		22	-5.8	-4.0/-4.1	
52	+4.6	+3.5/+3.7		31	-2.3	+0.7/+0.2	
53	+2.7	+2.2/+2.3	Расчет 2:	44	-3.3	-2.9/-2.9	Расчет 2:
62	+3.8	-2.2/-1.9	+1.4/+1.5	55	-2.8	+0.8/+0.1	-1.4/-1.6
63	+5.0	-1.5/-1.2	(+10.6%/	56	-4.5	-3.5/-3.9	(-10.6%/
64	+5.5	-1.3/-1.4	+11.4%)	-	-	-	-12.1%)
67	+4.1	+2.8/+2.7		-	-	-	
80	+2.2	+0.2/-0.1		-	-	-	

5.3 Кросс-верификация одномерной и трехмерной моделей напорной камеры реактора ВВЭР-1000 по режимам с несимметричной работой петель

5.3.1 Расчетные модели и моделируемые режимы

Расчетная модель реакторной установки ВВЭР-1000 базируется на файле входных данных для кода КОРСАР/ГП, разработанной специалистами ОКБ "ГИДРОПРЕСС" (Главного конструктора ВВЭР) применительно к энергоблоку №1 Ростовской АЭС для конца третьей топливной кампании.

Трехмерная расчетная модель напорной камеры и ее связи с одномерными моделями РК КОРСАР/CFD изложены в предыдущем разделе. Поэтому далее рассмотрим более подробно только квазитрехмерную многоканальную расчетную модель напорной камеры (представленную 1D элементами кода КОРСАР/CFD).

Кольцевая область напорной камеры реактора в расчетной схеме представлена 42-мя одинаковыми каналами (обозначены ch), которые разбиты на шесть ячеек. Нумерация и расположение каналов относительно ТВС и входных патрубков приведены на рисунке 5.30. На этом рисунке арабскими цифрами обозначены номера ТВС. Выход каждого из четырех каналов, моделирующих холодные нитки петель, связан со входами трех соответствующих каналов кольцевой области. Остальные каналы области представляют секторы между патрубками: по три канала – два малых сектора между петлями *I*, *II* и *III*, *IV*; по двенадцать каналов – два больших сектора между петлями *II*, *III* и *I*, *IV*. На входе эти каналы имеют непроницаемые соединения. Выходы каналов напорной камеры присоединены ко входу каналов периферийных ТВС (данные связи иллюстрируются рисунком 5.30).

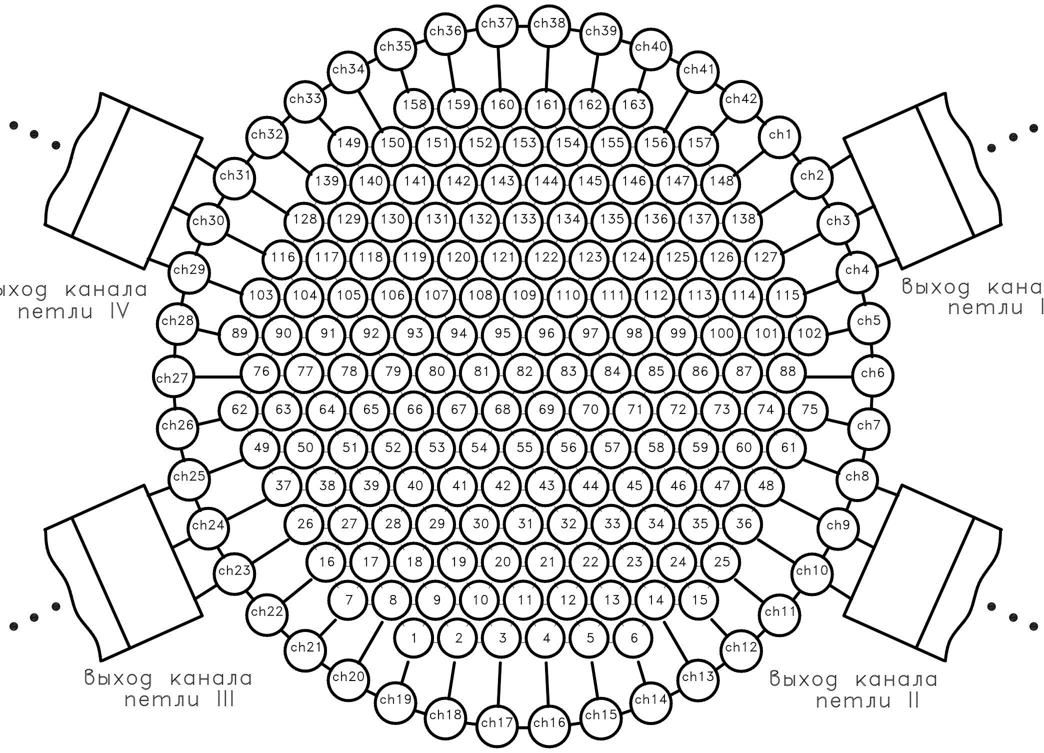


Рисунок 5.30 – Нумерация и расположение каналов в кольцевой области

а) б)

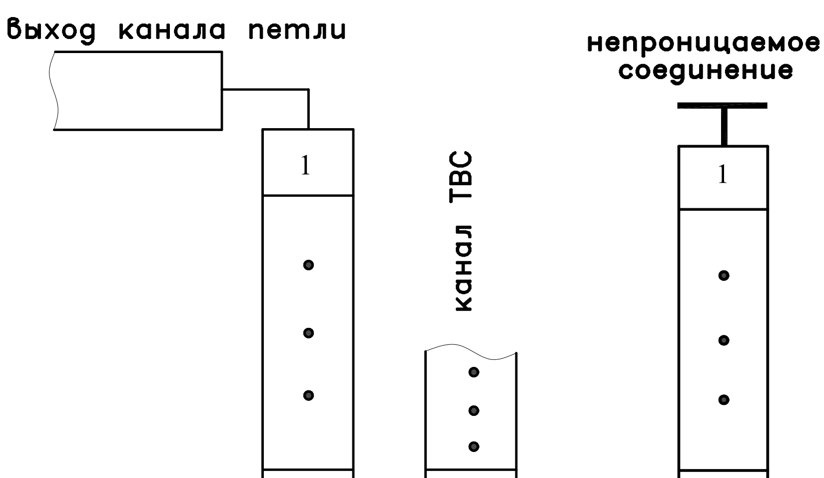


Рисунок 5.31 – Связи по входу и выходу каналов двух типов кольцевой области

а) продолжение канала петли б) сектор

На рисунке 5.31 показаны связи по входу и выходу каналов двух типов кольцевой области напорной камеры. Каждая из шести расчетных ячеек каналов напорной камеры имеет две поперечные гидравлические связи с соответствующими ячейками соседних по окружности каналов.

Расчеты приведены для двух вариантов моделирования напорной камеры. В исходном (первом) варианте файла входных данных поставлены одинаковые гидравлические сопротивления в каждом соединении каналов кольцевой области. Объем застойного пространства напорной камеры над патрубками включен в объемы первых расчетных ячеек каналов путем увеличения площади их проходного сечения. В модифицированном (втором) варианте местные гидравлические сопротивления перенесены в последнее соединение на выходе из каналов. Объем застойного пространства учтен в объемах первых ячеек каналов посредством увеличения их длины. Принципиальное различие двух вариантов заключается в том, что в первом варианте искусственно затруднено протекание теплоносителя вниз к отверстиям в эллиптическом днище шахты вследствие гидравлических сопротивлений и конвективного ускорения при сужении прохода. Данный факт способствует растеканию потоков, поступающих из патрубков, через поперечные гидравлические связи по окружности напорной камеры. Поперечные потоки сталкиваются и образуется несколько зон с направленными к активной зоне потоками теплоносителя (количество зон равно количеству функционирующих ГЦН).

В расчетной модели в 1D приближении представлены детально все четыре циркуляционных петли первого контура, включая горячие нитки, горячие коллекторы ПГ, трубные пучки ПГ, холодные коллекторы ПГ, холодные нитки и ГЦН, а также дыхательный трубопровод и компенсатор давления. Моделируется основное оборудование второго контура:

- внутрикорпусное пространство ПГ с помощью точечных элементов кода *паро–водяной сосуд*;
- система питательной воды;
- паропроводы вплоть до турбины;
- главный паровой коллектор.

Кроме того, учитывается функционирование всех систем безопасности и основных систем нормальной эксплуатации.

Пространственные нейтронно–физические процессы моделируются с использованием программного блока КАРТА кода КОРСАР, исходные данные для которого формируются комплексом программ САПФИР_95&RC_ВВЭР. Этот комплекс программ аттестован в Ростехнадзоре [186, 187].

Моделируемые режимы

Расчеты проведены для трех режимов реакторной установки ВВЭР–1000 с несимметричной работой петель циркуляционного контура.

Первый режим (режим 1) моделирует разрыв паропровода одного из ПГ. Он характеризуется снижением давления в аварийном ПГ, что приводит к увеличению отвода тепла от первого контура во второй контур. Как следствие, температура теплоносителя на входе в напорную камеру из аварийной петли уменьшается. Первый сигнал на сброс аварийной защиты по снижению давления в ПГ в расчетах не учитывается. Аварийная защита срабатывает по второму сигналу, вызванному увеличением мощности реактора по показаниям ионизационных камер аппаратуры контроля нейтронного потока (АКНП) на 7% от номинальной с учетом погрешности измерений АКНП.

Второй режим (режим 2) моделирует подключение ГЦН при исходной работе трех ГЦН на мощности реактора 71% номинальной, а третий режим (режим 3) – подключение ГЦН при исходной работе двух противоположных ГЦН на мощности 52% номинальной. Эти режимы соответствуют ситуациям ошибочного подключения насосов при допустимой мощности стационарного состояния реакторной установки при работе неполного количества насосов. Плановое подключение ГЦН неработающей петли должно осуществляться на уровнях мощности 30% и 20% для режимов 2 и 3, соответственно. Предполагается, что оператор допустил единичную ошибку, подключая ГЦН без предварительного снижения мощности. Дополнительно постулируется отсутствие срабатывания аварийной защиты по сигналу увеличения мощности. В исходном стационарном состоянии через петлю с неработающим ГЦН теплоноситель движется в обратном направлении от напорной камеры к сборной камере. При включении насоса происходит реверс расхода и холодная пробка из горячей нитки по этой петле поступает в напорную камеру. Следует отметить, что в режимах 1 и 2 в момент поступления холодной жидкости в напорную камеру работают все четыре насоса и картина течения в камере симметричная. В режиме 3 течение является более сложным, несимметричным, поскольку работают только три насоса.

Перед выполнением расчетов режимов был проведен дополнительный расчет номинального состояния реакторной установки для установления коэффициентов местных гидравлических сопротивлений вдоль тракта течения теплоносителя по данным перепадов давления на участках контура циркуляции. Для каждого режима осуществлялось два расчета: первый – в целях получения исходного стационарного состояния, второй – для моделирования непосредственно динамики режима. Включение насоса в расчетах динамики режимов 2 и 3 осуществлялось увеличением относительной скорости вращения рабочего колеса линейно от 0 до 1 за 9 с.

5.3.2 Результаты расчетов по трехмерной модели напорной камеры

Результаты расчетов по коду КОРСАР/CFD с трехмерной моделью напорной камеры реактора изложены в работах [183, 188, 189].

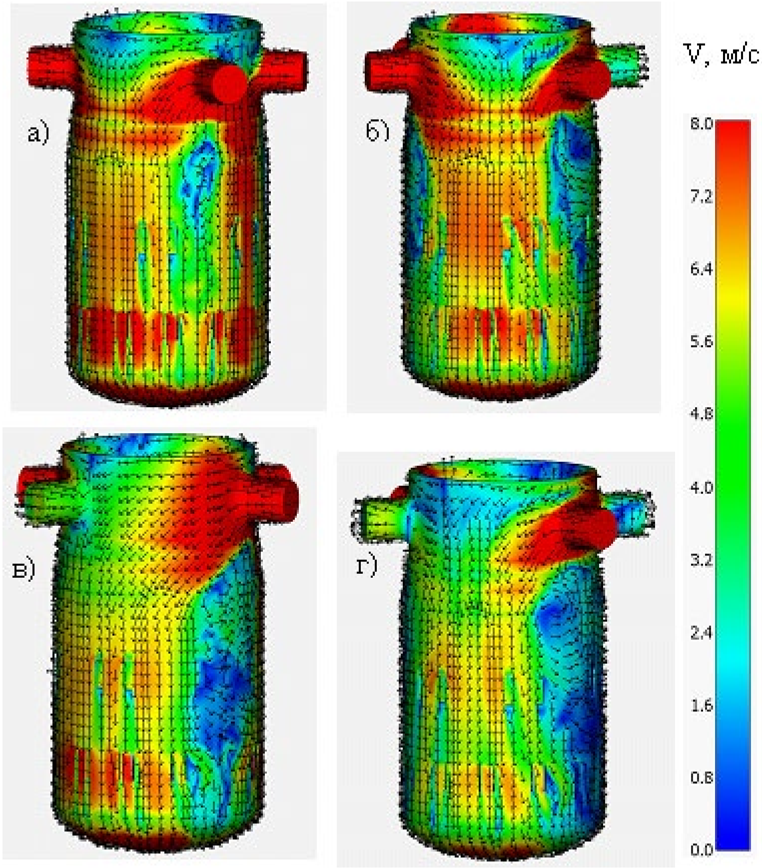


Рисунок 5.32 – Картина течения теплоносителя в напорной камере (распределения вектора скорости)

В работе ГЦН: а) – четыре; б) – три (дан вид между дальними работающими петлями), в) – три (дан вид между дальними работающей и неработающей петлями); г) – два противоположных

На рисунке 5.32 изображены расчетные поля скорости теплоносителя в напорной камере для стационарных условий работы реакторной установки при функционировании разного количества ГЦН. При работе четырех ГЦН растекающиеся по окружности кольцевой области потоки сливаются между патрубками и образуется четыре симметричных и направленных вниз в активную зону потока жидкости (два между ближними патрубками и два между дальними патрубками). При работе трех ГЦН потоки жидкости устремляются к нижней камере в трех зонах. Две зоны расположены между работающими петлями, как и в случае с четырьмя включенными насосами. Отличие заключается в том, что поток между дальними петлями смещен по азимуту в сторону неработающей петли (см. рисунок 5.32б), поскольку часть жидкости покидает напорную камеру через неработающую петлю. Третья зона образуется около неработающей петли в секторе между дальними работающей и неработающей петлями (см. рисунок 5.32в). Когда работают два противоположных насоса, формируются два симметричных потока теплоносителя в нижнюю камеру между дальними патрубками (см. рисунок 5.32г).

При столкновении потоков из патрубков со стенкой шахты происходит крупномасштабная турбулизация теплоносителя и менее интенсивная при столкновении потоков между собой, которая напрямую моделируется кодом. На рисунке 5.33 приведены графики изменения во времени азимутальной скорости при работе реакторной установки в номинальном режиме в трех точках мониторинга в центре кольцевой области на расстоянии 2.95 м от оси патрубков. Интенсивность турбулентности под патрубками составляет примерно 1 м/с. При удалении от патрубков она существенно уменьшается: до 0.2 м/с между ближними патрубками и 0.1 м/с между дальними патрубками. Период турбулентных пульсаций составляет около 1 с.

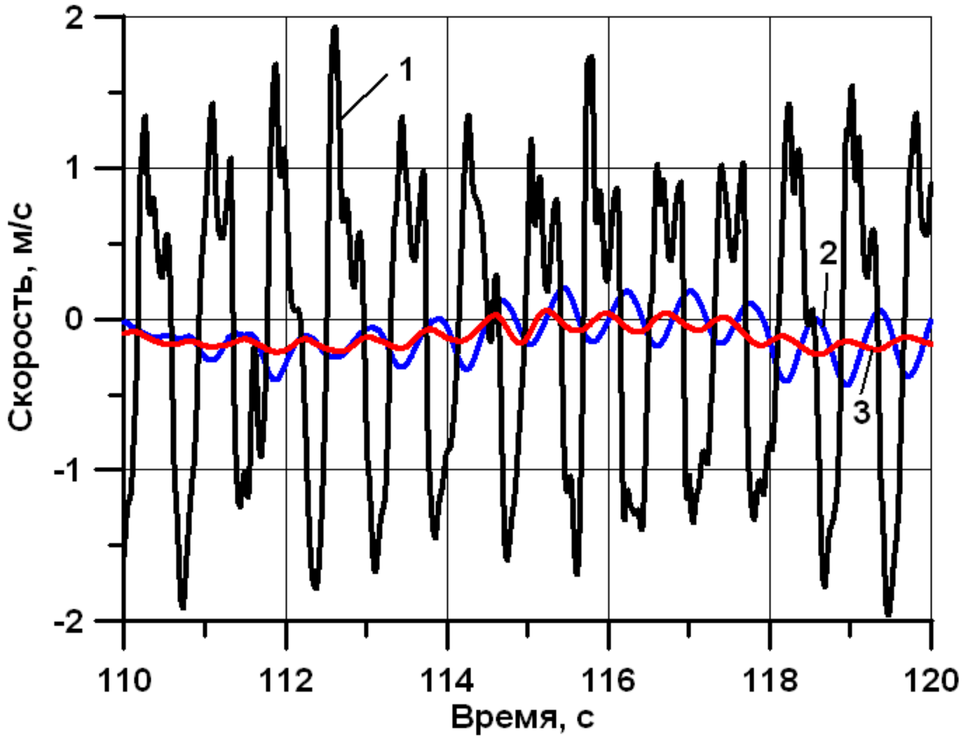


Рисунок 5.33 – Изменение азимутальной скорости теплоносителя в точках мониторинга (в центре кольцевой области и на расстоянии 2.95 м от оси патрубков)

Точка мониторинга: 1 – под патрубками, 2 – между ближними патрубками, 3 – между дальними патрубками.

<u>Динамика параметров в моделируемых режимах</u>

На рисунке 5.34 приведены картограммы расчетного распределения температуры теплоносителя на входе в ТВС (в первой ячейке шестигранных каналов области активной зоны) для выбранных режимов в моменты времени перед сбросом стержней аварийной защиты (режим 1) и максимального разброса температуры (режимы 2, 3). На этом рисунке римскими цифрами показана нумерация петель. Возмущения во всех режимах задавались по первой петле. Дополнительно кружками и арабскими цифрами выделены ТВС, для которых далее приводятся данные по динамике параметров. В режимах 1, 2 "язык" холодной жидкости из петли *I* проникает в активную зону, когда скорости вращения всех четырех ГЦН имеют номинальные значения, и реализуется симметричная картина течения, изображенная на рисунке 5.32а. Поэтому сектор холодного теплоносителя составляет 90° и расположен симметрично между патрубками петель *I*, *II* и *I*, *IV*. В режиме 3 сектор холодной жидкости расширен до 120° в сторону дальней петли *IV*, поскольку к этому моменту времени работают только три ГЦН (см. рисунки 5.32б и в). Не включенным остается ГЦН петли *III*. Небольшое расширение сектора наблюдается и в сторону петли *II*.

Изменение отдельных параметров в рассматриваемых режимах показано на рисунках 5.35– 5.37. Значения мощности энерговыделения на этих рисунках приведены к их значениям при работе реакторной установки в номинальном режиме. Для сравнения выбраны две симметрично расположенные, наиболее энергонапряженные при равномерном поле температуры теплоносителя на входе в активную зону тепловыделяющие сборки №140 и №147. Причем для этих ТВС выводятся значения мощности в третьей ячейке области активной зоны с максимальным энерговыделением. При поступлении холодной жидкости из петли *I* в напорную камеру ТВС №147 находится внутри сектора проникновения холодного теплоносителя, а ТВС №140 – вне этого сектора.

В режиме 1 увеличение мощности обусловлено захолаживанием активной зоны вследствие линейного уменьшения по времени температуры воды, поступающей из аварийной петли. Рост мощности происходит до момента сброса стержней аварийной защиты. При этом максимальные значения энерговыделения в ТВС №140 и №147 отличаются примерно в 1.3 раза. Изменение температуры на входе в эти ТВС отображены на рисунке 5.35б. На этом же рисунке приведены зависимости от времени температуры теплоносителя на входе в ТВС №75 и №160 на границах холодного сектора. Колебания температуры на входе в ТВС №75 (как и в ТВС на границах секторов в других режимах) обусловлены наличием крупномасшабной турбулизации потока (см. рисунок 5.33).

В режимах 2, 3 присутствуют две стадии подъема мощности реактора. Первая стадия вызвана увеличением расхода теплоносителя через активную зону при включении насоса, вторая обусловлена провалом температуры жидкости на входе в напорную камеру из петли *I* из-за реверсирования потока. Можно отметить отличие мощности энерговыделения ТВС №140 и №147 уже в исходном состоянии и на первой стадии роста. Причиной различия являются процессы перемешивания в сборной камере, которые моделируются в гидравлическом приближении. На выходе из сборной камеры в патрубки петель, расположенные ближе к неработающим петлям, поступает более холодный теплоноситель (см. рисунки 5.36б и 5.37 б). Максимальные значения энерговыделения по ТВС №140 и №147 в этих режимах различаются приблизительно в 1.2 раза. Графики эволюции температуры на входе в ТВС №75 и №159 (рисунок 5.37в) демонстрируют расширение сектора холодной жидкости в режиме 3.

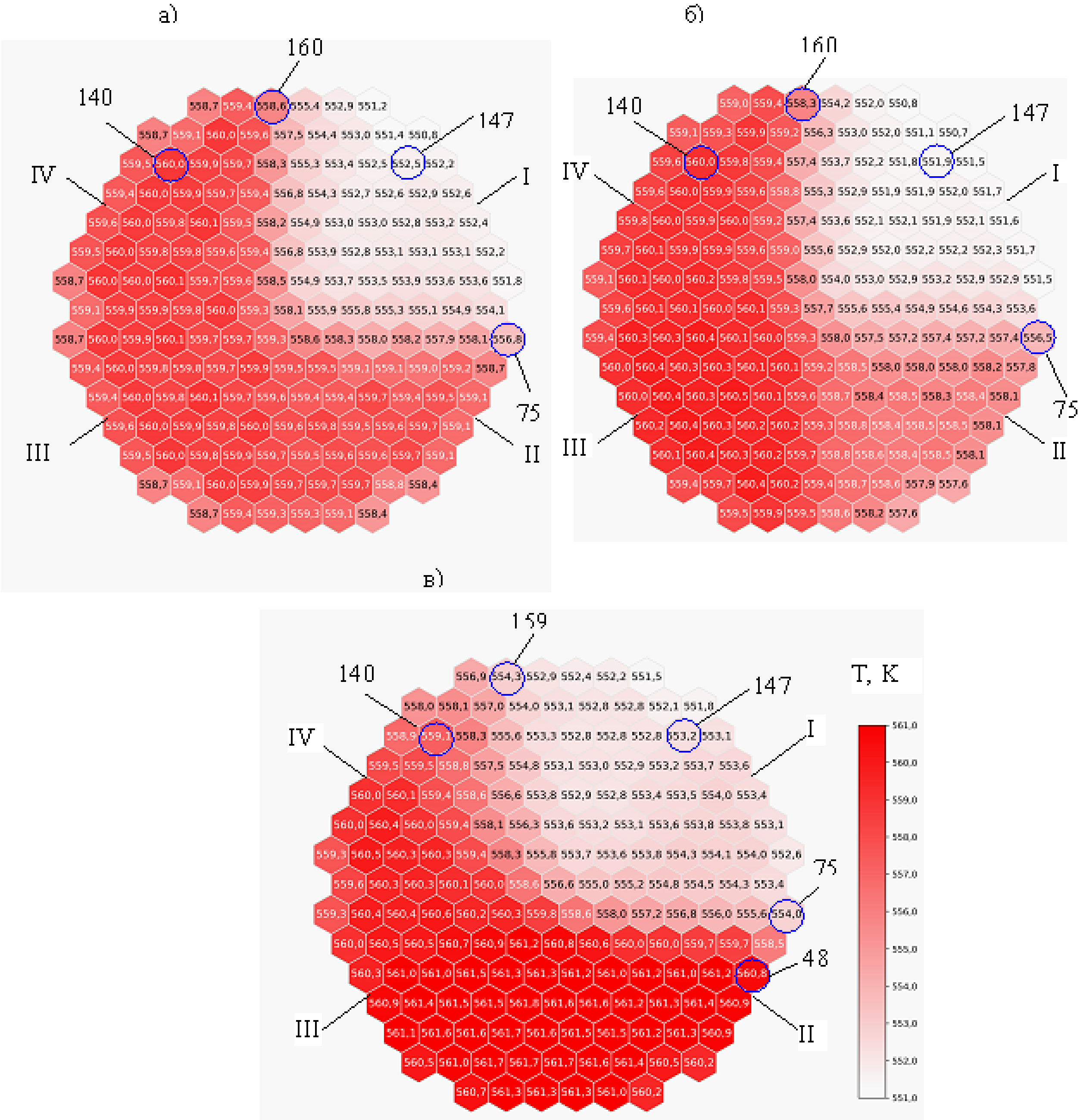


Рисунок 5.34 – Распределение температуры теплоносителя на входе в активную зону

а) – режим 1 в момент времени 10 с, б) – режим 2 в момент времени 15 с, в) – режим 3 в момент времени 13 с.

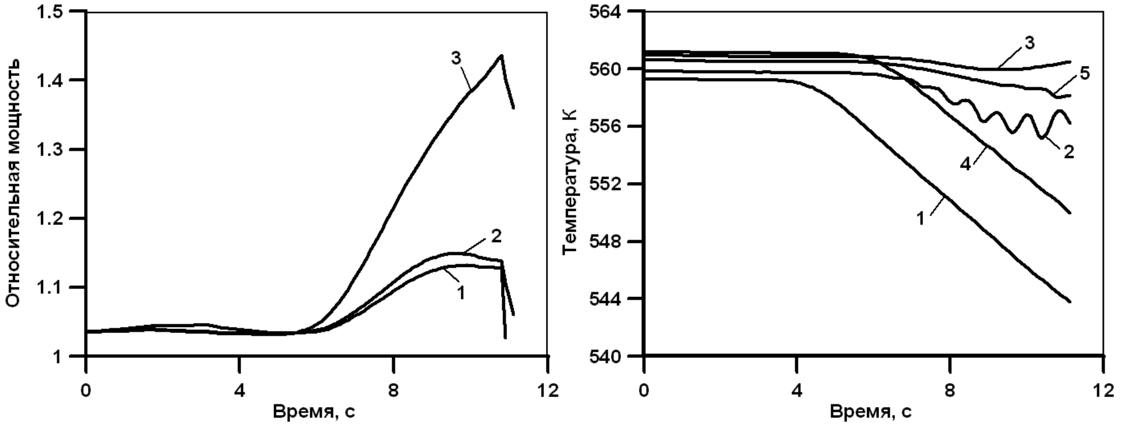


Рисунок 5.35 – Изменение во времени параметров в режиме 1

а) мощность: 1 – реактора; 2 – ТВС №140, 3 – ТВС №147; б) температура теплоносителя: 1 – на входе в напорную камеру из петли *I*; 2 – 5 на входе в ТВС №75, 140, 147, 160

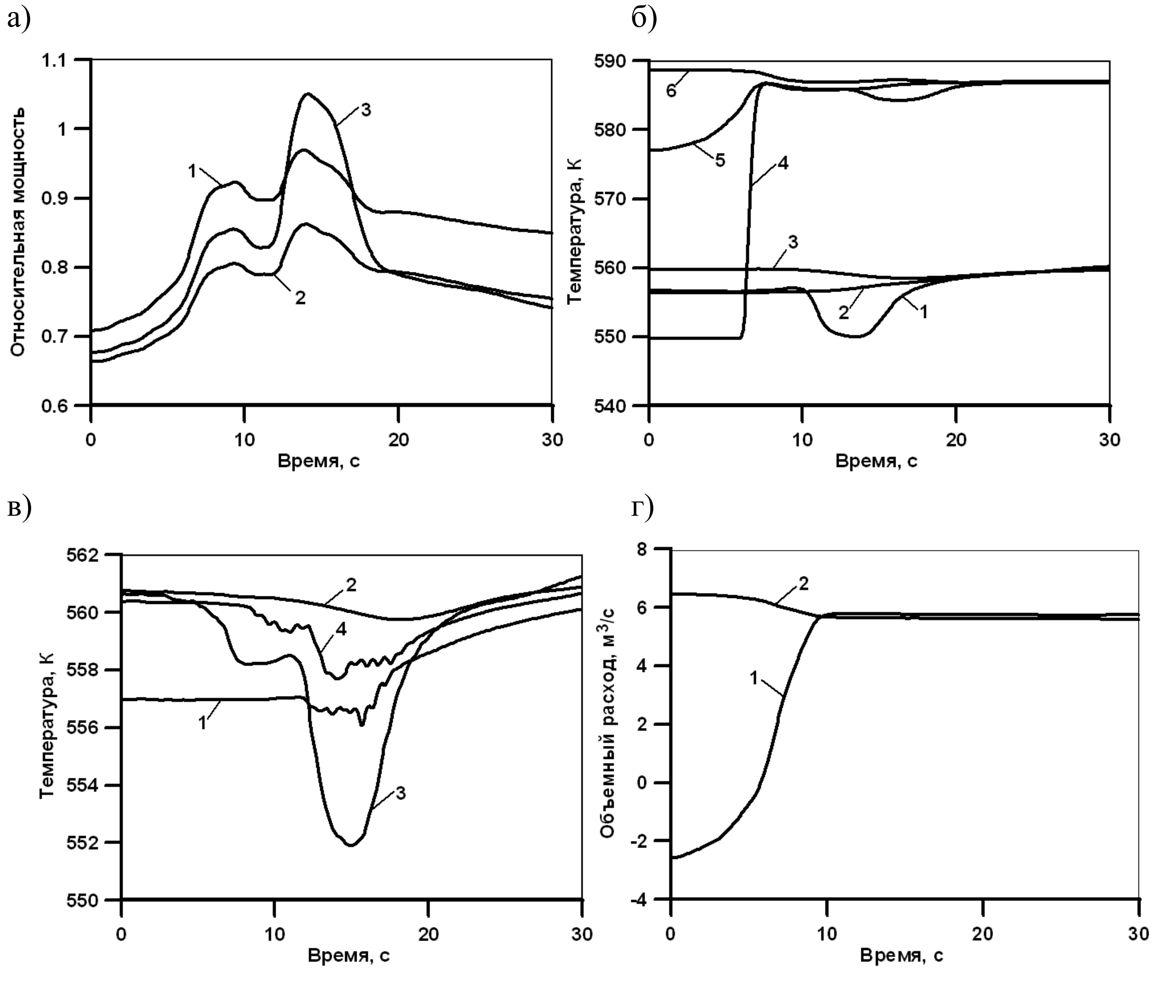


Рисунок 5.36 – Изменение по времени параметров в режиме 2

а) мощность: 1 – реактора; 2 – ТВС №140; 3 – ТВС №147; б) температура теплоносителя: 1 – 3 на входе в напорную камеру из петель *I*, *II*, *III*; 4 – 6 – на выходе из сборной камеры в петли *I*, *II*, *III;* в) температура теплоносителя: 1 – 4 на входе в ТВС №75, 140, 147, 160; г) объемный расход теплоносителя: 1 – 2 – петли *I*, *III*

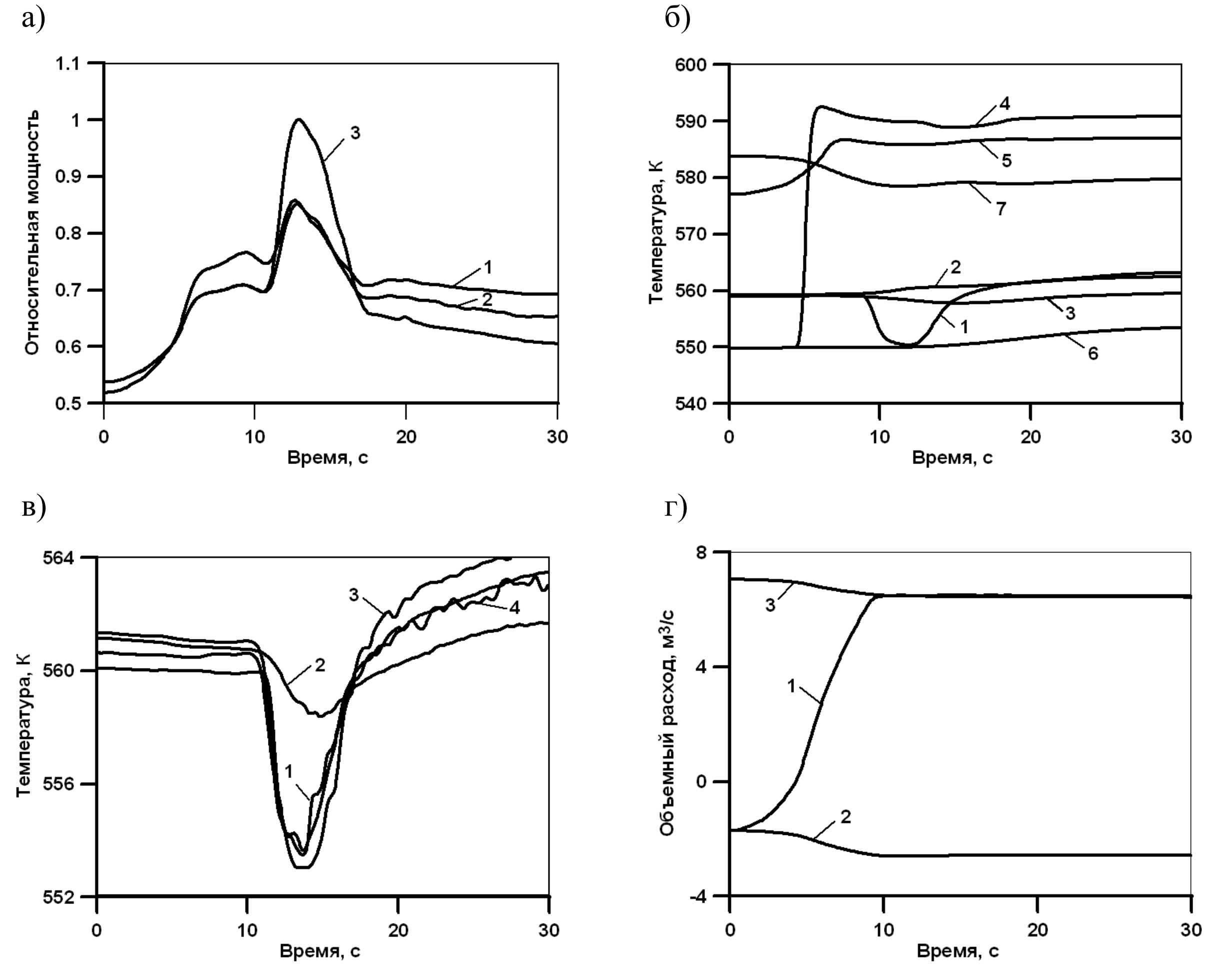


Рисунок 5.37 – Изменение по времени параметров в режиме 3

а) мощность: 1 – реактора; 2 – ТВС №140; 3 – ТВС №147; б) температура теплоносителя: 1 – 3 на входе в напорную камеру из петель *I*, *II*, *IV*; 4 – 6 – на выходе из сборной камеры в петли *I*, *II*, *IV*; в) температура теплоносителя: 1 – 4 на входе в ТВС №75, 140, 147, 159; г) объемный расход теплоносителя: 1 – 3 – петли *I*, *III, IV*

Для подтверждения сеточной сходимости для режима 3 были проведены два расчета на сетках с укрупненной дискретизацией по всем координатным направлениям: в 1.4 раза (промежуточная сетка) и в 2 раза (грубая сетка). Подтверждение сеточной сходимости представлено на рисунке 5.38. Из этого рисунка видно, что на грубой сетке происходит перекос сектора с холодной жидкостью по часовой стрелке в сторону петли *II*. Однако на промежуточной сетке результаты расчетов практически совпадают с данными, полученными на исходной сетке.

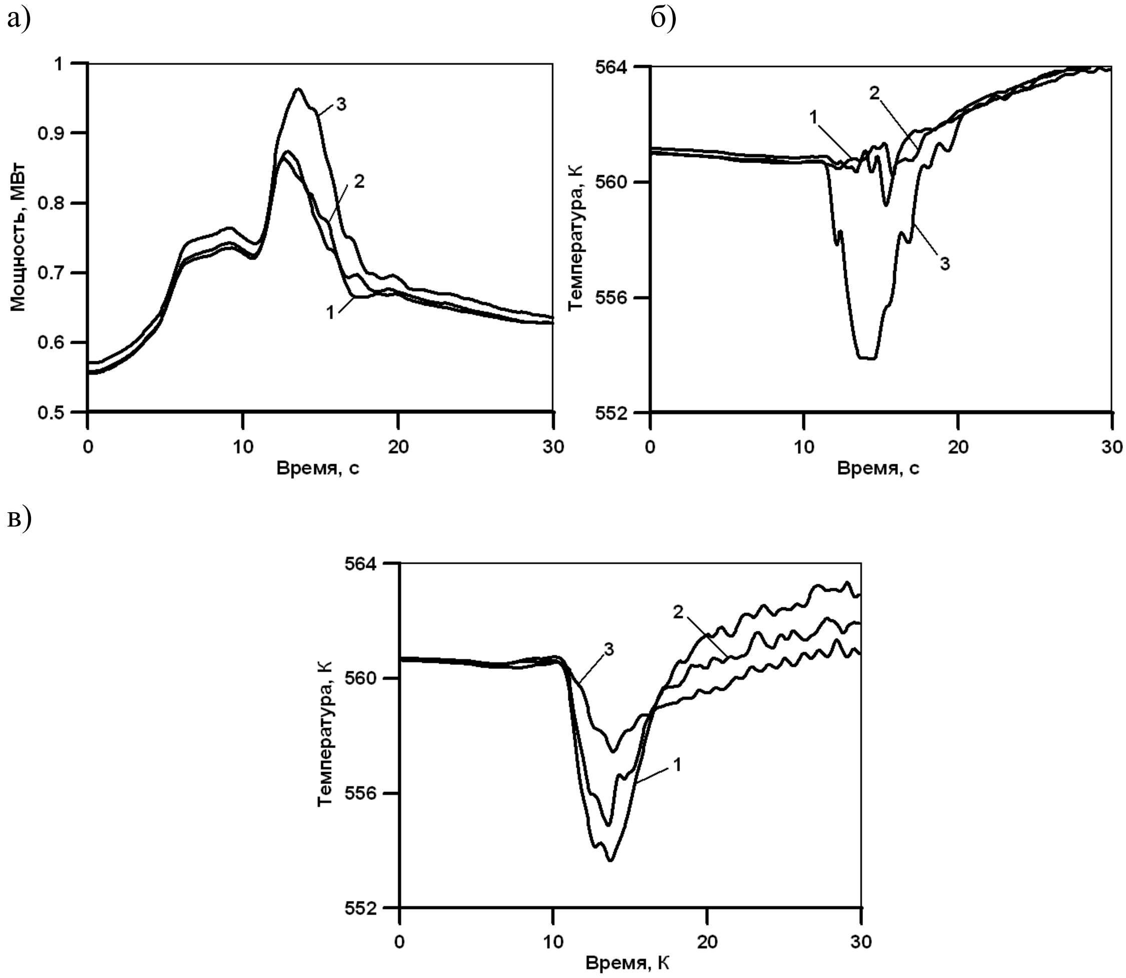


Рисунок 5.38 – Сеточная сходимость результатов расчетов для режима 3

а) мощность в ТВС №48; б) температура теплоносителя на входе в ТВС №48;
в) температура теплоносителя на входе в ТВС №159; 1 – исходная мелкая сетка, 2 – промежуточная сетка, 3 – грубая сетка

5.3.3 Сопоставление результатов расчетов по одномерной и трехмерной моделям напорной камеры

Сопоставление результатов расчетов выбранных режимов РУ с ВВЭР–1000 по коду КОРСАР/CFD с моделями напорной камеры различной размерности изложено в статье [190].

На рисунке 5.39 представлены картограммы расчетного распределения температуры теплоносителя на входе в ТВС (в первой ячейке шестигранных каналов области активной зоны) для режима 3 в момент максимальной неравномерности поля температуры при 3D моделировании напорной камеры и двух вариантах квазитрехмерного 1D моделирования камеры. Видно, что углы секторов холодного теплоносителя для первого варианта 1D и 3D моделей камеры совпадают и составляют около 120°. Для второго варианта 1D модели сектор сужен между патрубками петель *I*, *IV* в сторону работающей петли и угол его равен 90°. Различия двух вариантов расчетов по 1D модели для данного режима на качественном уровне обусловлены несимметричной картиной течения жидкости, поскольку к моменту проникновения "языка" холодного теплоносителя в активную зону работают только три ГЦН, не включенным остается ГЦН петли *III*. В остальных режимах реализуется симметричная картина течения, и во всех трех расчетах сектор холодной жидкости составляет 90° и расположен симметрично между патрубками петель *I*, *II* и *I*, *IV*. Результаты расчетов разичаются только количественно.

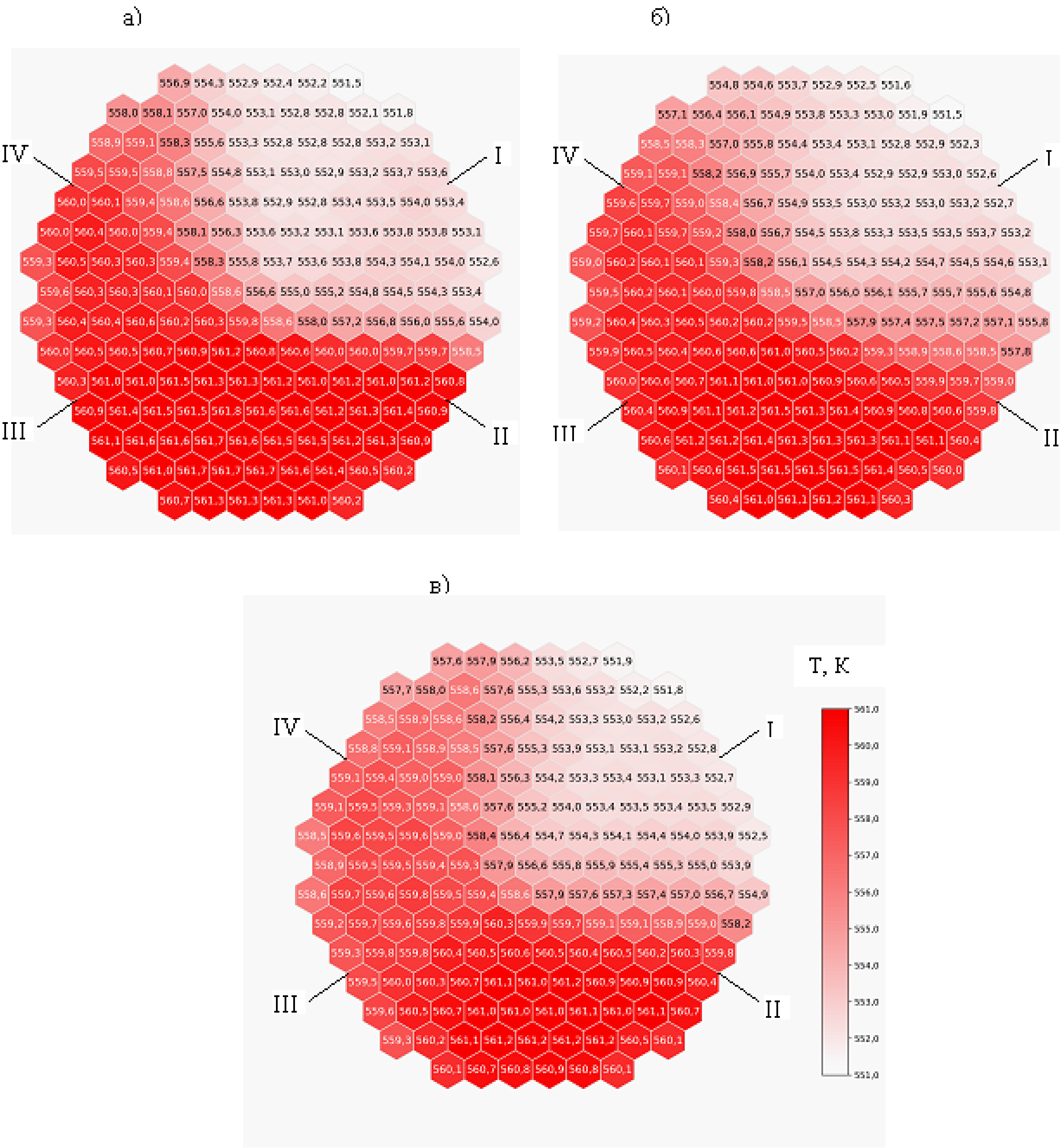


Рисунок 5.39 – Распределение температуры на входе в активную зону в режиме 3 в момент максимальной неравномерности поля температуры

Модели напорной камеры: а) 3D; б) 1D (первый вариант); в) 1D (второй вариант)

На рисунках 5.40– 5.42 для сопоставления приведены результаты расчетов в рассматриваемых режимах по динамике отдельных параметров: относительной: мощности реактора, мощности теплонапряженной ТВС №147 в третьей ячейке области активной зоны с максимальным энерговыделением (данная ТВС находится внутри сектора проникновения холодного теплоносителя) и температуры теплоносителя на входе в ТВС вблизи границ холодных секторов. Мощности энерговыделения на рисунках нормированы на их значения при номинальной работе реакторной установка.

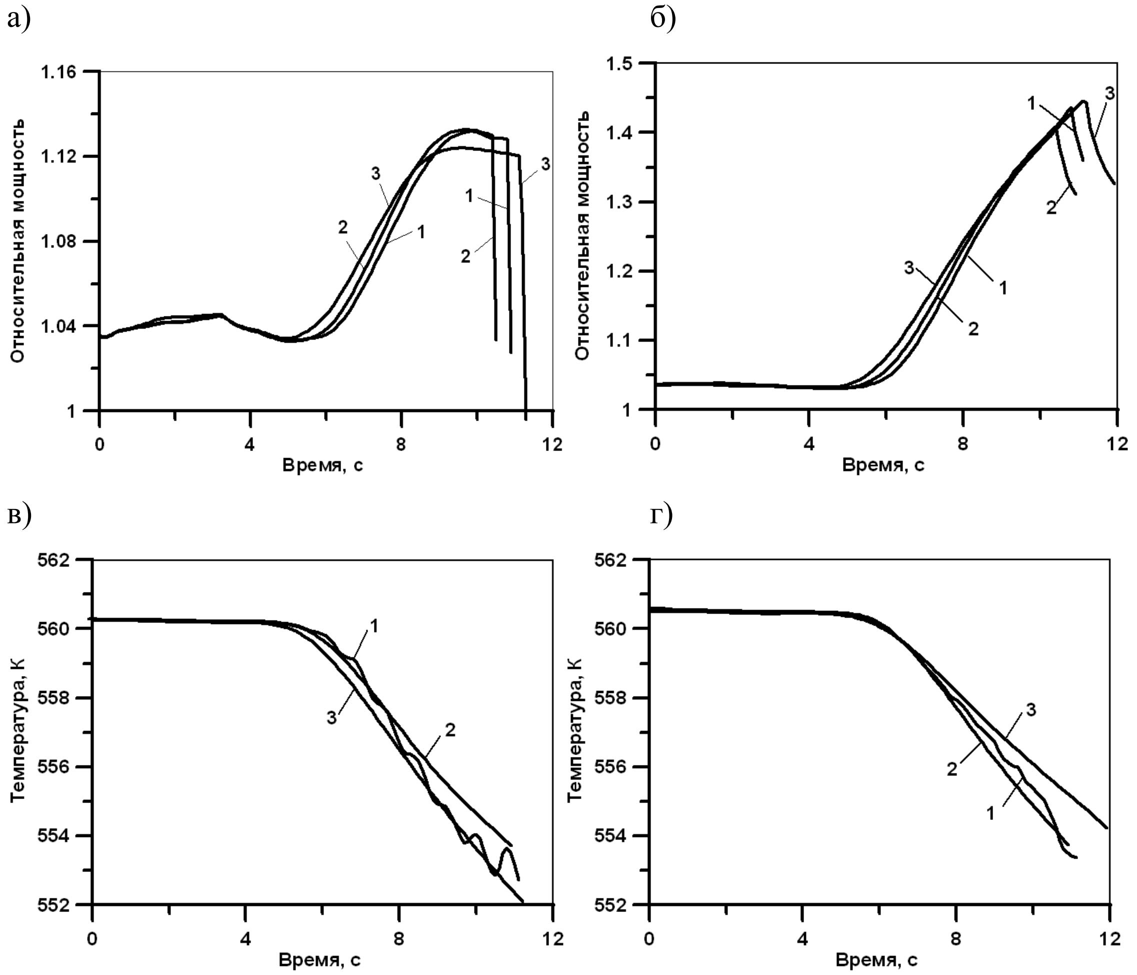


Рисунок 5.40 – Изменение во времени расчетных параметров в режиме 1

а) мощность реактора; б) мощность ТВС №147; в) температура на входе в ТВС №88;
г) температура на входе в ТВС №161.
Модели напорной камеры: 1 – 3D; 2 – 1D (первый вариант); 3 – 1D (второй вариант)

В режиме 1 наблюдаются незначительные различия в расчетных данных по темпам изменения температуры теплоносителя по ТВС холодного сектора, что проявляется в некотором разбросе динамики интегральной мощности энерговыделения реактора и в отдельных ТВС. Как следствие, аварийная защита в расчетах срабатывает в различные моменты времени (разница составляет не более 0.7 с). Максимальные значения мощности в теплонапряженной ТВС №147 различаются в двух вариантах расчетов с 1D моделью напорной камеры на 9% от ее приращения в режиме. При этом данные по времени срабатывания аварийной защиты и максимальной мощности, полученные с помощью 3D модели камеры, находятся в интервале разброса результатов расчетов по 1D модели.

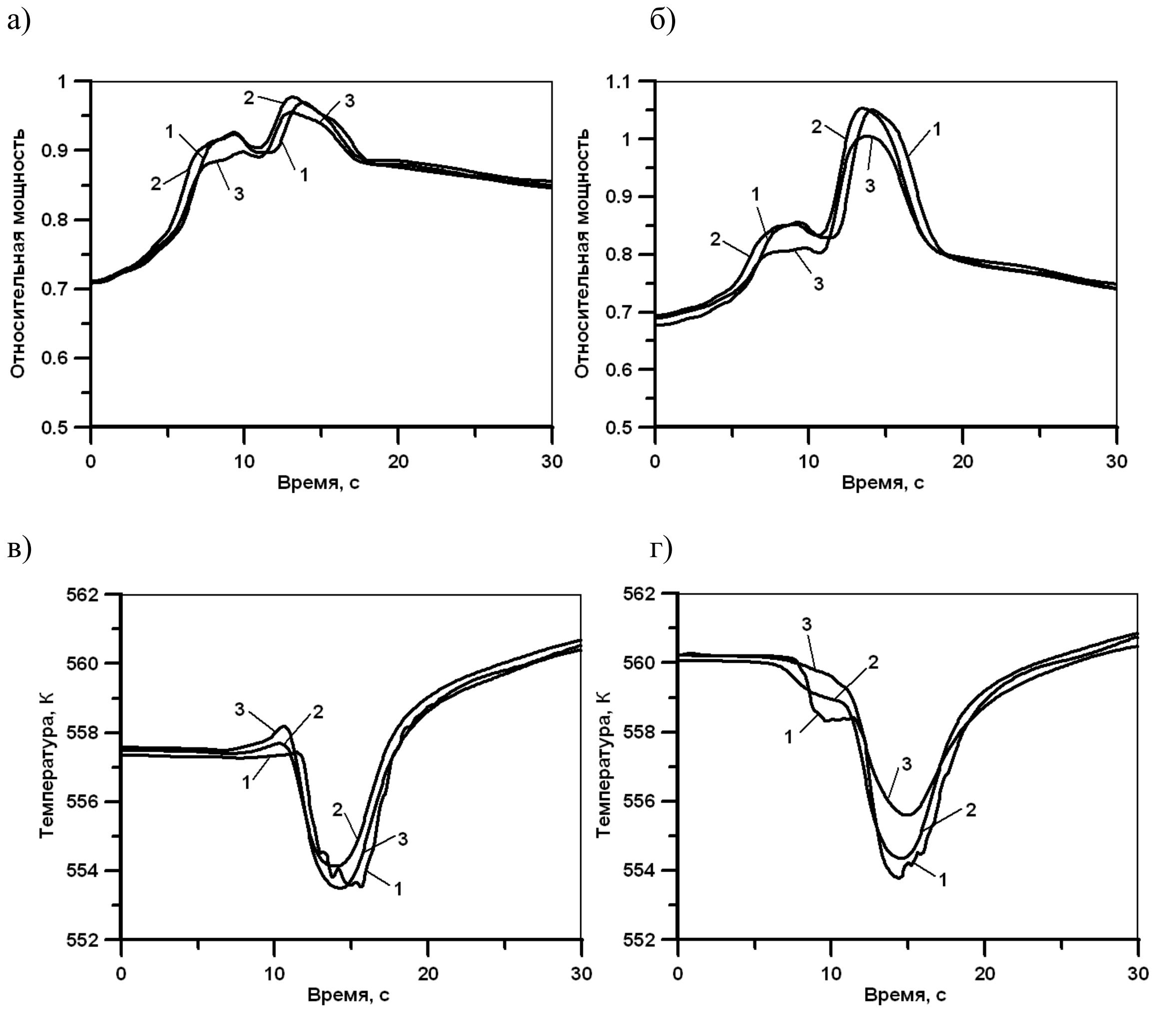


Рисунок 5.41 – Изменение во времени расчетных параметров в режиме 2

(обозначения см. рисунок 5.40)

В режиме 2 количественные различия результатов увеличиваются. Вследствие более медленного роста расхода теплоносителя через активную зону при включении насоса при использовании второго варианта 1D модели камеры значительно уменьшается подъем мощности на первой стадии режима. Более медленный рост расхода обусловлен затрудненным растеканием поступающего в кольцевую область камеры потока жидкости, что приводит к увеличению гидравлического сопротивления при опускном движении к активной зоне и повышению инерционности данного процесса (аналогичная картина наблюдается в режиме 3 с включением третьего насоса). На второй стадии из-за менее интенсивного захолаживания активной зоны в момент поступления на вход холодного фронта теплоносителя пик подъема мощности в теплонапряженной ТВС №147 при реализации этого варианта расчетной схемы меньше на 13.1% от ее общего роста в режиме, чем в расчете с использованием 3D модели напорной камеры. Результаты расчета по исходному варианту 1D модели хорошо согласуются с результатами расчета при трехмерном моделировании камеры в CFD приближении.

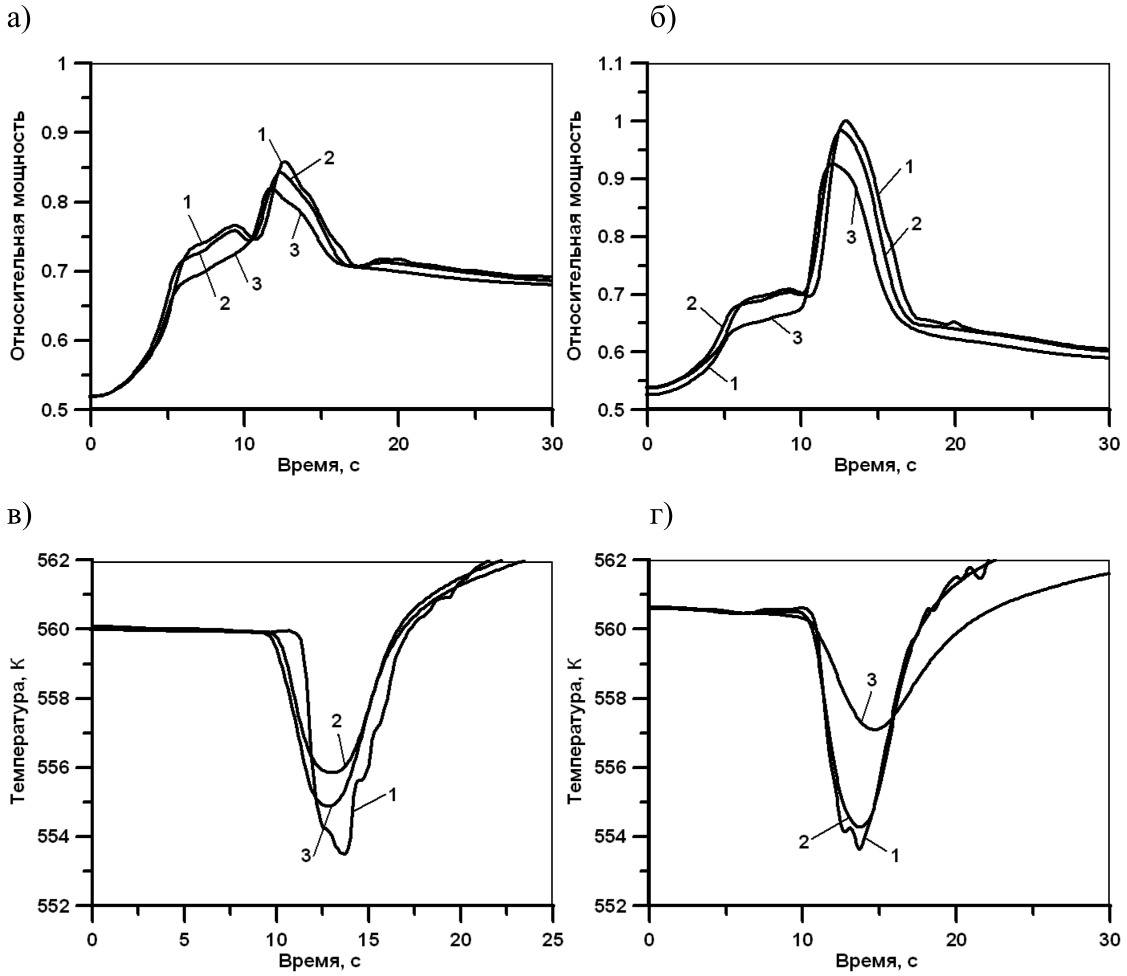


Рисунок 5.42 – Изменение во времени расчетных параметров в режиме 3

а) мощность реактора; б) мощность ТВС №147; в) температура на входе в ТВС №75; г) температура на входе в ТВС №159 (остальные обозначения см. рисунок 5.40)

Сужение расчетного сектора проникновения холодного теплоносителя в активную зону при использовании второго варианта 1D модели напорной камеры в режиме 3 приводит к снижению на 16.7% прироста мощности в теплонапряженной ТВС и уменьшению подъема мощности реактора на 11.1% по сравнению с изменением мощности с 3D моделью напорной камеры. Результаты расчета по исходному (первому) варианту 1D расчетной схемы отличаются в меньшую сторону не так значительно от результатов с 3D моделью напорной камеры: на 4% и 4.4% по подъему мощности теплонапряженной ТВС и реактора, соответственно.

В заключение этого раздела следует отметить, что благодаря искусственному увеличению сопротивления опускному движению теплоносителя по каналам, моделирующим напорную камеру, в исходном варианте многоканальной расчетной схемы, разработанной специалистами

ОКБ "ГИДРОПРЕСС", удалось воспроизвести пространственную картину течения в камере. Следствием этого явилось хорошее согласование результатов расчетов с использованием схемы с данными, полученными при трехмерном моделировании напорной камеры в CFD приближении во всех рассматриваемых режимах РУ с ВВЭР–1000.

5.4 Расчетные исследования растекания жидкости в кольцевой камере при радиальном вводе через патрубок

Результаты верификационных расчетов по коду КОРСАР/CFD режимов реакторных установок с ВВЭР при несимметричной работе петель теплообмена, когда напорная камера моделировалась в трехмерном CFD приближении, изложенные в предыдущих разделах, демонстрируют анизотропное растекание жидкости в кольцевой области камеры. Поступающие из патрубков потоки теплоносителя движутся по окружности (в азимутальных направлениях) в обе стороны, приобретая направление в нижнюю камеру при слиянии азимутальных потоков. Под патрубками работающих петель образуются области стагнации потока.

В данном разделе с использованием упрощенных расчетных моделей для кода КОРСАР/CFD проводится численный анализ картины течения теплоносителя в кольцевой камере при радиальном вводе через один патрубок. На основе анализа предлагается объяснение причины анизотропного растекания жидкости [181].

Геометрические размеры в расчетных моделях и входная скорость жидкости в патрубок выбирались из соображений максимального соответствия условиям экспериментов на модели реактора ВВЭР–1000 в ОКБ "ГИДРОПРЕСС". В расчетах использовалась алгебраическая модель турбулентности.

Двумерная постановка задачи

Расчетная область для двумерной постановки задачи изображена на рисунке 5.43. Теплоноситель поступает через щелевой патрубок и растекается по изогнутому и прямому каналам, моделирующим горизонтальное и вертикальное сечения кольцевой камеры, соответственно. На входе в патрубок задавался расход (граница 1 на рисунке), а на выходе из каналов – атмосферное давление (границы 2, 3). Значение расхода соответствует средней скорости жидкости 2.1 м/с. В нормальном к плоскости растекания направлении использовались периодические граничные условия. Остальные границы представляли стенки каналов и патрубка.

Ось x декартовой системы координат направлена из кольцевой камеры в щелевой патрубок, ось y – вдоль прямого канала, ось z – перпендикулярно плоскости растекания жидкости. Ширина патрубка равна 0.17 м, ширина каналов камеры 0.038 м, длина 0.5 м, радиус закругления изогнутого канала 0.38 м. Декартовы расчетные ячейки в плоскости x, y имеют квадратную форму с длиной сторон $1.23\cdot10^{-3}$ м.

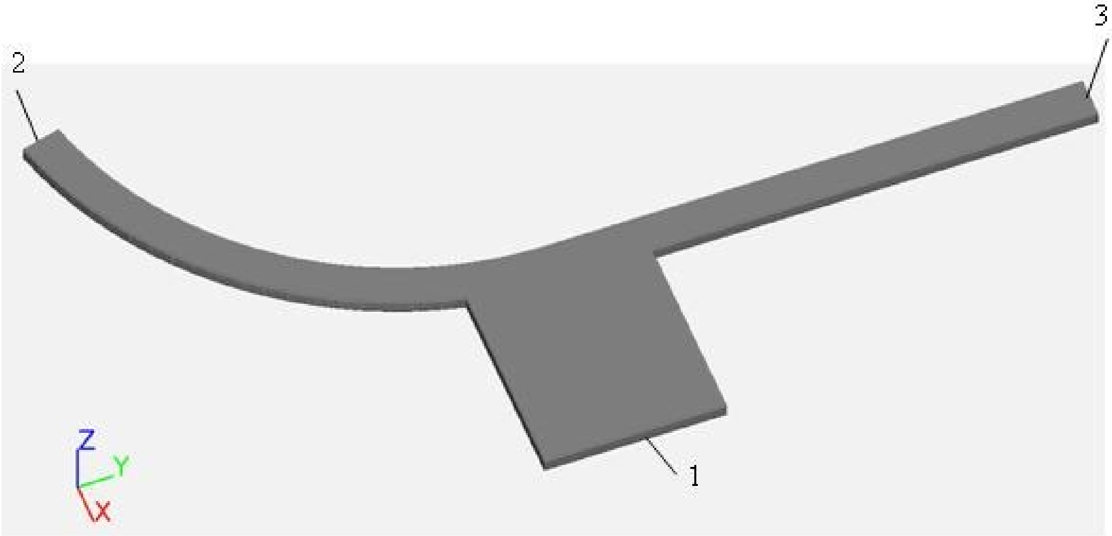
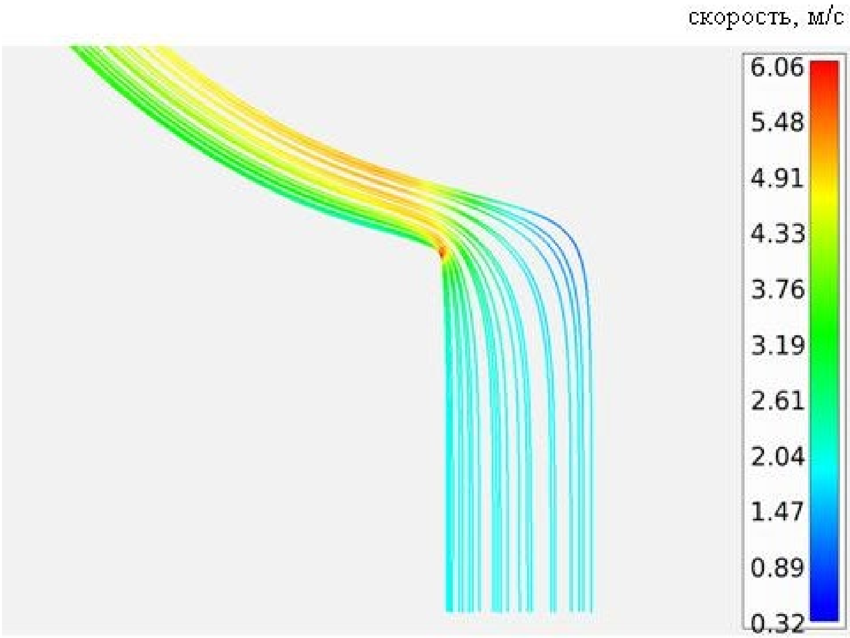


Рисунок 5.43 – Область моделирования двумерной задачи

а)



б)

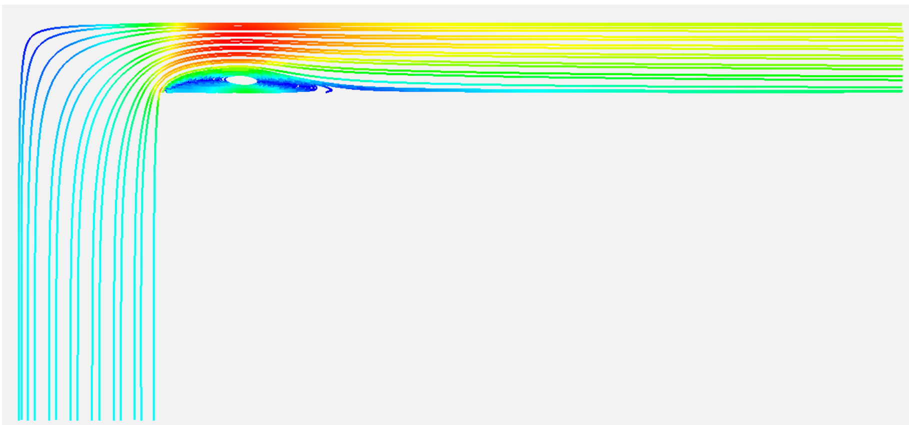


Рисунок 5.44 – Поля скорости (линии тока)

а) Изогнутый канал б) Прямой канал

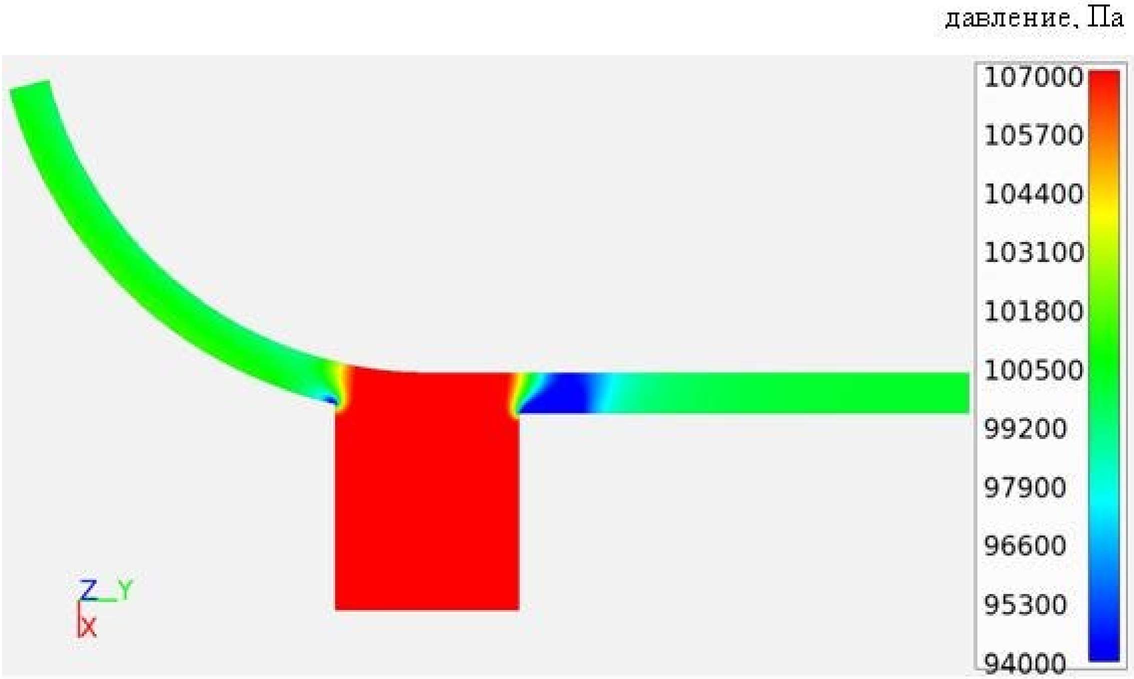


Рисунок 5.45 – Поле давления

В результате расчета для данной задачи было получено, что значение расхода через изогнутый канал на 9.3% больше расхода через прямой канал. Разница расходов обусловлена отличием величин гидравлических сопротивлений в прямом и изогнутом каналах. На рисунках 5.44, 5.45 приведены расчетные линии тока и поля давления в каналах камеры, соответственно. Из рисунков отчетливо видно, что в прямом канале происходит отрыв потока и образование вихревой зоны на внешней стенке камеры вследствие положительного градиента давления при торможении потока по закону Бернулли [155]. В изогнутом канале зона отрыва по алгебраической модели турбулентности отсутствует.

Трехмерная постановка задачи

Расчетная область для трехмерной постановки показана на рисунке 5.46. В расчетной области представлен фрагмент кольцевой камеры в виде сектора. Радиус кольцевой камеры принят равным 0.38 м. Размеры сектора по окружности и по длине составляют 1 м. Ширина зазора между внутренней и внешней стенками равна 0.038м. Теплоноситель поступает в камеру с расходом 47.5 кг/с (средней скоростью 2.1 м/с) через цилиндрический патрубок диаметром 0.17 м, расположенный в центре сектора на внешней стенке. На входе в патрубок задавался расход жидкости (граница 1). На выходных границах фрагмента 2–5 кольцевой камеры фиксировалось атмосферное давление.

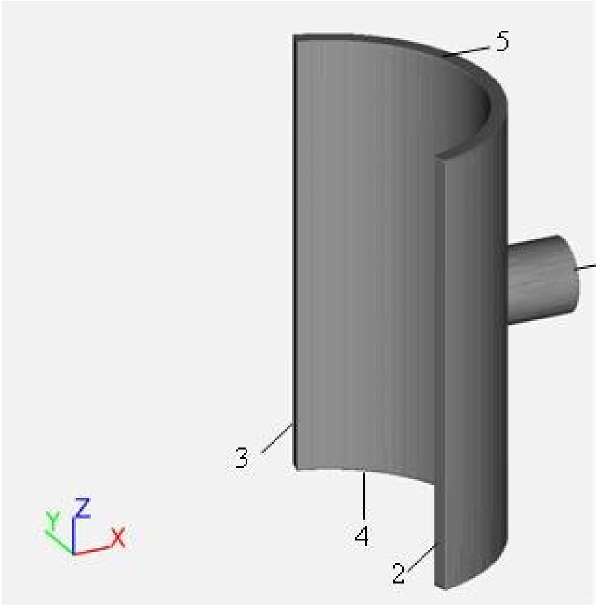


Рисунок 5.46 – Область моделирования трехмерной задачи

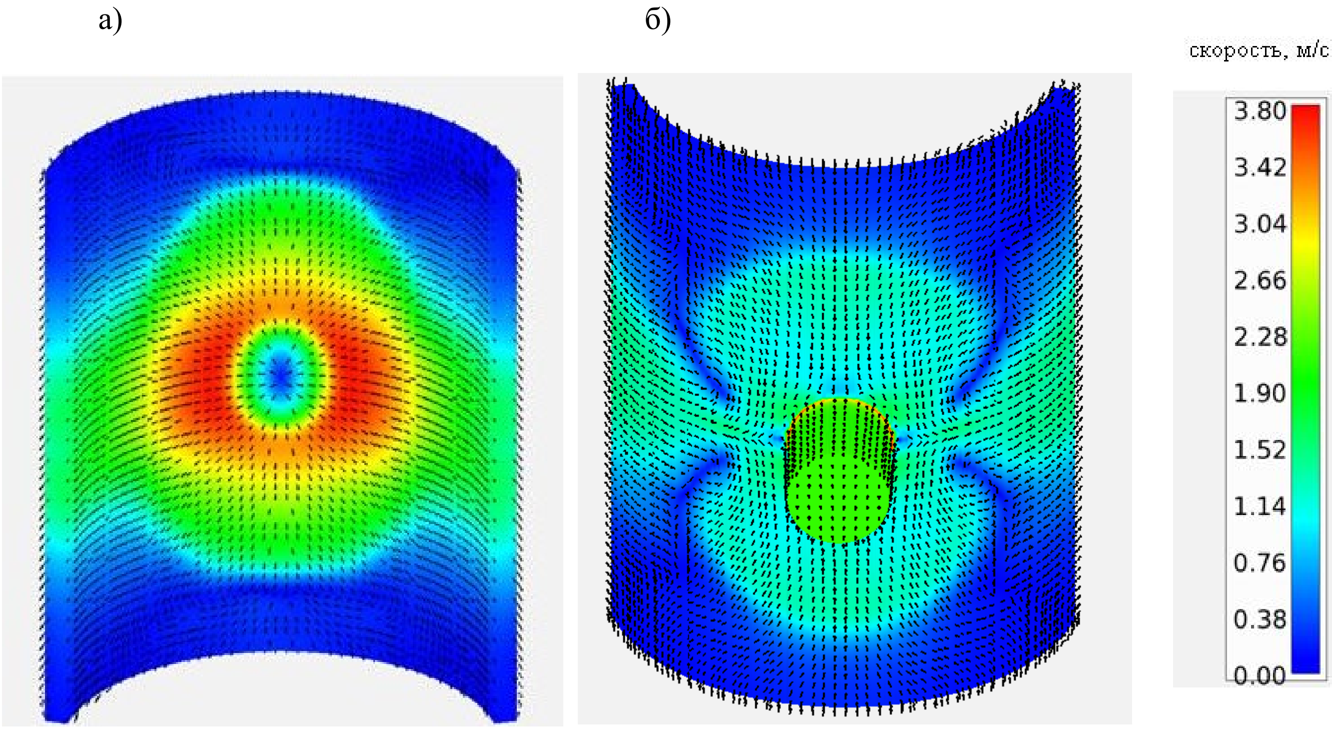


Рисунок 5.47 – Поля скорости вблизи стенок кольцевой камеры радиусом 0.38 м

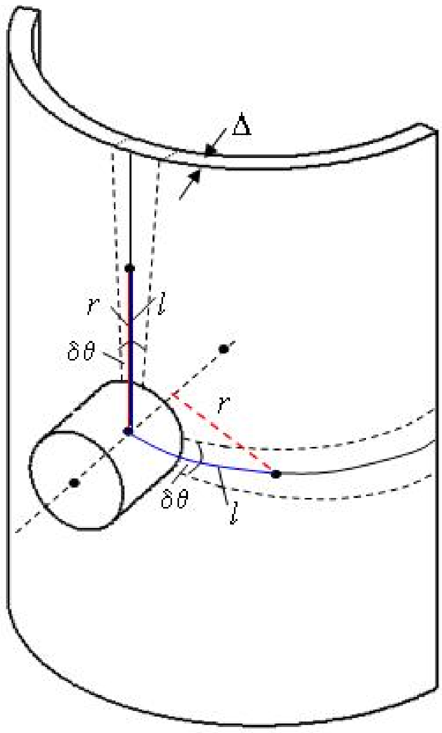
а) Внутренняя б) Внешняя

Для учета потерь давления при втекании жидкости через граничную грань из неподвижной среды в область моделирования давление корректировалось согласно закону Бернулли:

$$P_f = P_a - U_f^2 / (2\rho),$$

где P_a – заданное атмосферное давление, P_f – давление среды на граничной грани, U_f – массовая скорость среды на граничной грани, ρ – плотность среды.

а)



б)

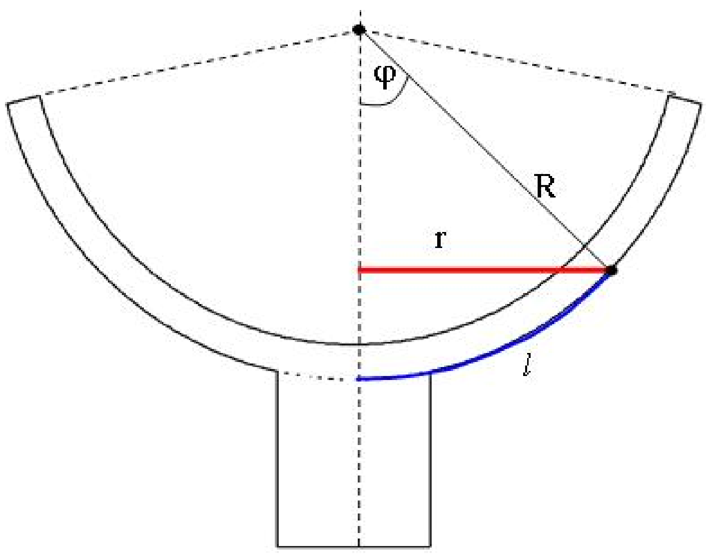


Рисунок 5.48 – Изменение площади проходного сечения кольцевой камеры вдоль линий тока

а) Секторы растекания б) Сечение z=0

Ось x декартовой системы координат направлена в патрубок, ось z – вдоль камеры (в продольном направлении). Начало системы координат расположено в точке пересечения оси патрубка и оси цилиндра кольцевой камеры. Расчетная сетка содержит 1.6 миллиона одинаковых расчетных ячеек. Декартовы ячейки имеют практически форму куба с длиной ребер около $3 \cdot 10^{-3}$ м.Результаты расчетов для изображенной на рисунке 5.46 задачи демонстрируют качественно отличную от двумерной постановки картину растекания теплоносителя по кольцевой камере. На выходе из патрубка поток поступает в кольцевую камеру практически равномерно в радиальных направлениях (относительно оси патрубка). Однако далее растекание жидкости вдоль кольцевой камеры запирается, а в азимутальных направлениях по окружности усиливается. Через границы 2, 3 фрагмента вытекает жидкость с расходом 51.5 кг/с. Через границы 4, 5 вдоль камеры теплоноситель затекает с расходом 4 кг/с. Данный факт проиллюстрирован на рисунке 5.47, где представлены поля скорости около внутренней и внешней стенок.

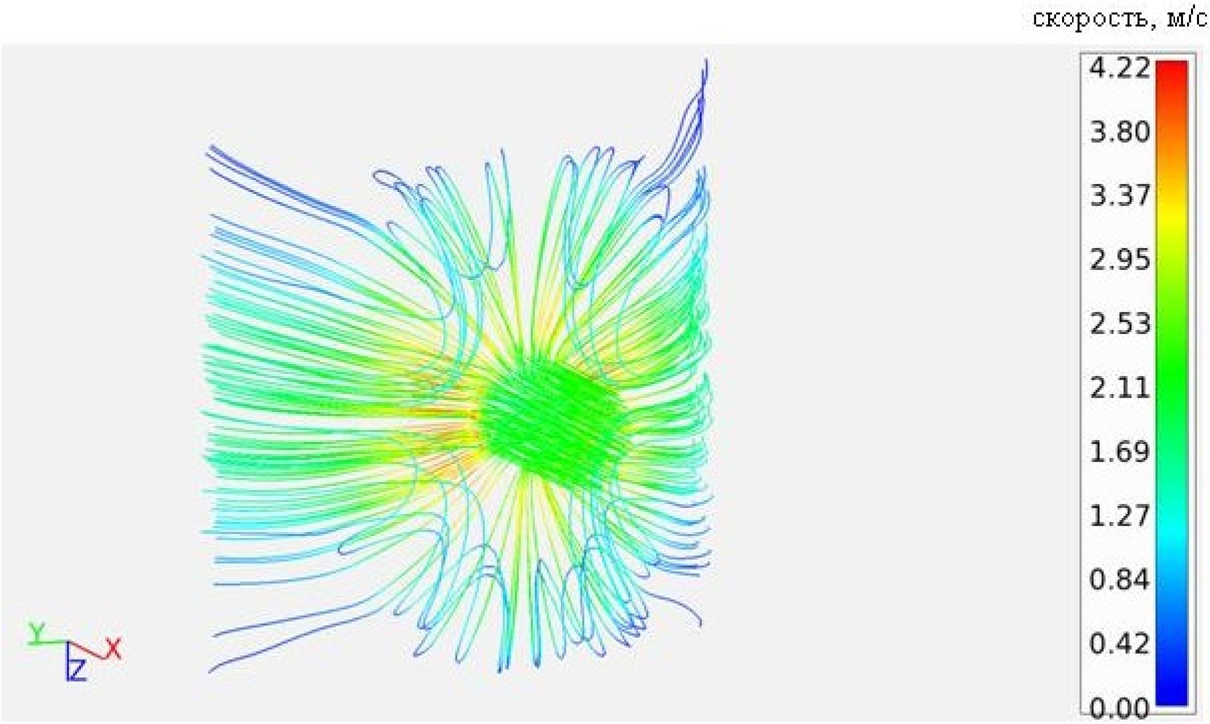
При удалении от патрубка скорость теплоносителя вдоль линий тока уменьшается вследствие увеличения площади проходного сечения. При этом градиент увеличения площади проходного сечения в близких к продольному направлениях камеры больше. Отношение градиентов вдоль оси z и вдоль кольца камеры составляет $1/\cos(l/R)$, где R – радиус кольцевой камеры, l – длина по линии тока от оси патрубка. Это отношение получено из следующих соображений. На рисунке 5.48а выделены два сектора растекания жидкости с малым углом $\delta\theta$ вдоль камеры (сектор 1) и вдоль кольца (сектор 2). Обозначим через Δ ширину зазора камеры. Тогда возрастание площади проходного сечения с увеличением радиуса r от оси патрубка можно записать в виде соотношения: $S = r \cdot \delta\theta \cdot \Delta$. Для сектора 1 $r=l$, а для сектора 2 $r=R\sin\varphi=R\sin(l/R)$ (см. рисунок 5.48б). В предельном случае $R \to \infty$ для сектора 2 значение $r \to l$. Продифференцировав зависимости $r(l)$ получим искомый результат.

Гидравлическое сопротивление повышается при изменении радиального направления относительно оси патрубка от азимутального к продольному, что подтверждается в [155] и расчетами задачи в двумерной постановке.

Благодаря указанным выше двум факторам расход жидкости вдоль камеры к границам 4, 5 уменьшается, а вдоль кольца камеры к границам 2, 3 растет. В результате согласно закону Бернулли (с учетом потерь на трение) возникает градиент давления, который провоцирует перетечку теплоносителя от продольного направления к азимутальному направлению. Данный процесс имеет положительную обратную связь, что вызывает стагнацию поступающего из патрубка потока вдоль камеры.

Следствием торможения потока в продольном направлении является положительный градиент давления, который создает условие для затекания жидкости через границы 4, 5. На рисунке 5.47 показано, что вдоль кольцевой камеры реализуется противоточное течение: поток около внутренней стенки, поступающий из патрубка, и поток через границы 4, 5 вблизи внешней стенки. Противоположные потоки от патрубка и через границы 4, 5 отклоняются в азимутальном направлении, увеличивая расход вытекания через границы 2, 3. Причем первый поток отклоняется на расстоянии порядка двух диаметров от патрубка, а второй – вблизи патрубка. Это хорошо видно из иллюстраций линий тока, проведенных из патрубка и из границы вдоль камеры, которые показаны на рисунке 5.49.

а)



б)

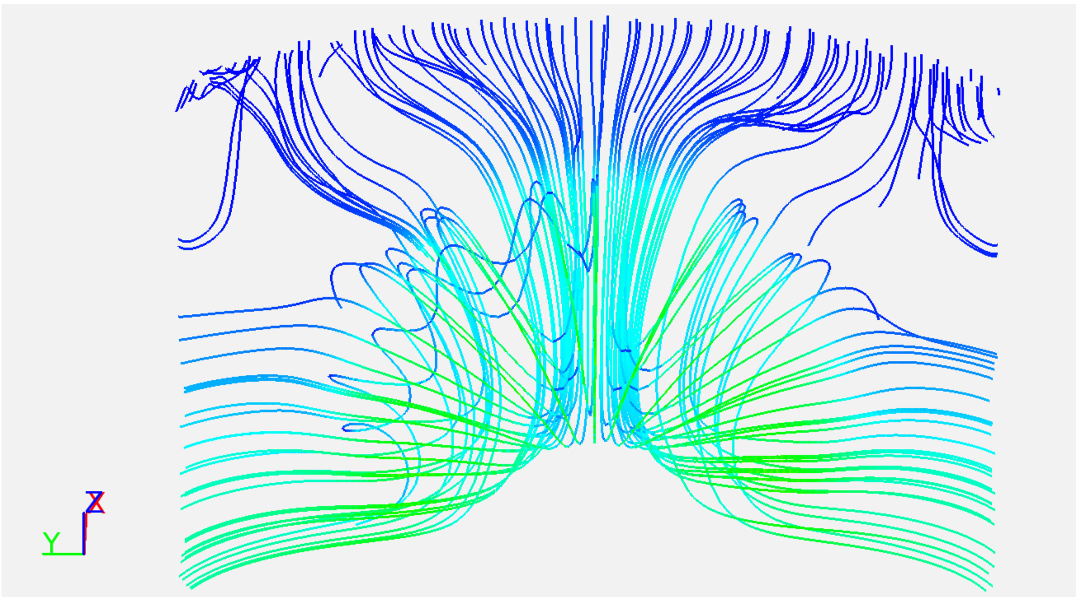


Рисунок 5.49 – Расчетные линии тока

а) Из патрубка б) Из границы вдоль кольцевой камеры

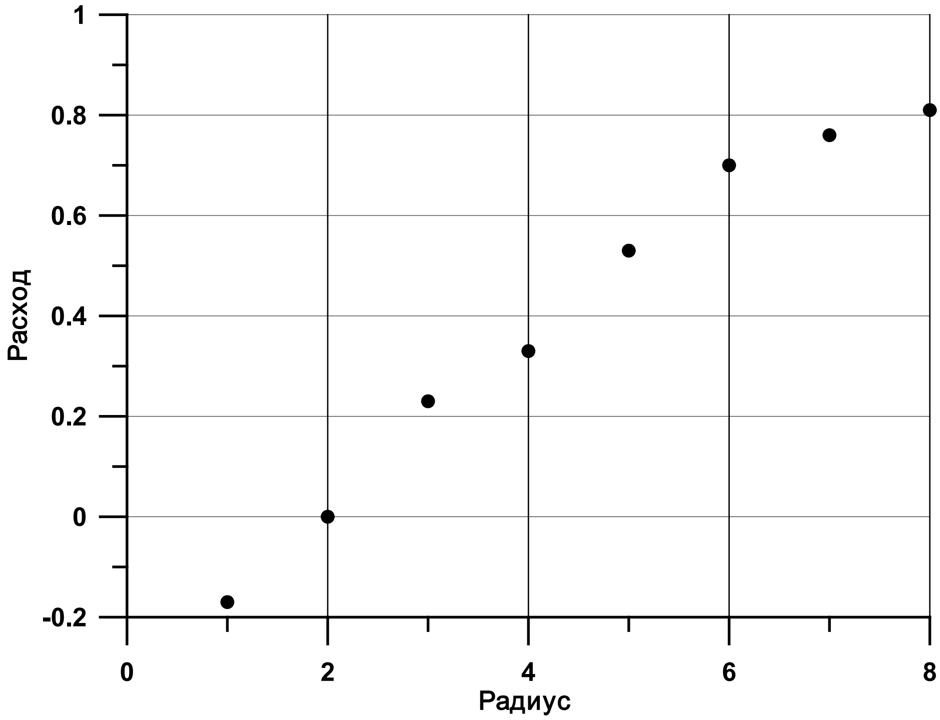
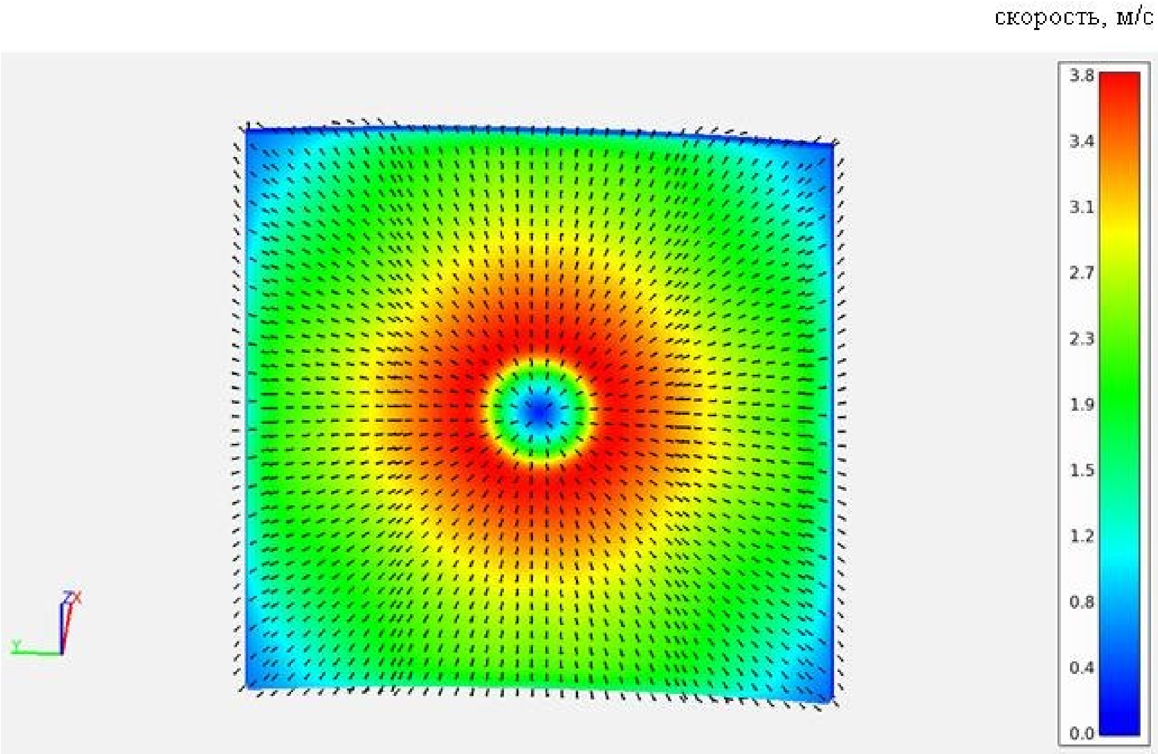


Рисунок 5.50 – Зависимость расхода жидкости через границы вдоль камеры от радиуса ее кольца

При увеличении радиуса кольцевой камеры расходы жидкости через границы фрагмента камеры выравниваются. На рисунке 5.50 представлена расчетная зависимость расхода через границу вдоль камеры от радиуса ее кольца. Расход на рисунке приведен к половине расхода, поступающего в патрубок, а радиус нормирован на величину 0.38 м. Когда радиус становится больше 0.76 м, начинается вытекание жидкости через границы 4, 5.

На рисунке 5.51 изображено поле скорости вблизи стенок кольцевой камеры большого радиуса 3.04 м. При этом радиусе растекание теплоносителя по внутренней стенке практически изотропно. Вдоль внешней стенки наблюдается втекание теплоносителя, вызванное расширением потока из патрубка и, соответственно, положительным градиентом давления вдоль линий тока. То есть выход теплоносителя из камеры осуществляется около внутренней стенки. Входящий в камеру поток жидкости движется к патрубку вблизи внешней стенки и добавляется к потоку от патрубка.

а)



б)

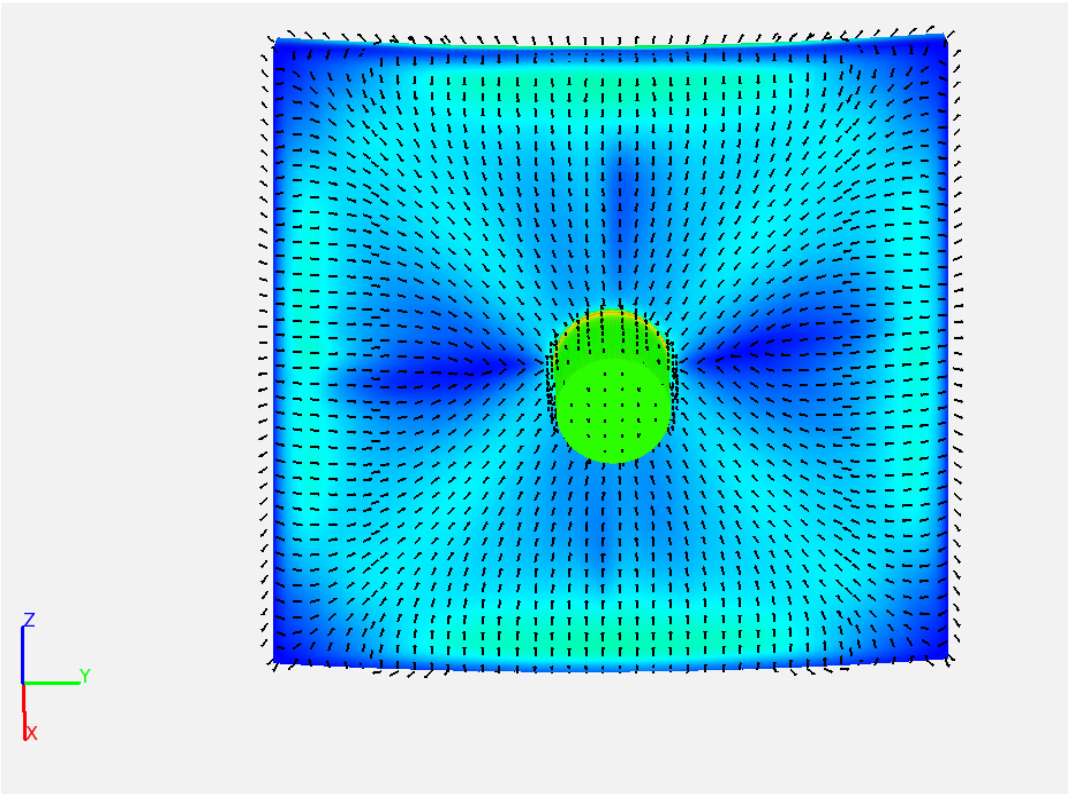


Рисунок 5.51 – Поля скорости вблизи стенок кольцевой камеры радиусом 3.04 м

а) Внутренняя   б) Внешняя

5.5 Основные положения

1. С целью верификации связки 3D и 1D моделей кода КОРСАР/CFD проведены расчеты экспериментов, выполненных на четырехпетлевом стенде в ОКБ "ГИДРОПРЕСС" с моделью реактора ВВЭР–1000 и на шестом блоке АЭС Козлодуй для изучения процессов перемешивания теплоносителя в напорной камере.

   На четырехпетлевом стенде моделировались процессы перемешивания при проникновении из холодной нитки теплоносителя с повышенной концентрацией соли в активную зону при пуске одного циркуляционного насоса и при функционировании различного количества насосов.

   На АЭС Козлодуй был реализован эксперимент с повышением температуры теплоносителя в холодной нитке одной петли вследствие отсечения парогенератора.

2. На основе численного моделирования трех режимов с несимметричной работой оборудования петель теплообмена проведена кросс–верификация трехмерной в CFD приближении и квазитрехмерной 1D моделей расчетного кода КОРСАР/CFD для напорной камеры. Расчеты выполнены с использованием файла входных данных реакторной установки с ВВЭР–1000, разработанного специалистами Главного конструктора РУ ВВЭР ОКБ "ГИДРОПРЕСС".

   Результаты расчетов при применении квазитрехмерной многоканальной модели камеры реактора весьма чувствительны к изменению расчетной схемы, особенно для режима с подключением ГЦН к двум работающим.

   Проведение кросс–верификации 3D и 1D моделей напорной камеры является дополнительным инструментом настройки и проверки адекватности квазитрехмерных расчетных схем напорной камеры.

3. Результаты расчетов демонстрируют анизотропное растекание жидкости в кольцевой области напорной камеры. Поступающий из патрубков поток теплоносителя движется азимутально в обе стороны, приобретая направление в нижнюю камеру при слиянии азимутальных потоков. Под патрубками работающих петель образуются области стагнации потоков. Описная картина течения определяет проникновение возмущения по концентрации либо по температуре теплоносителя в активную зону в виде сектора.

4. Показано, что причиной такой картины течения в кольцевой области камеры являются различия градиента увеличения площади проходного сечения и гидравлического сопротивления в радиальных направлениях относительно оси патрубка. Градиент увеличения площади проходного сечения и гидравлическое сопротивление повышаются при изменении радиального направления от азимутального до продольного вдоль камеры.

Происходит перетекание теплоносителя, вызывающее запирание потока вдоль камеры и развитие течения вдоль азимутального направления.

5. Незначительная асимметрия профиля скорости теплоносителя во входных патрубках в плоскости их расположения (вызванная, например, наклоном патрубков или поворотом трубопроводов холодных ниток) вызывает угловое смещение (поворот) сектора проникновения возмущения.

6 ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКОВ В ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ СБОРКАХ РЕАКТОРОВ ПО КОДУ DINUS

В период с 2005 г. по 2011 г. автором диссертации создан специализированный код DINUS (**d**irect **nu**merical **s**imulation) для прямого численного моделирования теплогидравлических процессов в ТВС активных зон реакторов. Исключением для применения кода являются ТВС, имеющие твэлы с навивкой и дистанционирующие решетки с завихрителями. С помощью кода DINUS по разработанной автором методике проведены расчеты коэффициентов трения и теплообмена с поверхностью твэлов, а также коэффициентов межъячеечного обмена для сборок с треугольной упаковкой [191–198]. Работа выполнена при финансовой поддержке АО ОКБ "ГИДРОПРЕСС" по техническому заданию [199].

6.1 Математическая модель

Проточная часть сборок в коде DINUS представляется как система последовательно соединенных каналов с произвольным, но постоянным вдоль канала по осевому направлению поперечным сечением двух типов: область между дистанционирующими решетками и область дистанционирующих решеток.

Реальная геометрия поперечного сечения каналов в физической плоскости декартовых координат отображается в квадратную расчетную плоскость обобщенных (криволинейных) координат. Дискретные аналоги преобразованных уравнений сохранения в расчетной плоскости получаются конечно–разностным методом. Данный подход, в отличие от метода конечных элементов, позволяет использовать компактные диссипативные схемы высокого порядка точности для аппроксимации конвективных членов, что очень важно при прямом численном моделировании.

Поскольку конечно–разностные сетки в сечениях разнотипных каналов существенно различаются, осевые сеточные линии на граничной плоскости каналов имеют разрыв. Предлагается разработанная автором модификация численного алгоритма для учета разрыва осевых сеточных линий.

6.1.1 Математическая постановка задачи

Уравнения сохранения в каналах ТВС записываются в обобщенных (криволинейных) координатах [200, 201]:

$$\xi_1 = \xi_1(x_1, x_2), \quad \xi_2 = \xi_2(x_1, x_2), \quad \xi_3 = x_3, \tag{6.1}$$

где x_1, x_2 – декартовы координаты в плоскости поперечного сечения канала, x_3 – декартова координата по осевому направлению. В предположении, что среда однофазная, несжимаемая, с постоянными свойствами, система уравнений Навье–Стокса имеет следующий вид:

– уравнение неразрывности

$$\sum_{l=1}^{3} \frac{\partial U_l}{\partial \xi_l} = 0, \tag{6.2}$$

– уравнение сохранения количества движения для компонентов скорости u_i в декартовых координатах

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -C_i - G_i + D_i + R_i, \quad i = \overline{1,3}. \tag{6.3}$$

В уравнении (6.2) U_i – объемные потоки через поверхность, перпендикулярную к координатам ξ_i:

$$U_i = J \sum_{l=1}^{3} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_l} u_l, \tag{6.4}$$

где $J = \det(\partial x_l / \partial \xi_s)$ – Якобиан обратного преобразования (отношения объемов элементарных ячеек в физической и расчетной областях).

В уравнении (6.3) C_i – конвективные члены в неконсервативной форме:

$$C_i = \frac{1}{J} \sum_{l=1}^{3} U_l \frac{\partial u_i}{\partial \xi_l}, \tag{6.5}$$

G_i – градиентные члены кинематического давления (отнесенного к плотности):

$$G_i = \sum_{l=1}^{3} \frac{\partial \xi_l}{\partial x_i} \frac{\partial P}{\partial \xi_l}, \tag{6.6}$$

D_i – диффузионные члены:

$$D_i = \frac{\nu}{J} \sum_{l=1}^{3} \frac{\partial}{\partial \xi_l} \sum_{s=1}^{3} T^{ls} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_s}, \tag{6.7}$$

где ν – кинематическая вязкость,

T^{il} – произведение Якобиана на контравариантный метрический тензор (или тензор скошенности сетки):

$$T^{il} = J \sum_{s=1}^{3} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_s} \cdot \frac{\partial \xi_l}{\partial x_s}, \tag{6.8}$$

R_i – источниковые члены.

Метрические коэффициенты преобразования $\partial\xi_l/\partial x_s$ значительно проще рассчитывать на конечно–разностной сетке через метрические коэффициенты обратного преобразования. В случае двумерного преобразования (6.1):

$$\frac{\partial\xi_1}{\partial x_1}=\frac{1}{J}\frac{\partial x_2}{\partial\xi_2},\qquad \frac{\partial\xi_2}{\partial x_2}=\frac{1}{J}\frac{\partial x_1}{\partial\xi_1},$$

$$\frac{\partial\xi_1}{\partial x_2}=-\frac{1}{J}\frac{\partial x_1}{\partial\xi_2},\quad \frac{\partial\xi_2}{\partial x_1}=-\frac{1}{J}\frac{\partial x_2}{\partial\xi_1},$$

где

$$J=\frac{\partial x_1}{\partial\xi_1}\cdot\frac{\partial x_2}{\partial\xi_2}-\frac{\partial x_1}{\partial\xi_2}\cdot\frac{\partial x_2}{\partial\xi_1}.$$

С целью моделирования переноса концентрации и энергии в потоке к системе уравнений Навье–Стокса добавляется уравнение сохранения скалярной величины Ф:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t}=-C_\Phi+D_\Phi+R_\Phi, \tag{6.9}$$

в котором конвективный член C_Φ записывается в консервативной форме: $C_\Phi=\frac{1}{J}\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial}{\partial\xi_l}\left(U_l\Phi\right)$,

а диффузионный член D_Φ выражается аналогично (6.7), R_Φ – источник скалярной величины.

На открытых границах области моделирования используются периодические граничные условия. На стенке задаются значения компонентов скорости u_i, а также либо значение скалярной величины, либо плотности ее потока. Дополнительно для расчета поля давления принимается равенство нулю производной давления по нормали к стенке.

6.1.2 Метод численного решения

Дискретизация членов уравнений сохранения по пространству в плоскости поперечного сечения осуществляется конечно–разностным методом на совмещенной сетке (рисунок 6.1). Все зависимые переменные u_i, P, Ф определяются в центре расчетных ячеек. Объемные потоки U_i в конвективных членах уравнений сохранения рассчитываются на гранях расчетных ячеек. Вдоль канала используется шахматная сетка.

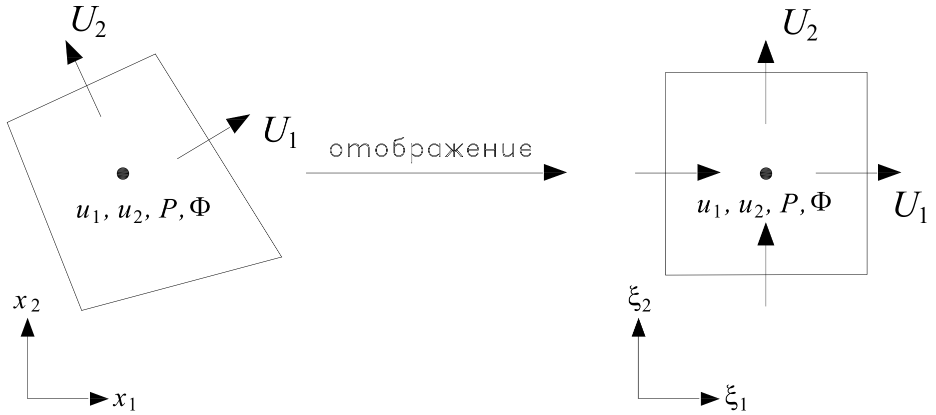


Рисунок 6.1 – Расчетная ячейка на совмещенной сетке в плоскости поперечного сечения канала

Адекватность численного моделирования турбулентных потоков определяется, главным образом, точностью аппроксимации конвективных членов (6.5). При этом возникают дополнительные ошибки, связанные с неразличимостью высокочастотных составляющих турбулентных пульсаций на конечной разностной сетке. Наименьшая длина волны, которая различается на данной сетке, равна удвоенной длине расчетной ячейки. Известно, что энергия турбулентности переносится от больших вихрей к меньшим вихрям, а энергия малых вихрей диссипирует во внутреннюю энергию потока. Поскольку на конечной разностной сетке механизм диссипации энергии подавлен, энергия коротковолновых составляющих перераспределяется и переходит к длинноволновым составляющим, искажая их и даже приводя к численной неустойчивости. В связи с этим в работе [202] было показано, что использование высокоточных ориентированных аппроксимаций для конвективных членов, обладающих искусственной вязкостью, обеспечивает необходимый диссипативный механизм для малых вихрей.

В коде DINUS для получения дискретных аналогов конвективных членов применяется ориентированная шеститочечная схема пятого порядка точности. Остальные члены уравнений аппроксимируются по центрально–разностной схеме второго порядка точности.

При интегрировании уравнений сохранения по времени используется трехэтапная схема Рунге–Кутта [203], которая устойчива при выполнении условия Куранта и имеет второй порядок точности. В данной схеме шаг интегрирования *Δt* разбивается на три внутренних шага (этапа) $\gamma_1 \Delta t, (\gamma_2 + \zeta_2)\Delta t$ и $(\gamma_3 + \zeta_3)\Delta t$, где $\gamma_1 = 8/15$, $\gamma_2 = 5/12$, $\gamma_3 = 3/4$, $\zeta_2 = -17/60$, $\zeta_3 = -5/12$. Легко проверить, что $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \zeta_2 + \zeta_3 = 1$. На каждом этапе вычисляются предварительные значения компонентов скорости без учета градиентных членов по давлению $\tilde{u}_i^s$ (s – номер этапа) на временных слоях $n + \gamma_1$, $n + \gamma_1 + \gamma_2 + \zeta_2$ и n+1 (n – предыдущий временной слой). На первых двух этапах эти компоненты скорости корректируются по известному полю давления с предыдущего временного шага n, а скорректированные компоненты $u^{n+\gamma 1}$, $u^{n+\gamma 1+\gamma 2+\zeta 2}$ используются при расчете диффузионных и конвективных членов на следующих этапах. На последнем этапе из дополнительного условия неразрывности потока определяется поле давления на новом временном шаге n+1, по которому корректируются компоненты скорости $\tilde{u}_i^3$ и получается окончательное поле скорости u_i^{n+1}. Схему интегрирования можно записать следующим образом:

Этап 1

$$\frac{\tilde{u}_i^{1} - u_i^n}{\Delta t} = \gamma_1\left(D_i^n - C_i^n\right), \tag{6.10}$$

$$\frac{u_i^{n+\gamma 1} - \tilde{u}_i^{1}}{\Delta t} = -\gamma_1 G_i^n . \tag{6.11}$$

Этап 2

$$\frac{\tilde{u}_i^2 - \tilde{u}_i^{1}}{\Delta t} = \gamma_2\left(D_i^{n+\gamma 1} - C_i^{n+\gamma 1}\right) + \zeta_2\left(D_i^n - C_i^n\right), \tag{6.12}$$

$$\frac{u_i^{n+\gamma 1+\gamma 2+\zeta 2} - \tilde{u}_i^2}{\Delta t} = -\left(\gamma_1 + \gamma_2 + \zeta_2\right) G_i^n . \tag{6.13}$$

Этап 3

$$\frac{\tilde{u}_i^3 - \tilde{u}_i^2}{\Delta t} = \gamma_3\left(D_i^{n+\gamma 1+\gamma 2+\zeta 2} - C_i^{n+\gamma 1+\gamma 2+\zeta 2}\right) + \zeta_3\left(D_i^{n+\gamma 1} - C_i^{n+\gamma 1}\right), \tag{6.14}$$

$$\frac{u_i^{n+1} - \tilde{u}_i^3}{\Delta t} = -G_i^{n+1}, \tag{6.15}$$

$$\sum_{l=1}^{3} \frac{\delta U_l^{n+1}}{\delta \xi_l} = 0 . \tag{6.16}$$

Эллиптическое уравнение для давления на новом временном шаге получается из совместного решения уравнений (6.15), (6.16) методом Рай и Чоу [204], модифицированным применительно к решению уравнений Навье–Стокса в обобщенных координатах. Суть метода заключается в следующем. Уравнение сохранения количества движения (6.15) можно формально записать для компонентов скорости на гранях расчетных ячеек:

$$\left(u_i^{n+1}\right)_{\text{грань}} = \left(\tilde{u}_i^3\right)_{\text{грань}} - \Delta t\left(G_i^{n+1}\right)_{\text{грань}} . \tag{6.17}$$

Комбинируя (6.17), (6.4) и (6.6), получим уравнение для объемных потоков на новом временном слое в виде:

$$U_l^{n+1} = \tilde{U}_l^3 - \Delta t \sum_{s=1}^{3} T^{ls} \frac{\delta P^{n+1}}{\delta \xi_s}, \tag{6.18}$$

где $\tilde{U}_l^3$ – предварительные значения объемных потоков на третьем этапе схемы, вычисляемые из соотношения (6.4) по предварительным значениям $\tilde{u}_i^3$ на гранях расчетных ячеек. Последние определяются с помощью одномерной кубической интерполяции по значениям в центре расчетных ячеек.

Подставляя (6.18) в (6.16), получаем уравнение Пуассона для давления:

$$\sum_{l=1}^{3} \frac{\delta}{\delta \xi_l} \sum_{s=1}^{3} T^{ls} \frac{\delta P^{n+1}}{\delta \xi_s} = \frac{1}{\Delta t} \sum_{l=1}^{3} \frac{\delta \tilde{U}_l^3}{\delta \xi_l}, \tag{6.19}$$

коэффициенты которого содержат только компоненты тензора скошенности сетки.

Дискретизация смешанных производных уравнения (6.19) вблизи стенок, в случае неортогональных сеток, требует использования фиктивных узловых точек. Значение давления в них определяется из условия равенства нулю производной по нормали к поверхности стенок:

$$\sum_{s=1}^{3} T^{ls} \frac{\delta P^{n+1}}{\delta \xi_s} = 0, \tag{6.20}$$

что соответствует (согласно (6.18)), условию $\tilde{U}_l^3 = U_l^{n+1}$.

Эллиптическое уравнение Пуассона (6.19) решается многосеточным методом в комбинации с методом декомпозиции области [142, 205], что позволяет обеспечить высокую степень сходимости и хорошую эффективность распараллеливания алгоритма. В качестве релаксационной процедуры многосеточного метода применяется неполное блочное LU [142] разложение в сочетании с методом быстрого преобразования Фурье вдоль координаты x_3 [206]. Алгоритм неполного блочного LU разложения обеспечивает хорошую сходимость многосеточного метода применительно к эллиптическому уравнению общего вида (6.17) с существенно переменными и анизотропными коэффициентами.

После определения поля скорости уравнение переноса скалярной величины Φ интегрируется по времени также с использованием трехэтапной схемы Рунге–Кутта.

6.1.3 Разрыв осевых сеточных линий

На рисунке 6.2 представлен фрагмент стыковки двух каналов с разрывом осевых сеточных линий. По осевому направлению грани на выходе последних расчетных ячеек левого канала (обозначение верхний индекс *l*) и грани на входе первых расчетных ячеек правого канала (обозначение верхний индекс *r*) лежат на одной граничной плоскости. Пересечение граней на граничной плоскости образует множество минимальных граничных ячеек. Грани каналов являются совокупностью нескольких минимальных граничных ячеек.

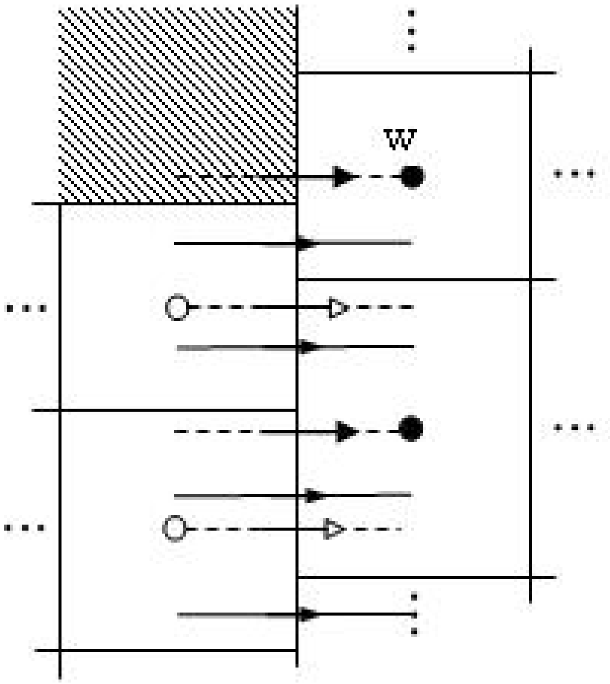


Рисунок 6.2 – Фрагмент стыковки каналов с разрывом осевых сеточных линий

⟶▷ – грани левого канала
⟶ – грани правого канала
⟶ – минимальные граничные ячейки
●, ○ – центры расчетных ячеек (узловые точки)

На каждом этапе схемы интегрирования по времени (уравнения (6.10), (6.12), (6.14)) при расчете конвективных и диффузионных членов по осевой координате в узловых точках вблизи границы каналов используются значения зависимых переменных в соседнем канале. В случае разрыва сеточных линий необходима интерполяция значения переменных с расчетной сетки соседнего канала на воображаемое продолжение (проекцию) данного канала. На рисунке проекции изображены пунктирными линиями. Для этой цели в коде DINUS реализована двумерная квадратичная интерполяция третьего порядка точности. В ситуации, когда проекция осевой сеточной линии не пересекается с областью соседнего канала (линия *w* на рисунке 6.2) принимаются граничные условия на стенке:

$$u_i = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} = 0. \qquad (6.21)$$

Чтобы в дальнейшем не загромождать формулы индексами, введем следующие обозначения для осевой компоненты скорости и осевого объемного потока: $w = u_3$, $W = U_3$.

Наиболее сложной проблемой при разрыве сеточных линий является нахождение поля давления в завершении последнего этапа трехэтапной схемы Рунге–Кутта. Необходимым условием решения уравнения Пуассона для давления (6.19) в случае несжимаемой жидкости при граничных условиях Неймана или периодических граничных условиях, соответствующих постановке задачи прямого численного моделирования, является равенство нулю суммы всех источников по области моделирования. Когда сеточные линии непрерывные, данное условие обеспечивается автоматически использованием шахматной сетки для объемных потоков. При разрыве осевых сеточных линий не выполняется условие консервативности на граничной плоскости:

$$\sum_{i=1}^{N_1^l}\sum_{j=1}^{N_2^l}\tilde{W}^l_{i,j,N_3^l+1} \neq \sum_{i=1}^{N_1^r}\sum_{j=1}^{N_2^r}\tilde{W}^r_{i,j,1}, \tag{6.22}$$

где N_1, N_2 – количество участков разбиения в поперечном сечении каналов, N_3 – количество участков разбиения вдоль каналов. Не выполнение условия консервативности не может обеспечить равенство нулю суммарного источника уравнения Пуассона, что требует существенной модификации численного алгоритма.

После решения уравнений (6.14) для каждого канала получим два поля предварительных значений осевых скоростей на левой и правой гранях: $\tilde{w}^l_{i,j,N_3^l+1}$ для $i=\overline{1,N_1}^l$, $j=\overline{1,N_2}^l$, $\tilde{w}^r_{i,j,1}$ для $i=\overline{1,N_1}^r$, $j=\overline{1,N_2}^r$ (номер третьего этапа в обозначении опущен). Далее, используя двумерную интерполяцию, определяем предварительные значения скоростей в минимальных граничных ячейках:

$$\tilde{w}_\alpha = \mathrm{INT}\left(\tilde{w}^l_{i,j,N_3^l+1}, \tilde{w}^r_{i,j,1}\right), \tag{6.23}$$

где α – номера минимальных граничных ячеек. В настоящее время применяется линейная интерполяция второго порядка точности по значениям либо $\tilde{w}^l_{i,j,N_3^l+1}$, либо $\tilde{w}^r_{i,j,1}$ в зависимости от того, центр какой грани расположен ближе к центру конкретной минимальной граничной ячейки.

Вместо уравнения (6.17) для осевой скорости на новом временном шаге в каждой минимальной граничной ячейке можно записать:

$$w_\alpha^{n+1} = \tilde{w}_\alpha - \frac{\Delta t}{\Delta x_3}\left(P_\alpha^r - P_\alpha^l\right)^{n+1}. \tag{6.24}$$

В соотношении (6.24) P_α^r, P_α^l – давления в точках пересечения проекции осевой линии, проходящей через центр минимальной граничной ячейки, с плоскостями сечения центров ближайших расчетных ячеек правого и левого каналов, соответственно (тонкие линии на рисунке 2)

Тогда вместо (6.18) для объемных потоков на граничной плоскости получим:

$$\left(W^{l}_{i,j,N_3^l+1}\right)^{n+1} = \sum_{\alpha\in\omega^{l}_{i,j}} \tilde{w}_\alpha S_\alpha - \frac{\Delta t}{\Delta x_3} \sum_{\alpha\in\omega^{l}_{i,j}} \left(P^{r}_\alpha - P^{l}_\alpha\right)^{n+1} S_\alpha \,,$$
$$\left(W^{r}_{i,j,1}\right)^{n+1} = \sum_{\alpha\in\omega^{r}_{i,j}} \tilde{w}_\alpha S_\alpha - \frac{\Delta t}{\Delta x_3} \sum_{\alpha\in\omega^{r}_{i,j}} \left(P^{r}_\alpha - P^{l}_\alpha\right)^{n+1} S_\alpha \,, \qquad (6.25)$$

где $\omega^{l}_{i,j}$, $\omega^{r}_{i,j}$ – множество минимальных граничных ячеек, принадлежащих граням левого и правого каналов, соответственно, S_α – площадь минимальных граничных ячеек.

Если принять линейный профиль распределения давления в плоскости поперечного сечения расчетных ячеек $\left(i,j,N_3^l\right)$, $(i,j,1)$, то есть рассчитывать P^{l}_α, P^{r}_α с помощью двумерной линейной интерполяции, будут верны соотношения:

$$\sum_{\alpha\in\omega^{l}_{i,j}} P^{l}_\alpha S_\alpha = P^{l}_{i,j,N_3^l} J^{l}_{i,j} \,, \quad \sum_{\alpha\in\omega^{r}_{i,j}} P^{r}_\alpha S_\alpha = P^{r}_{i,j,1} J^{r}_{i,j} \,. \qquad (6.26)$$

В этом случае выражение (6.25) можно переписать в виде:

$$\left(W^{l}_{i,j,N_3^l+1}\right)^{n+1} = \sum_{\alpha\in\omega^{l}_{i,j}} \tilde{w}_\alpha S_\alpha - \frac{\Delta t}{\Delta x_3} \left(\sum_{\alpha\in\omega^{l}_{i,j}} P^{r}_\alpha S_\alpha - P^{l}_{i,j,N_3^l} J^{l}_{i,j} \right)^{n+1} ,$$
$$\left(W^{r}_{i,j,1}\right)^{n+1} = \sum_{\alpha\in\omega^{r}_{i,j}} \tilde{w}_\alpha S_\alpha - \frac{\Delta t}{\Delta x_3} \left(P^{r}_{i,j,1} J^{r}_{i,j} - \sum_{\alpha\in\omega^{r}_{i,j}} P^{l}_\alpha S_\alpha \right)^{n+1} . \qquad (6.27)$$

Подставляя (6.27) в (6.16), получим уравнение Пуассона для давления в ближайших к граничной плоскости узловых точках $\left(i,j,N_3^l\right)$ и $(i,j,1)$:

$$
\begin{aligned}
&\sum_{l=1}^{2}\frac{\delta}{\delta\xi_l}\sum_{s=1}^{2}T^{ls}\frac{\delta P^{n+1}}{\delta\xi_s}+\frac{J^l_{i,j}}{\Delta x_3^2}\left(P^l_{i,j,N_3^l-1}-2P^l_{i,j,N_3^l}+\sum_{\alpha\in\omega^l_{i,j}}P^r_\alpha S^l_\alpha\right)^{n+1}=\\
&=\frac{1}{\Delta t}\left(\sum_{l=1}^{2}\frac{\delta\tilde{U}^3_l}{\delta\xi_l}+\left(\tilde{W}^l_{i,j,N_3^l}-\sum_{\alpha\in\omega^l_{i,j}}\tilde{w}_\alpha S_\alpha\right)\Big/\Delta x_3\right),\\
&\sum_{l=1}^{2}\frac{\delta}{\delta\xi_l}\sum_{s=1}^{2}T^{ls}\frac{\delta P^{n+1}}{\delta\xi_s}+\frac{J^r_{i,j}}{\Delta x_3^2}\left(\sum_{\alpha\in\omega^r_{i,j}}P^l_\alpha S^r_\alpha-2P^r_{i,j,1}+P^r_{i,j,2}\right)^{n+1}=\\
&=\frac{1}{\Delta t}\left(\sum_{l=1}^{2}\frac{\delta\tilde{U}^3_l}{\delta\xi_l}+\left(\sum_{\alpha\in\omega^r_{i,j}}\tilde{w}_\alpha S_\alpha-\tilde{W}^r_{i,j,1}\right)\Big/\Delta x_3\right),
\end{aligned}
\tag{6.28}
$$

где $S^l_\alpha=S_\alpha\big/J^l_{i,j}$, $S^r_\alpha=S_\alpha\big/J^r_{i,j}$.

Из уравнений (6.28) следует, что, согласно модифицированному численному алгоритму, предварительные значения объемных потоков на граничной плоскости рассчитываются по соотношениям:

$$
\tilde{W}^l_{i,j,N_3^l+1}=\sum_{\alpha\in\omega^l_{i,j}}\tilde{w}_\alpha S_\alpha\ ,\quad \tilde{W}^r_{i,j,1}=\sum_{\alpha\in\omega^r_{i,j}}\tilde{w}_\alpha S_\alpha\ ,
\tag{6.29}
$$

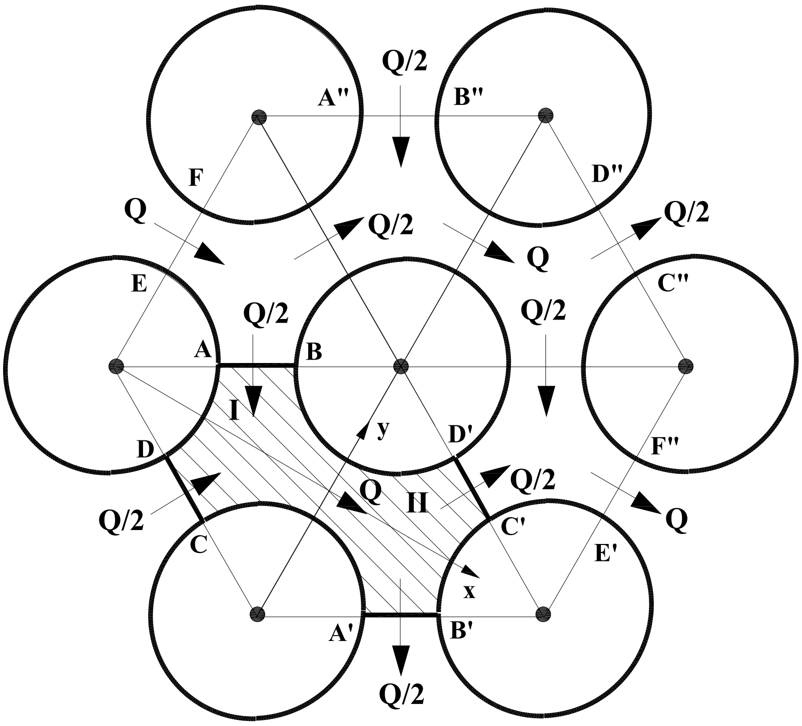
которые обеспечивают их консервативность, то есть равенство в соотношении (6.22).

Условию консервативности удовлетворяют и объемные потоки на новом временном шаге, вычисленные по соотношениям (6.27). Однако для компонентов скорости на новом временном шаге, определяемых по уравнениям (6.15), условие консервативности выполняется приближенно со вторым порядком точности по пространству. Запись уравнения Пуассона в форме (6.28) удобна при решении методом декомпозиции области. В процессе корректировки граничных условий между каналами итерационным способом в ситуации с разрывом осевых сеточных линий вычисляются члены $\sum_{\alpha\in\omega^l_{i,j}}P^r_\alpha S^l_\alpha$ и $\sum_{\alpha\in\omega^r_{i,j}}P^l_\alpha S^r_\alpha$. В случае многосеточного метода на грубых уровнях сеток граничные давления для каналов также рассчитываются с использованием двумерной линейной интерполяции.

В заключение отметим, что новая численная схема сохраняет второй порядок точности по пространству при расчете поля давления.

6.2 Методика расчета коэффициентов обмена для кодов поканального моделирования

Моделируется установившееся течение однофазного теплоносителя через бесконечную тепловыделяющую сборку с треугольной упаковкой. Рассмотрим сначала случай без учета влияния дистанционирующих решеток. Моделирование сборки при наличии решеток представлено в подразделе 6.3.3 этой главы. Фрагмент поперечного сечения сборки представлен на рисунке 6.3.



Q – тепловой поток

Рисунок 6.3 – Поперечное сечение фрагмента тепловыделяющей сборки

На поверхности стержней задан тепловой поток с постоянной плотностью q_W, то есть параметр теплового подобия принимается равным нулю, что соответствует ситуации, когда относительный шаг расположения стержней $S/D \geq 1.2$ [207]. Предполагается, что вследствие градиента температуры осуществляется поперечный перенос энергии. При этом тепловой поток постоянен по высоте сборки, а также в сечениях, проходящих через центры стержней и перпендикулярных направлению потока. В случае принятых допущений необходимо и достаточно смоделировать течение теплоносителя в канале, проходное сечение которого представляет две ячейки межтвэльного пространства I и II (заштрихованная область на рисунке 6.3) с периодическими граничными условиями на свободных границах AB, A'B' и CD, C'D'.

Введем общепризнанные обозначения декартовых координат $x = x_1$, $y = x_2$, $z = x_3$. Декартовая система координат выбирается таким образом, чтобы ось y проходила вдоль границы между ячейками, ось x делила сечение канала пополам, а ось z была направлена вдоль канала. Тогда плоскость x=0 (зазор между стержнями) будет представлять собой поверхность, через которую происходят тепло–массообменные процессы между ячейками сборки I и II. Из рисунка 6.3 видно, что для соблюдения баланса тепловые потоки на границе выбранной области моделирования в два раза меньше потока на границе между ячейками I и II.

Сетка для области моделирования в поперечном сечении сборки строится размножением узлов базового расчетного блока, представленного на рисунке 6.4. Конечно–разностная сетка для базового расчетного блока генерируется с помощью алгебраического преобразования таким образом, чтобы сеточные линии были направлены вдоль поверхности стержней (координата ξ_1) и вдоль радиальных лучей, выходящих из центра стержней (координата ξ_2): $\xi_1 = 6\varphi/\pi$, $\xi_2 = (r - D/2)/(R - D/2)$, где $R = S/(2\cos\varphi)$ – расстояние от центра стержня до точки пересечения радиального луча с осью y=0, D – диаметр стержня, S– расстояние между стержнями. Из геометрических соображений $r = \sqrt{x^2 + (y + S/2)^2}$, $\varphi = \arcsin(x/r)$.

Сгущение сеточных линий у поверхности стержней осуществляется с помощью преобразования Робертса с параметром растяжения 1.05 [208].

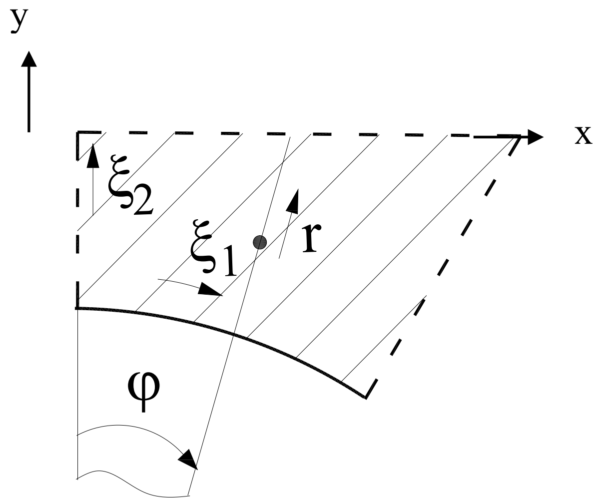


Рисунок 6.4 – Базовый расчетный блок

φ, r – полярная система координат

Расчетная сетка области моделирования приведена на рисунке 6.5.

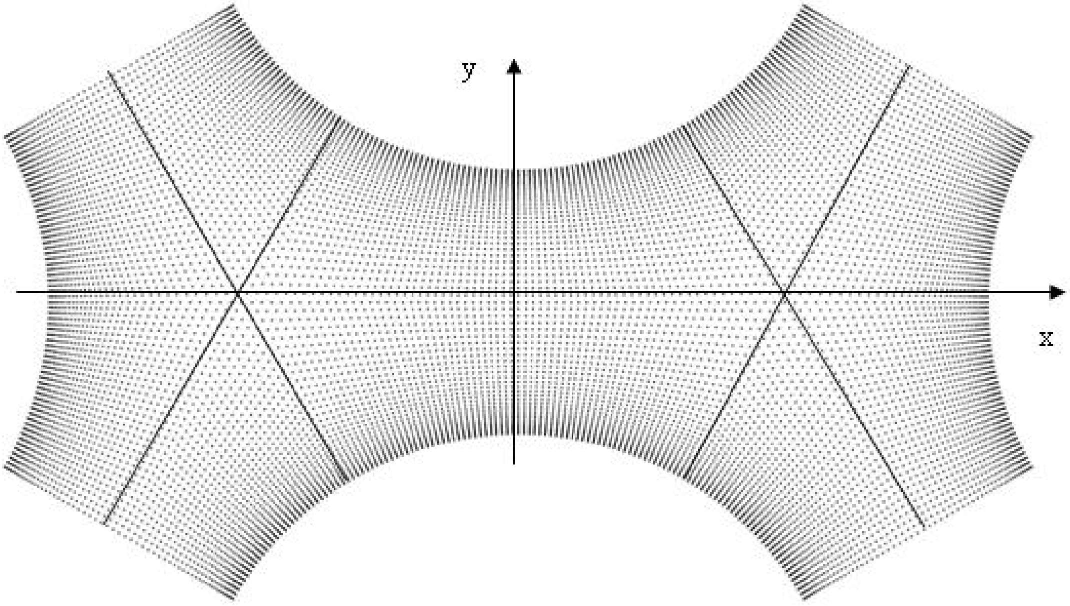


Рисунок 6.5 – Расчетная сетка области моделирования в поперечном сечении сборки

Уравнения сохранения (6.2), (6.3), (6.9) записываются в безразмерном виде:

– уравнение сохранения массы

$$\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial U_l^+}{\partial \xi_l}=0\,; \tag{6.30}$$

– уравнение сохранения количества движения

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial t^+}+\frac{1}{J}\sum_{l=1}^{3}U_l^+\frac{\partial u_i^+}{\partial \xi_l}=-\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial \xi_l}{\partial x_i^*}\frac{\partial P^+}{\partial \xi_l}+\frac{1}{\mathrm{Re}_\tau J}\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial}{\partial \xi_l}\sum_{s=1}^{3}T^{ls}\frac{\partial u_i^+}{\partial \xi_s}+R_i^+,\quad i=\overline{1,3}\,; \tag{6.31}$$

– уравнение сохранения энергии

$$\frac{\partial \Phi^+}{\partial t^+}+\frac{1}{J}\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial}{\partial \xi_l}\left(U_l^+\Phi^+\right)=\frac{1}{\mathrm{Re}_\tau \Pr J}\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial}{\partial \xi_l}\sum_{s=1}^{3}T^{ls}\frac{\partial \Phi^+}{\partial \xi_s}, \tag{6.32}$$

где $J=\det\left(\partial x_l^*/\partial \xi_s\right)$, $U_i^+=J\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial \xi_i}{\partial x_l^*}u_l^+$, $T^{il}=J\sum_{s=1}^{3}\frac{\partial \xi_i}{\partial x_s^*}\cdot\frac{\partial \xi_l}{\partial x_s^*}$.

Зависимые переменные в уравнениях сохранения (6.30) – (6.32) нормируются на динамические параметры: $u_i^+=u_i/u_\tau$, $U_i^+=U_i/u_\tau$, $P^+=P/\left(u_\tau^2\right)$, $\Phi^+=\Phi/\Phi_\tau$, где u_τ – динамическая скорость, Φ_τ – динамическая температура: $u_\tau=\sqrt{\tau_w/\rho}$, $\Phi_\tau=q_w/(\rho C_p u_\tau)$, τ_w – среднее касательное напряжение на поверхности стержней, ρ – плотность, C_p – удельная теплоемкость. В качестве масштаба длины используется гидравлический диаметр D_h:

$x_i^* = x_i/D_h$. Соответственно, $t^+ = tu_\tau/D_h$, $Re_\tau = \frac{u_\tau D_h}{\nu}$ – динамическое число Рейнольдса, $Pr = \frac{\nu C_p \rho}{\lambda}$ – число Прандтля, ν – кинематическая вязкость, λ – коэффициент теплопроводности.

В правой части уравнений сохранения количества движения (6.31) источниковые члены для компонентов скорости в плоскости сечения канала $R_1^+ = R_2^+ = 0$, а для продольного компонента скорости член $R_3 = \tau_w \Pi/A = 4\tau_w/D_h = 4u_\tau^2/D_h$ (или в нормированном виде $R_3^+ = 4$) представляет движущий напор, компенсирующий трение потока со стенками стержней.

Среднесмешанная по сечению канала температура теплоносителя линейно увеличивается вдоль канала. Поэтому Φ^+ можно разбить на две части [209]:

$$\Phi^+\left(\xi_1, \xi_2, z^*\right) = \frac{d\overline{\Phi}_f^+}{dz^*} z^* + \theta^+\left(\xi_1, \xi_2, z^*\right), \tag{6.33}$$

где $\overline{\Phi}_f^+$ – среднесмешанная температура:

$$\overline{\Phi}_f^+ = \frac{\int \overline{w}^+ \overline{\Phi}^+ J d\xi_1 d\xi_2}{\overline{w}_b^+}, \tag{6.34}$$

где $\overline{w}_b^+$ – средняя по сечению канала скорость потока:

$$\overline{w}_b^+ = \int \overline{w} J d\xi_1 d\xi_2 . \tag{6.35}$$

Подчерком сверху обозначаются усредненные по времени и координате z^* параметры турбулентного потока.

Согласно интегральному тепловому балансу:

$$\frac{d\overline{\Phi}_f^+}{dz^*} = \frac{4}{\overline{w}_b^+} . \tag{6.36}$$

Используя соотношения (6.33), (6.36), уравнение сохранения энергии в безразмерном виде можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial \theta^+}{\partial t^+} + \frac{1}{J}\sum_{l=1}^{3} \frac{\partial}{\partial \xi_l}\left(U_l^+ \theta^+\right) = \frac{1}{Re_\tau Pr J}\sum_{l=1}^{3} \frac{\partial}{\partial \xi_l}\sum_{s=1}^{3} T^{ls} \frac{\partial \theta^+}{\partial \xi_s} - \frac{4w^+}{\overline{w}_b^+} . \tag{6.37}$$

На поверхностях стержней должны удовлетворяться очевидные граничные условия: отсутствие проскальзывания и непроницаемости для компонентов скорости, –

$$u_i^+ = 0, \qquad i = \overline{1,3} \tag{6.38}$$

и граничные условия второго рода для температуры θ^+:

$$\frac{\partial \theta^+}{\partial n^*} = -\mathrm{Re}_\tau \, \mathrm{Pr} \ , \tag{6.39}$$

где $\dfrac{\partial \theta^+}{\partial n^*}$ – производная по нормали к поверхности.

Вдоль канала, по координате z^*, принимаются периодические граничные условия:

$$\begin{aligned} & u_i^+\left(z^* = 0\right) = u_i^+\left(z^* = L_z^*\right), \qquad i = \overline{1,3}; \\ & P^+\left(z^* = 0\right) = P^+\left(z^* = L_z^*\right); \\ & \theta^+\left(z^* = 0\right) = \theta^+\left(z^* = L_z^*\right). \end{aligned} \tag{6.40}$$

Данные условия являются корректными, если длина канала более чем в два раза превышает размеры самого крупного вихря. В работе [30] показано, что для сборки с треугольной упаковкой минимально приемлемая длина канала составляет $L_z^* = 3.2$.

В поперечном направлении на открытых границах также используются периодические граничные условия:

$$\begin{aligned} & u_i^+(S) = u_i^+(S'), \qquad i = \overline{1,3}; \\ & P^+(S) = P^+(S'); \\ & \theta^+(S) = \theta^+(S') + \Delta\theta^+, \end{aligned} \tag{6.41}$$

где S – поверхность AB∪CD, S' – поверхность $A'B' \cup C'D'$, $\Delta\theta^+$ – перепад температуры, который обеспечивает поперечный переток энергии в сборке; $\Delta\theta^+$ является константой (не зависит от координат ξ_2, z^*) вследствие равенства на границах удельных потоков энергии (определяются q_w) в радиальном направлении вдоль координаты ξ_2.

При данной постановке задачи коэффициенты обмена для моделей поканального моделирования тепловыделяющей сборки можно определить следующим образом:

– коэффициент межъячеечного турбулентного перемешивания:

$$\beta = \frac{3\overline{q}_b^+(x=0)}{2\Delta\theta^+ \overline{w}_b^+}, \tag{6.42}$$

где $\overline{q}_b^+(x=0)$ – средняя плотность теплового потока по сечению минимального зазора между стержнями, то есть в сечении x = 0 (складывается из плотностей турбулентного $\overline{q}_{Tb}^+$ и ламинарного $\overline{q}_{Lb}^+$ тепловых потоков):

$$\overline{q}_b^+(x=0)=\int\left[\overline{(u^+)'(\theta^+)'}-\frac{1}{\mathrm{Re}_\tau \mathrm{Pr}}\frac{\partial\overline{\theta}^+}{\partial x^*}\right]dy^* \Big/ \left(S^*-D^*\right); \tag{6.43}$$

– коэффициент сопротивления в продольном направлении:

$$\lambda_3=8\Big/\left(\overline{w}_b^+\right)^2; \tag{6.44}$$

– средний коэффициент теплообмена с твэлами α или число Нуссельта Nu:

$$\mathrm{Nu}=\frac{\alpha D_h}{\lambda}=\frac{\mathrm{Re}_\tau \mathrm{Pr}}{\overline{\theta}_{w,b}^+-\overline{\theta}_f^+}, \tag{6.45}$$

где $\overline{\theta}_{w,b}^+$ – средняя температура поверхности твэлов:

$$\overline{\theta}_{w,b}^+=\int\overline{\theta}_w^+\sqrt{T^{22}}\,J\,d\xi_1\Big/\int\sqrt{T^{22}}\,J d\xi_1; \tag{6.46}$$

$\overline{\theta}_f^+$ – среднесмешанная температура, рассчитываемая по соотношению (6.34).

В соотношении (6.42) учитывается, что перепад температуры между ячейками I и II равен $\frac{2}{3}\Delta\theta^+$.

6.3 Тестирование и верификация

6.3.1 Турбулентный поток между параллельными пластинами

В данной задаче методом DNS рассчитывается установившееся турбулентное течение между параллельными пластинами при динамическом числе Рейнольдса $\mathrm{Re}_\tau=u_\tau\delta/\nu=180$, где u_τ – динамическая скорость, δ – половина расстояния между пластинами, что соответствует числу Рейнольдса, определяемому по средней скорости потока и гидравлическому диаметру, $\mathrm{Re}\approx10^4$. Задача прямого численного моделирования с такими условиями течения рассматривалась в многочисленных работах [202, 209–211]. Результаты расчетов различных авторов получены на мелких шахматных сетках, согласуются между собой с отличием менее 1%, подтверждены имеющимися экспериментальными данными (с погрешностью менее 5%).

Трение потока со стенками в расчетах компенсируется источниковым членом в уравнении сохранения количества движения осевой компоненты скорости $R_3=u_\tau^2/\delta$. В осевом и боковом направлениях выбраны размеры области моделирования 6.4δ и 3.2δ, соответственно, минимальные из приведенных в литературе (см. работу [209]), и используются периодические граничные условия. В начальный момент времени задается приближенный турбулентный профиль осевой скорости, на который накладываются возмущения с помощью генератора случайных чисел. Расчеты по коду DINUS проводились на разностных сетках 32х64х30, 64х64х62, 64х128х62, 64х64х126 и 128х64х62 в боковом, поперечном и осевом направлениях, соответственно, с шагом по времени $\Delta t^+ = 5 \cdot 10^{-4}$ безразмерных единиц $\left(\Delta t^+ = \Delta t u_\tau / \delta\right)$. В поперечном направлении для учета ламинарного (вязкого) подслоя применяется сгущение сетки вблизи стенок пластин с помощью преобразования Робертса с параметром растяжения равным 1.05 [208]. Такое значение параметра растяжения обеспечивает наличие четырех узлов в вязком подслое. Усреднение турбулентных параметров осуществляется после получения статистически стационарного состояния как по времени (в интервале от 55 до 100 безразмерных единиц), так и по гомогенным (боковому и осевому) направлениям [191, 195].

а) б)

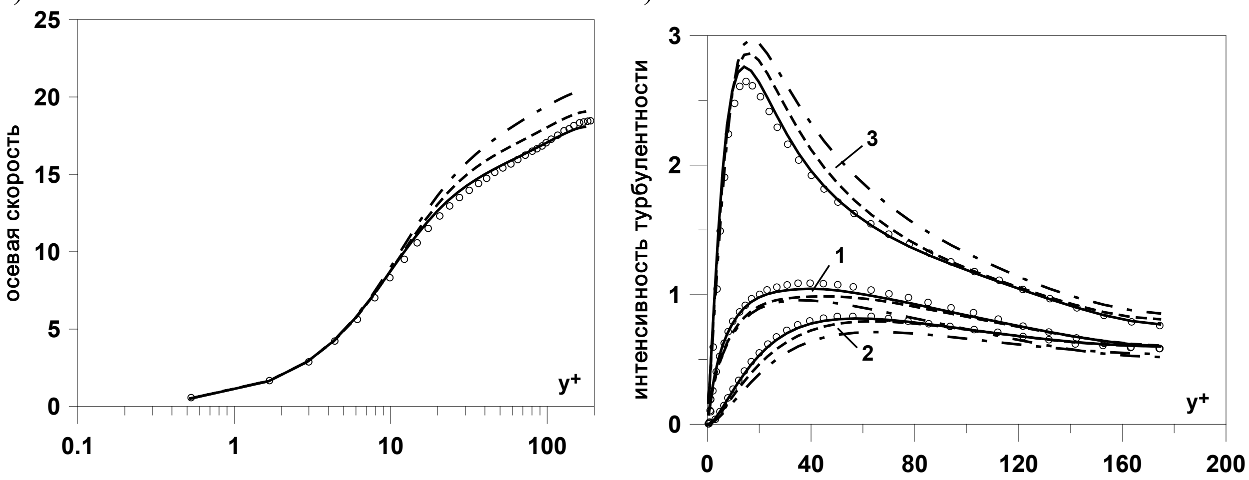


Рисунок 6.6 – Распределение осевой скорости (а) и интенсивностей турбулентности (б) (1 – боковое направление, 2 – поперечное направление, 3 – осевое направление) между пластинами

– · – · DINUS (сетка 32х64х30); – – – – DINUS (сетка 64х64х62);
——— DINUS (сетка 128х64х62); о расчет [209] (сетка 128х64х128)

На рисунке 6.6 приведены профили между пластинами осевой скорости и средне-квадратичных величин пульсаций компонентов скорости (интенсивностей турбулентности). Параметры нормированы на динамическую скорость, расстояние от стенки y выражено безразмерным комплексом $y^+ = y u_\tau / \nu$. Для сопоставления на этом же рисунке представлены расчетные данные DNS [209]. При измельчении сетки наблюдается четкая тенденция к уменьшению погрешностей расчета. В области развитого турбулентного течения при $y^+ > 60$

интенсивности турбулентности на сетке 64x64x62 практически совпадают с реперными данными, тогда как на грубой сетке 32x64x30 отличие составляет 10–15%. Погрешность величины осевой скорости в этой области уменьшается при измельчении сетки с 15% до 6%. В переходной зоне к развитому турбулентному течению $10 < y^{+} < 60$ погрешность определения пиковых значений пульсаций осевой и поперечной компонентов скорости уменьшается также с 15% до 6%. Отличие от данных [209] максимальной величины пульсации боковой компоненты скорости практически одинаковое на обеих сетках и составляет порядка 10%. При дальнейшем двукратном измельчении сетки по одному из трех направлений выявлено, что наибольшее влияние на точность расчетов оказывает степень дробления области по боковому направлению. На сетке 128x64x62 результаты расчетов по коду DINUS практически совпадают с результатами реперного расчета.

Совместно с гидродинамической задачей по коду DINUS рассчитывался перенос энергии при заданных значениях температуры на поверхности пластин 0 и 1. Число Прандтля принималось равным 0.7. Результаты расчета сопоставлялись с данными DNS [211], полученными при $\mathrm{Re}_\tau = 186$ в области 2δx2δx12δ на равномерной сетке 64x200x231.

На рисунке 6.7 приведены распределения температуры и среднеквадратичной пульсации температуры (отнесенной к динамической температуре)

$$T_\tau = \frac{\left[\partial T/\partial (y/\delta)\right]_w}{\mathrm{Re}_\tau \, \mathrm{Pr}}. \qquad (6.47)$$

Из рисунка видно, что погрешность расчетов для параметров теплообмена изменяется по мере измельчения сетки аналогичным образом, как и для гидродинамических параметров.

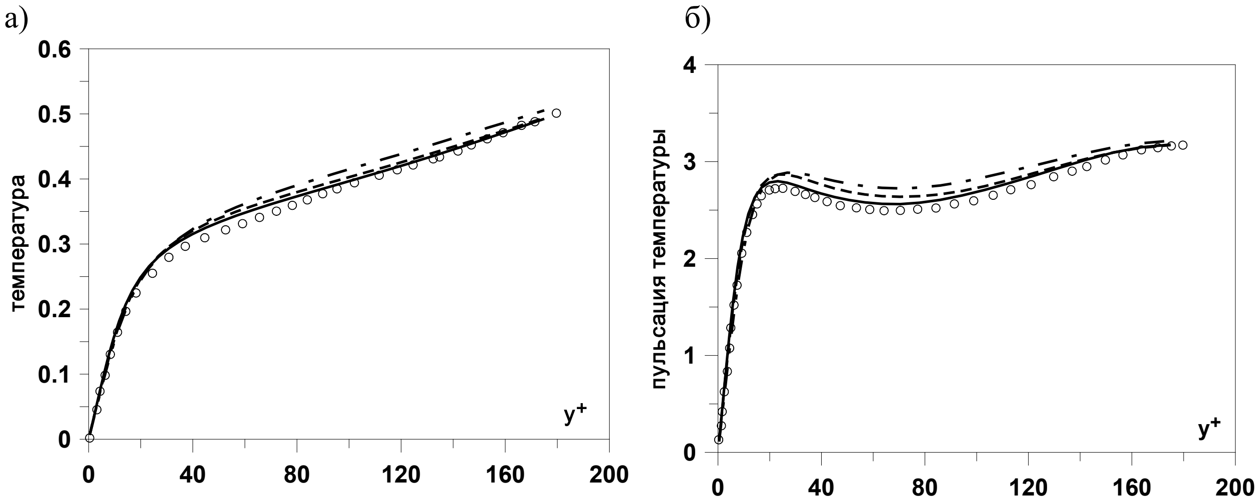


Рисунок 6.7 – Распределение температуры (а) и среднеквадратичной пульсации температуры (б) между пластинами

– · – · DINUS (сетка 32x64x30); – – – – DINUS (сетка 64x64x62);
——— DINUS (сетка 128x64x62); о расчет [211] (сетка 64x200x231)

Динамическая температура (6.47) и число Нуссельта

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha\delta}{\lambda} = \frac{q_w \delta}{\lambda(T_w - T_f)} = \frac{\lambda\delta[\partial T/\partial y]_w}{\lambda \cdot 0.5} = 2 \cdot [\partial T/\partial(y/\delta)]_w$$

в расчетах на трех сетках составляли 0.0239 и 6.02, соответственно, что хорошо совпадает с данными [211] (0.023 и 6.08). Отметим также, что число Нуссельта, рассчитанное для условий задачи по корреляции из справочника [207], равно 6.40 и отличается от результата расчета по коду DINUS на 6.3%.

Дополнительно для проверки работоспособности численного алгоритма при разрыве осевых сеточных линий на сетке 128x64x62 проведен расчет с разбиением области моделирования на два расчетных блока вдоль направления потока. При построении конечно–разностных сеток в преобразовании Робертса, на одном расчетном блоке использовался параметр растяжения 1.05, на другом расчетном блоке – 1.1. Отличие результатов расчетов по всем параметрам с одним и двумя расчетными блоками не превышает 2%.

6.3.2 Турбулентный поток через сборку стержней с треугольной упаковкой

В этой задаче моделируется установившееся турбулентное течение через бесконечную сборку стержней с треугольной упаковкой при динамическом числе Рейнольдса $\mathrm{Re}_\tau = 600$ $\left(\mathrm{Re} \approx 10^4\right)$. Относительный шаг расположения стержней равен 1.2 [193–196]. Результаты расчета по коду DINUS сопоставлялись с данными DNS японских специалистов [30].

Длина сборки вдоль потока выбрана равной $3.2\,D_h$, шаг интегрирования по времени $\Delta t^+ = 3 \cdot 10^{-4}$ безразмерных единиц $\left(\Delta t^+ = \Delta t\, u_\tau / D_h\right)$, что соответствует выбору в работе [30]. Начальные условия задаются также, как в задаче о течении между параллельными пластинами. Осреднение гидродинамических турбулентных параметров осуществляется в интервале времени [20, 70] безразмерных единиц и дополнительно по гомогенному осевому направлению вдоль сборки.

Расчеты по коду DINUS выполнены на разностных сетках для базового расчетного блока 32x32x62, 48x32x124 по координатам ξ_1, ξ_2 и вдоль сборки, соответственно. Вследствие растяжения расчетных ячеек с параметром 1.05 их размер (нормированный на величину ν/w_τ) вдоль координатной линии ξ_2 увеличивается с 1.0 у поверхности стержней до 5.3 – 10.3 у плоскости симметрии y=0. При этом 4 – 5 ячеек находятся в вязком подслое. Вдоль координатной линии ξ_1 размер ячеек для грубой сетки составлял 8.4 у стенок стержней и 10.0 – 13.2 у плоскости x=0. В осевом направлении использовалась равномерная сетка с шагом 15.0 при дроблении на 62 ячейки.

Расчеты в работе [30] осуществлялись на сетке 48×40×160.

При анализе результатов в плоскости поперечного сечения сборки используется полярная система координат (φ, r), связанная с центром стержней (см. рисунок 6.4). Результаты расчетов по распределению осевой скорости, а также интенсивностей турбулентности в сечениях φ=0° и 30° приведены на рисунке 6.8 Максимальное рассогласование между данными, полученными по коду DINUS и представленными в [30], наблюдается по интенсивности турбулентности в осевом направлении. Во всей области моделирования величина интенсивности пульсаций осевой компоненты скорости, рассчитанная по коду DINUS, выше. Отличие на мелкой сетке достигает 10% для обоих сечений φ=0° и φ=30° в области пиковых значений пульсаций. Как видно из рисунка, измельчение сетки приблизительно в 1.5 раза улучшает согласование расчетных профилей этого параметра.

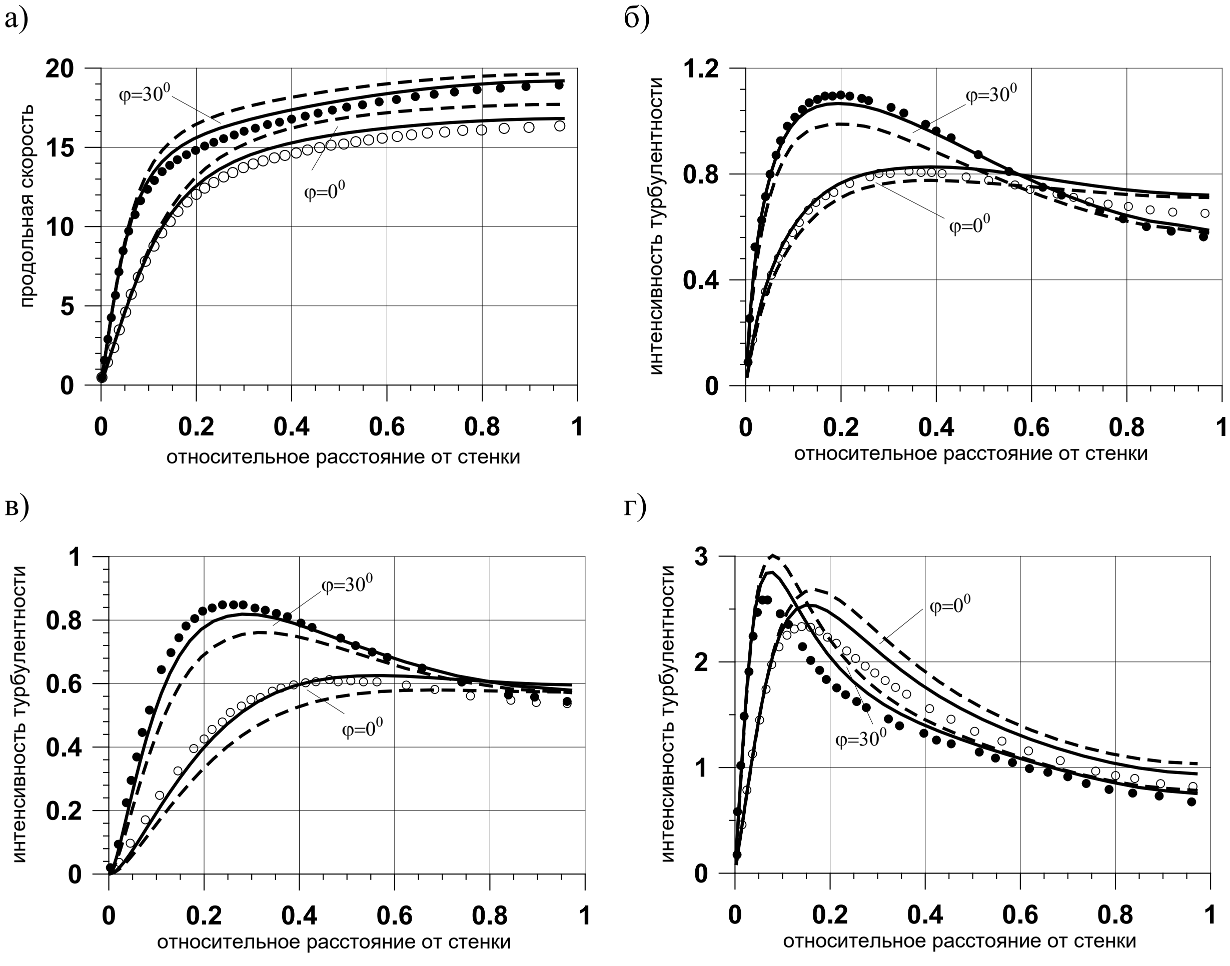


Рисунок 6.8 – Распределение осевой скорости (а) и интенсивностей турбулентности в азимутальном (б), радиальном (в) и осевом (г) направлениях

- - - DINUS (сетка 32×32×62); ——— DINUS (сетка 48×32×124);

j ● расчет [30] (сетка 48×40×160)

По остальным параметрам согласование значительно лучше. Причем отличия уменьшаются существенно при измельчении сетки.

Средняя по сечению осевая скорость потока $\overline{w}_b^+$, полученная по коду DINUS на мелкой сетке равна 15.62, что соответствует числу Рейнольдса 9372. Отклонение от данных [30] составляет 2.8% ($\overline{w}_b^+ = 15.20$, Re=9128). Вычисленные по (6.44) коэффициенты сопротивления имеют значения $3.28\cdot10^{-2}$ и $3.46\cdot10^{-2}$, соответственно (отличие 5.2%). Следует отметить, что коэффициент сопротивления потока в пучках стержней с треугольной упаковкой, определенный по корреляции из справочника [205] $\lambda = \dfrac{0.210}{\mathrm{Re}^{0.25}}\left[1 + (S/D - 1)^{0.32}\right]$, равен $3.40\cdot10^{-2}$.

Вследствие неравномерного распределения турбулентных напряжений по периметру стержней сборки возникают вторичные течения, которые формируются в каждой подобласти, соответствующей базовому расчетному блоку (рисунок 6.4).

Вторичное течение направлено вдоль поверхности стержней от узкого зазора φ=0° и возвращается вдоль линии y=0 к сечению φ=0°. Хотя скорость течений значительно меньше 1% от осевой скорости потока, они оказывают существенное влияние на распределение касательных напряжений вдоль стенок стержней. Расчеты по коду DINUS воспроизводят механизмы возникновения вторичных течений. В качестве примера на рисунке 6.9 показано распределение азимутальной скорости $\left(\overline{u}_\varphi^+\right)$ вдоль луча φ=15°. Из рисунка видно, что азимутальная скорость положительна вблизи поверхности стержня и становится отрицательной вдали от стержня при приближении к линии симметрии y=0.

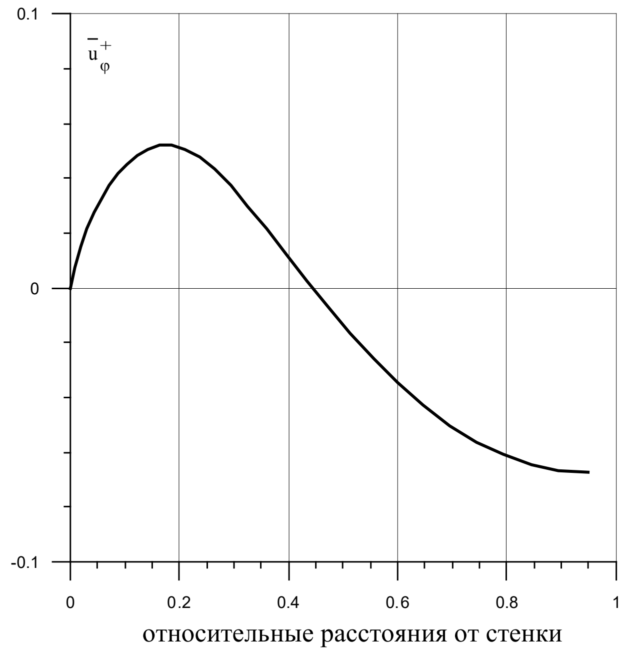


Рисунок 6.9 – Распределение азимутальной скорости (φ=15°)

При условиях для гидродинамической задачи моделировались также процессы переноса тепла для определения параметров межъячеечного турбулентного перемешивания и коэффициента теплообмена со стержнями. Дополнительно принималось, что число Прандтля Pr=1. Поперечный переток тепла в сборке стержней задавался посредством перепада температуры $\Delta\theta^{+} = 5$.

Основной механизм межъячеечного турбулентного перемешивания в тесных сборках стержней представляет пульсационное макроскопическое движение жидкости через зазор между стержнями. Данное пульсационное движение является следствием формируемых в плоскостях вдоль осевого потока периодических вихрей, которые перемещаются вдоль потока с постоянной скоростью [25, 26, 212]. Вокруг плоскости зазора существуют две вихревые дорожки с вращением по часовой и против часовой стрелки. В свою очередь, эти вихри образуются вследствие увеличения средней осевой скорости потока при удалении от зазора (рисунок 6.8а) и уменьшения давления (согласно закону Бернулли). Схематично вихревые дорожки изображены на рисунке 6.10.

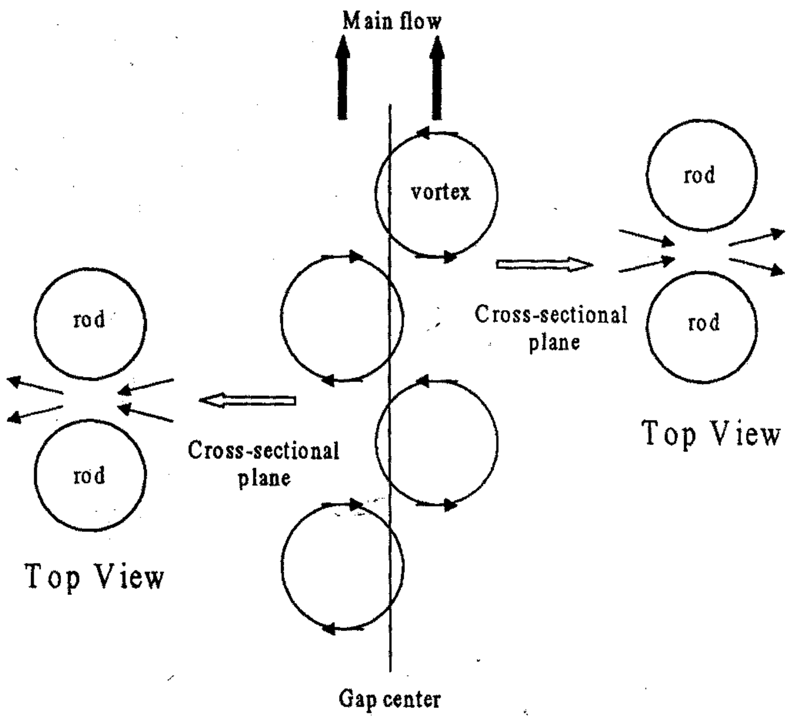


Рисунок 6.10 – Схематичное изображение вихревых дорожек (из работы [26])

Для корректного моделирования процессов межъячеечного перемешивания важно, чтобы осредненные скорости в поперечном сечении сборки, нормальные к границам между ячейками межтвэльного пространства, были близки к нулю. На рисунке 6.11 показаны распределения соответствующих скоростей для расчетов по коду DINUS за различные временные интервалы осреднения. Причиной возникновения перетоков через границы между ячейками межтвэльного пространства, возможно, является несимметричное распределение ошибок дискретизации уравнений сохранения по пространству вследствие флуктуирующих профилей скорости. Из рисунка видно, что по мере измельчения сетки, величина перетоков существенно уменьшается.

а) б)

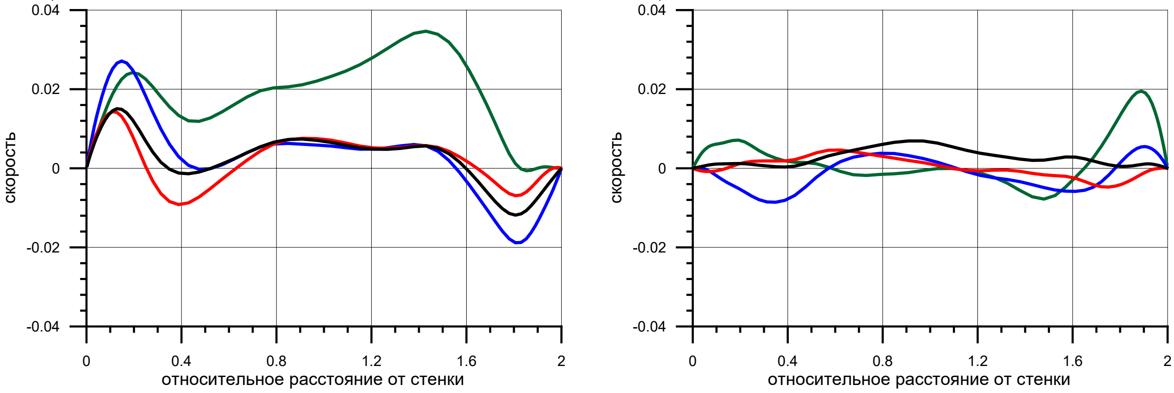


Рисунок 6.11 – Распределение нормальных к границам между ячейками межтвэльного пространства скоростей

а) грубая сетка); б) мелкая сетка

временной интервал осреднения

100

200

300

400

а) б)

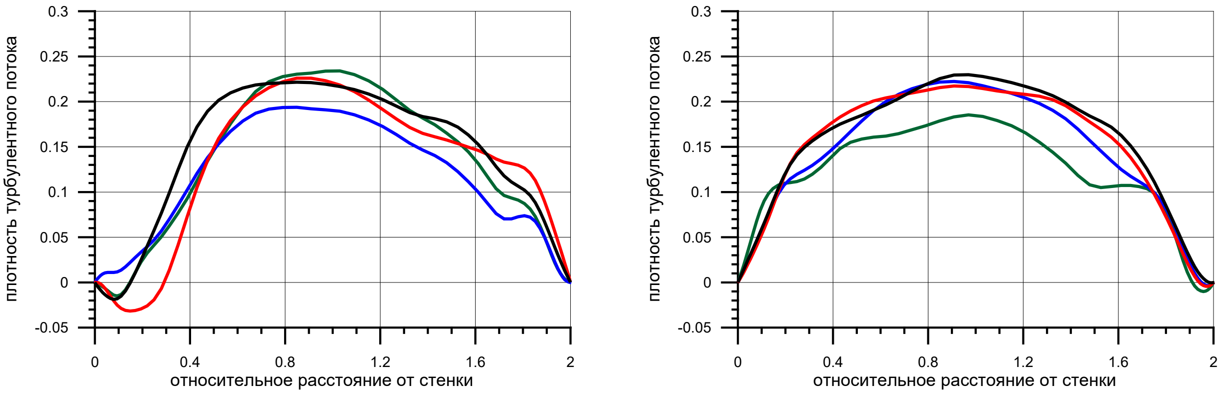


Рисунок 6.12 – Распределение плотности турбулентного теплового потока вдоль границы между ячейками межтвэльного пространства

а) грубая сетка); б) мелкая сетка

временной интервал осреднения

100

200

300

400

Хотя значения нормальных к границам скоростей составляют десятые доли процента от величины продольной скорости, перетоки массы оказывают значительное влияние на межъячеечный турбулентный обмен. На рисунке 6.12 приведены распределения плотности турбулентного теплового потока вдоль границы между ячейками. Из рисунков 6.11 и 6.12

следует значительное влияние для тесных сборок степени измельчения сетки и длительности осреднения параметров теплообмена на деформацию профиля турбулентного теплового потока.

В таблице 6.1 представлены результаты расчета с использованием мелкой сетки интегральных параметров теплообмена: средней плотности на границе между ячейками межтвэльного пространства турбулентного $\overline{q}^{+}_{Tb}$ и ламинарного $\overline{q}^{+}_{Lb}$ тепловых потоков (см. (6.43)), коэффициента межъячеечного турбулентного перемешивания β (6.42) и числа Nu теплообмена со стержнями (6.45). Для сопоставления в таблице также даны значения коэффициентов межъячеечного турбулентного перемешивания, вычисленные по эмпирическим корреляциям [25, 26], и числа Нуссельта, определенные по зависимости [207]:

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{A}\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{0.4},$$

где $\mathrm{A} = 0.0165 + 0.02\left[1 - 0.91(\mathrm{S/D})^{-2}\right](\mathrm{S/D})^{0.15}$.

Под дробной чертой указаны отклонения результатов расчетов от результатов, полученных по корреляциям. Отклонения приведены к данным расчета.

Таблица 6.1 – Интегральные параметры теплообмена

Расчет DINUS				Корреляция для β				Корреляция для Nu
$\overline{q}^{+}_{Tb}$	$\overline{q}^{+}_{Lb}$	β	Nu	Ким–Чанг	Ченг – Тодрес	Роджерс–Тахир	Роджерс-Розехарт	
0.161	0.0072	0.0032	34.7	$\frac{0.0033}{-3\%}$	$\frac{0.0036}{-13\%}$	$\frac{0.0040}{-25\%}$	$\frac{0.0047}{-47\%}$	$\frac{36.2}{-4\%}$

Из таблицы 6.1 видно, что интегральные расчетные данные кода DINUS хорошо согласуются с данными эмпирических корреляций как по межъячеечному теплообмену, так и по теплообмену потока со стержнями. Наилучшее совпадение по коэффициентам турбулентного межъячеечного перемешивания наблюдается с корреляцией Ким–Чанга. Следует отметить, что корреляция Ким–Чанга получена полуэмпирическим путем с учетом трех известных механизмов межъячеечного обмена энергией: ламинарная теплопередача, изотропная турбулентность, вихревые дорожки [26]. Хорошо согласуется вклад ламинарной теплопередачи в межъячеечный теплообмен по корреляции Ким–Чанга и данными DNS. Он составляет около 4%.

6.3.3 Турбулентный поток через тепловыделяющую сборку реактора ВВЭР–440

В этом подразделе представлены результаты верификации кода DINUS по данным экспериментального исследования гидродинамических процессов в кассете реактора ВВЭР–440 АЭС Ловииза на натурном стенде в Финляндии при числе Рейнольдса порядка 50000 [213, 214].

Приведено сопоставление расчетных и экспериментальных распределений осевой скорости и интенсивности турбулентности потока в сечениях сборки на различных расстояниях от дистанционирующей решетки. С помощью кода DINUS проведен расчетный анализ влияния дистанционирующей решетки на интенсивность межъячеечного турбулентного перемешивания и конвективного обмена [197, 198].

Описание эксперимента

На стенде в Финляндии моделировалась натурная шестигранная кассета активной зоны реактора ВВЭР–440 АЭС Ловииза. Тепловыделяющие элементы имитировались необогреваемыми стержнями. Кассета содержала 127 стержней диаметром 9.1 мм. Гидравлический диаметр всей стержневой сборки с чехлом 8.7 мм, её центральной части – 8.94 мм. Относительный шаг расположения стержней 1.34. Высота модели активной зоны 2440 мм, количество дистанционирующих решеток в кассете 11, расстояние между решетками 230 мм. Дистанционирующая решетка представляет собой изогнутые полоски из листового металла, соединенные контактной сваркой, толщиной около 0.3 мм и шириной 10 мм. Фрагмент поперечного сечения кассеты в области дистанционирующей решетки представлен на рисунке 6.13. Проходное сечение решетки состоит из совокупности отверстий двух типов: крестообразные отверстия (примыкающие к стержням) и шестигранные отверстия (образованные полосками).

В экспериментах методом ЛДА (Лазерная Допплеровская Анемометрия) измерялись распределения осредненных по времени скорости и интенсивности турбулентности теплоносителя в осевом направлении вдоль трех сечений стержневой сборки a, b, c, изображенных на рисунке 6.13, на различных расстояниях за дистанционирующими решетками: 5, 10, 20, 30, 50, 100, 150 и 200 мм. Сечение "a" соответствует плоскости симметрии между стержнями сборки. Сечения "b" и "c" представляют радиальные от стержней профили параметров над крестообразными и шестигранными отверстиями решетки, соответственно.

Эксперименты проводились при температуре воды 60°С и средней осевой скорости потока 2.56 м/с, что соответствует числу Рейнольдса, определенному по средней осевой скорости и гидравлическому диаметру сборки, 46460.

В работе [213] отмечено, что перед проведением экспериментальных серий в процессе нескольких транспортировок и монтажей кассеты сборка стержней имела некоторую деформацию. Для оценки степени деформации были проведены измерения распределения осевых скорости и интенсивности турбулентности в нескольких идентичных сечениях "a" сборки. Разброс измеренных значений составил порядка 15% и 4% от средней скорости потока, соответственно для первого и второго параметров.

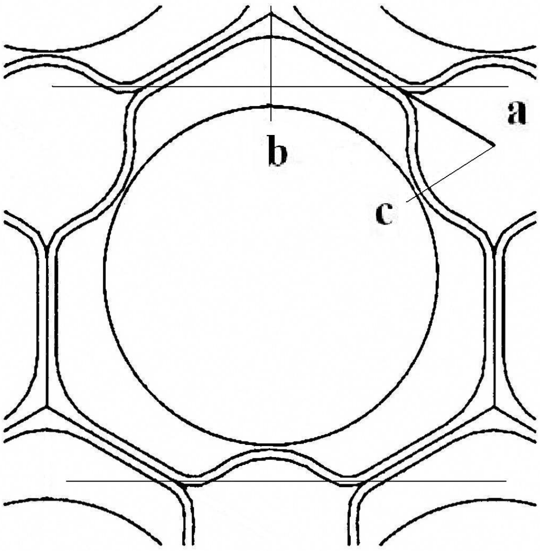


Рисунок 6.13 – Фрагмент поперечного сечения сборки в области дистанционирующей решетки:

a – сечение симметрии между стержнями
b – радиальное от стержней сечение в районе крестообразного отверстия
c – радиальное от стержней сечение в районе шестигранного отверстия

Постановка расчетной задачи

Область моделирования в расчетах по коду DINUS включала две соседние межтвэльные ячейки вдали от чехла с одной дистанционирующей решеткой вдоль кассеты. Поперечные сечения области моделирования с дистанционирующей решеткой и без дистанционирующей решетки приведены на рисунке 6.14. Длина области вдоль сборки 236 мм. На открытых границах в осевом направлении и в поперечном сечении (стрелки на рисунке 6.14) использовались периодические граничные условия. Поверхности полосок решетки в расчетной модели представлены кусочно–линейным способом (не учитывается плавность изгибов).

Расчеты проводились на грубой и мелкой сетках. При грубой нодализации в поперечном сечении сборка разбивалась на 3584 и 3072 расчетных ячеек в областях с дистанционирующей решеткой и без решетки, соответственно. Вблизи стенок осуществлялось сгущение сетки. Грубая сетка в поперечном сечении представлена на рисунке 6.14. По длине сборки использовалась равномерная сетка из 713 участков. Общее количество расчетных ячеек составляло $2.2 \cdot 10^6$. При мелкой нодализации проведено двойное измельчение по всем направлениям ($17.6 \cdot 10^6$ расчетных ячеек).

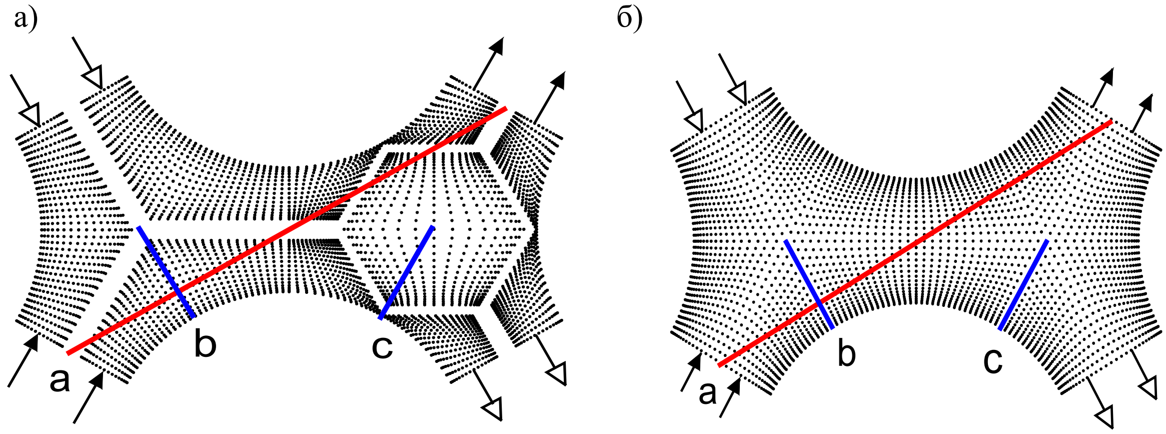


Рисунок 6.14 – Поперечные сечения области моделирования

а) с дистанционирующей решеткой; б) без дистанционирующей решетки
– периодические граничные условия
a, b, c – сечения измерения параметров

Для получения в расчетах заданного числа Рейнольдса 46460 варьировалось динамическое число Рейнольдса Re_τ. Было получено значение $\mathrm{Re}_\tau = 3450$.

Одновременно с гидродинамической задачей рассчитывался перенос пассивной скалярной величины (температуры) при числе Прандтля Pr=0.9. Межъячеечный тепловой поток формировался с помощью задания перепада температуры в периодических граничных условиях в поперечном сечении сборки.

Вычисления выполнялись с шагом интегрирования по времени $\Delta t^+ = 5 \cdot 10^{-5}$ (соответствует $\Delta \mathrm{t} = 2.3 \cdot 10^{-6}$ с для условий эксперимента). В начальный момент времени задавались нулевые значения компонентов скорости. Турбулизация теплоносителя инициализировалась естественным образом посредством влияния дистанционирующей решетки. В течение интервала времени 10 безразмерных единиц (0.45 с) получалось статистически стационарное состояние потока. Затем за интервал времени 10 единиц проводилось осреднение турбулентных параметров. Расчеты осуществлялись в режиме параллельных вычислений на 128–ми ядерном кластере с процессором X5570 на базе коммутаторов Infiniband компании HP с использованием 48 процессов.

Результаты расчетов

Распределения гидродинамических параметров

На рисунках 6.15 – 6.17 представлено сопоставление результатов расчетов по коду DINUS (линии на графиках) с экспериментальными данными (значки на графиках). Интенсивность турбулентности на рисунках нормирована на локальную осевую скорость потока. Расстояние на рисунке 6.17 отнесено к длине сечения "a" в области моделирования по коду. Экспериментальные данные при нормированном расстоянии больше единицы получены по измерениям вдоль сечения "a" за пределами области моделирования (расчетные данные при этом просто копируются).

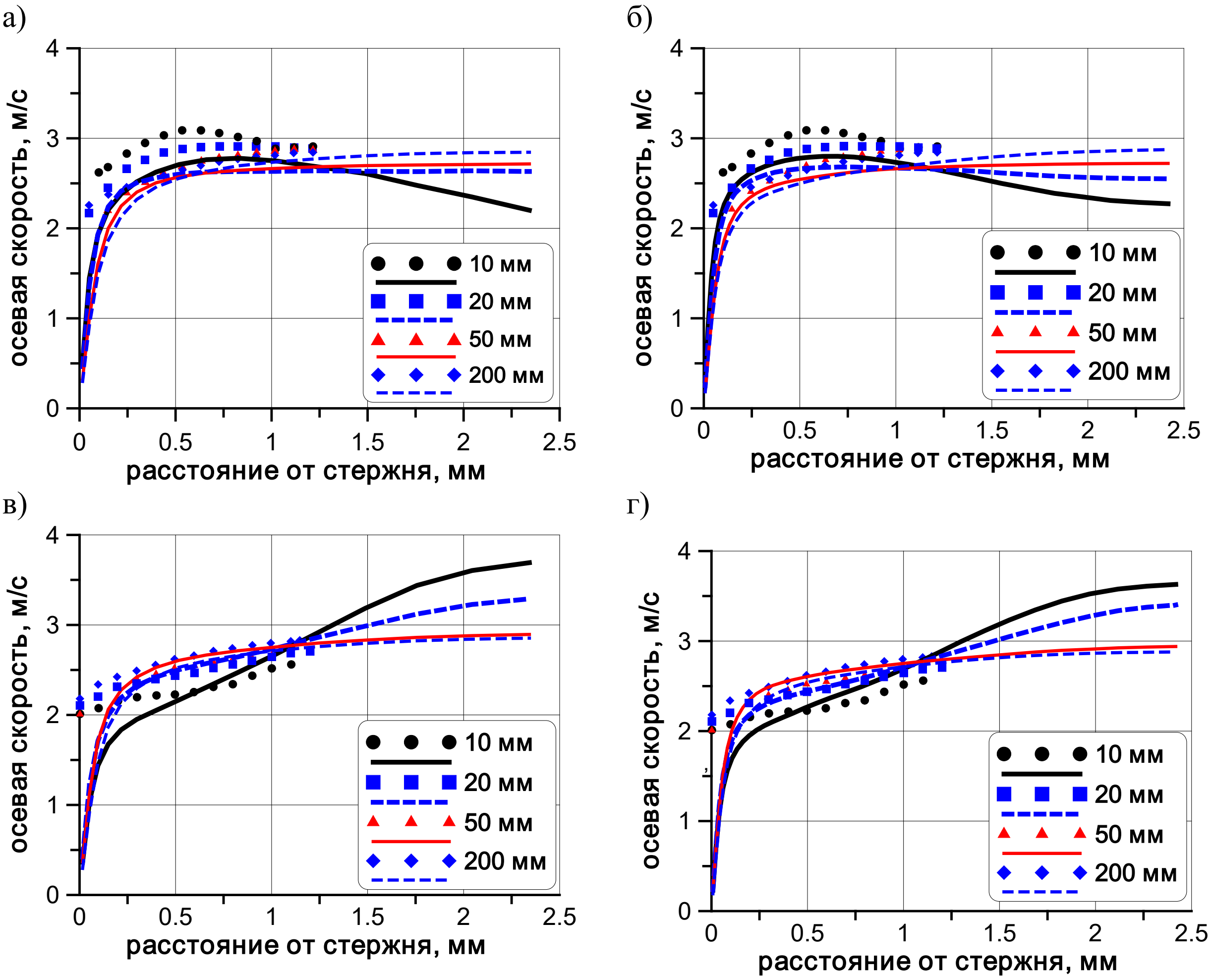


Рисунок 6.15 – Профили осевой скорости на различных расстояниях от дистанционирующей решетки:

а) в сечении "b" грубая нодализация б) в сечении "b" мелкая нодализация
в) в сечении "c" грубая нодализация г) в сечении "c" мелкая нодализация

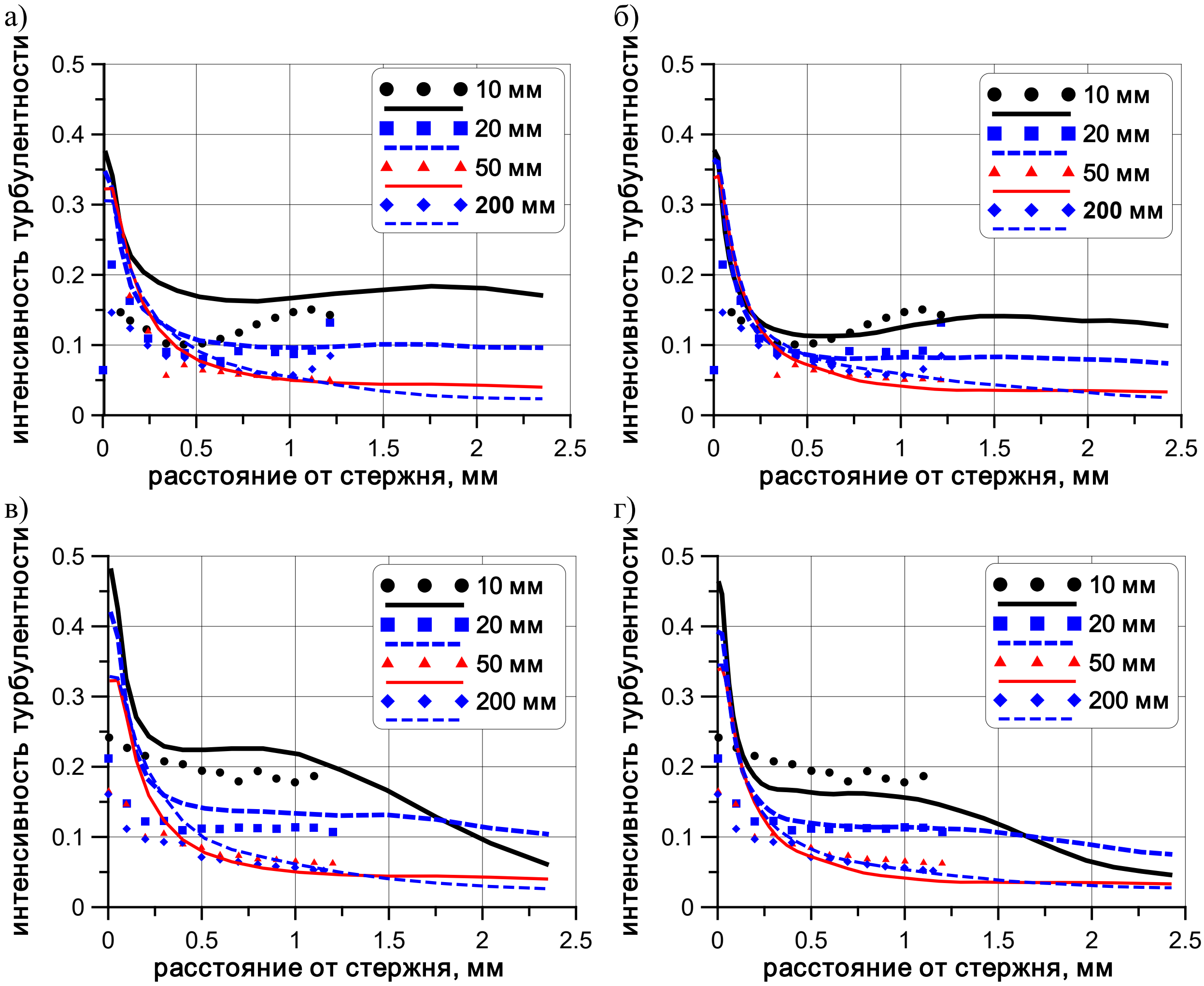


Рисунок 6.16 – Профили интенсивности турбулентности в осевом направлении на различных расстояниях от дистанционирующей решетки:

а) в сечении "b" грубая нодализация б) в сечении "b" мелкая нодализация
в) в сечении "c" грубая нодализация г) в сечении "c" мелкая нодализация

С учетом разброса результатов измерений, несмотря на достаточно грубое сеточное разбиение (на мелкой сетке ламинарный подслой включает только две расчетные ячейки), можно отметить хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных. При измельчении сетки получены незначительные изменения в результатах расчета, в целом улучшающие согласование с экспериментальными данными. В расчете и эксперименте получены асимметричные профили осевой скорости в межтвэльных ячейках за дистанционирующей решеткой над крестообразными и шестигранными отверстиями вследствие формирования струй (см. рисунки 6.15 и 6.17а). В прилегающей к стержням области значение осевой скорости в сечении "b" существенно выше, чем в сечении "c". При приближении к центрам межтвэльных ячеек наблюдается достаточно резкое снижение скорости в сечении "b" (над крестообразными полосками) и ее увеличение в сечении "c" (в центре струи из шестигранного отверстия). По мере удаления от решетки и размывания струй профили осевой скорости выравниваются (см. рисунки 6.15 и 6.17б).

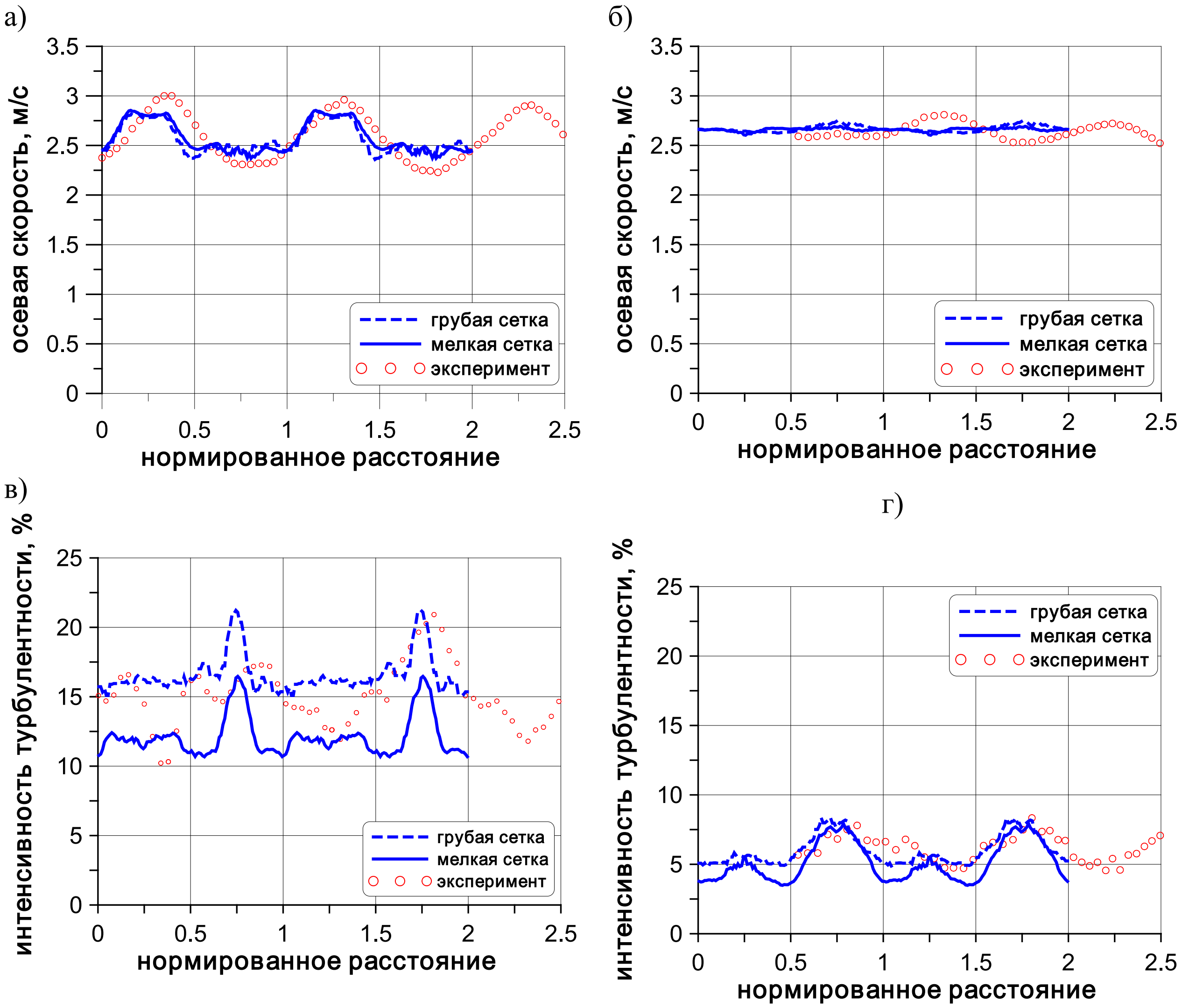


Рисунок 6.17 – Распределения параметров в сечении "а"

а) осевая скорость на расстоянии 10 мм от дистанционирующей решетки
б) севая скорость на расстоянии 50 мм от дистанционирующей решетки
в) интенсивность турбулентности в осевом направлении на расстоянии 10 мм от дистанционирующей решетки
г) интенсивность турбулентности в осевом направлении на расстоянии 50 мм от дистанционирующей решетки

В расчетах также воспроизводится влияние дистанционирующей решетки на дополнительную турбулизацию потока. Из рисунков 6.16, 6.17в, 6.17г видно, что относительная интенсивность турбулентности потока в осевом направлении уменьшается с 0.15 на расстоянии 10 мм от решетки до 0.05 на расстоянии 50 мм от решетки. Рассчитанная по коду и полученная в эксперименте длина участка гидродинамической стабилизации потока теплоносителя после дистанционирующей решетки составляет порядка 50 мм.

Коэффициенты межъячеечного обмена

Дополнительно к распределению гидродинамических параметров рассчитывались изменения между дистанционирующими решетками коэффициентов межъячеечного турбулентного перемешивания и конвективного обмена. Коэффициент турбулентного перемешивания вычисляется по соотношениям (6.42), (6.43) без учета ламинарного теплового потока.

В случае равномерного распределения температуры по сечению ячеек межтвэльного пространства коэффициент турбулентного перемешивания равен коэффициенту межъячеечного турбулентного обмена массой:

$$\beta_T^m = \frac{\int \left|\overline{\left(u^+\right)'}\right| dy^*}{\overline{w}_b^+\left(S^* - D^*\right)}. \tag{6.48}$$

По аналогии с (6.48) коэффициент межъячеечного конвективного обмена массой:

$$\beta_C^m = \frac{\int \overline{u}^+ dy^*}{\overline{w}_b^+\left(S^* - D^*\right)}. \tag{6.49}$$

В соотношениях (6.48), (6.49) $\overline{u}^+$, $\left|\overline{\left(u^+\right)'}\right|$ – осредненные по времени значения нормальной скорости через грань зазора и модуля её флуктуации, соответственно.

На рисунке 6.18 представлены расчетные профили коэффициента турбулентного перемешивания β между дистанционирующими решетками. Из рисунка видно, что коэффициент турбулентного перемешивания при удалении от дистанционирующей решетки падает приблизительно в два раза. При измельчении сетки величина коэффициента β существенно уменьшается, а его изменение вдоль сборки становится более монотонным. На рисунке также приведена зависимость, аппроксимирующая расчетные данные при мелкой нодализации:

$$\beta(z) = 10^{-3}\left(4.60 - 4.73z + 2.25z^2\right),$$

где z – нормированное расстояние от дистанционирующей решетки. Среднее значение величины коэффициента между решетками приблизительно можно выразить через коэффициент турбулентного перемешивания вдали от дистанционирующей решетки $\beta(z = 1)$:

$$\int_0^1 \beta(z)dz \approx 1.4\beta(z = 1).$$

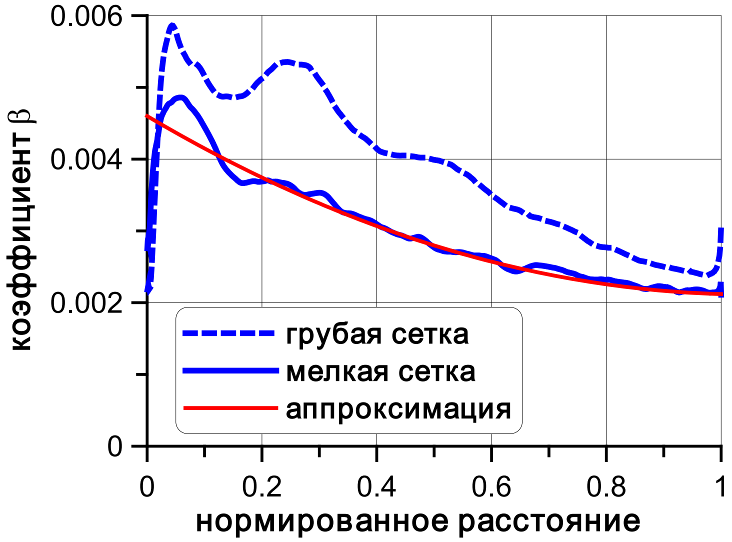


Рисунок 6.18 – Расчетные профили между дистанционирующими решетками коэффициента турбулентного перемешивания

В таблице 6.2 представлено сопоставление рассчитанного с помощью кода DINUS коэффициента турбулентного межъячеечного перемешивания без учета влияния дистанционирующих решеток $\beta\ (z=1)$ с его значениями, определенными по различным корреляциям [25], [26]. Погрешность, указанная в таблице, приведена к рассчитанному по коду значению. Наилучшее совпадение наблюдается с корреляцией Ким – Чанга [26]. Следует отметить, что в подразделе 6.3.2 диссертации отмечается также наименьшее отличие результатов прямого численного моделирования (3%) от данных корреляции Ким – Чанга для сборок с S/D=1.2 при числе Рейнольдса 10000.

Таблица 6.2 – Рассчитанные коэффициенты межъячеечного турбулентного перемешивания $\beta\ (z=1)$

Расчет DINUS	Корреляции			
	Ким – Чанг	Роджерс – Тахир	Ченг – Тодрес	Роджерс – Розехарт
$2.15\cdot10^{-3}$	$2.21\cdot10^{-3}$	$2.72\cdot10^{-3}$	$2.74\cdot10^{-3}$	$3.94\cdot10^{-3}$
отклонение, %	3	26	27	83

Корреляция Ким – Чанга с коэффициентом 1.4 рекомендована для вычисления коэффициента межъячеечного турбулентного перемешивания в одномерной поканальной модели активной зоны реакторов типа ВВЭР расчетного кода КОРСАР/CFD.

На рисунке 6.19 изображены расчетные кривые изменения коэффициента турбулентного обмена массой β_T^m между дистанционирующими решетками. При этом величина $\left|\overline{u'}\right|$

рассчитывалась исходя из распределения Гаусса для плотности вероятности флуктуации скорости u' согласно методике [215]:

$$\overline{|u'|} = \sqrt{\frac{\overline{(u')^2}}{\pi}}.$$

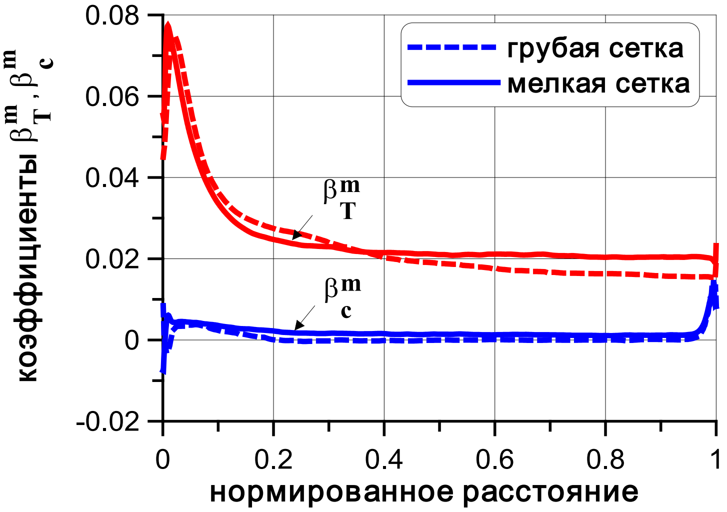


Рисунок 6.19 – Расчетные профили между дистанционирующими решетками коэффициентов турбулентного и конвективного обмена массой

Значение коэффициента β^m_T резко уменьшается с 0.07 до 0.02 в пределах зоны гидродинамической стабилизации 50 мм. Следует отметить, что в работе [215] также приводится рассчитанное по коду CFX–5.6 значение $\beta^m_T \approx 0.02$ для сборок с треугольной упаковкой при $S/D = 1.3$ и 1.5. Величина β^m_T почти на порядок превосходит величину β, что объясняется размыванием температурного профиля в поперечном сечении сборки.

Для сопоставления на этом же рисунке изображены расчетные кривые изменения коэффициента межъячеечного конвективного обмена β^m_C. Можно констатировать, что процессы турбулентного обмена массой превалируют над процессами конвективного обмена массой (за исключением небольшой зоны вблизи решетки).

6.4 Основные положения

1. Разработан специализированный код DINUS, предназначенный для прямого численного моделирования турбулентных потоков в тепловыделяющих сборках реакторов.

   Проточная часть сборок в коде DINUS представляется как система последовательно соединенных каналов с произвольным, но постоянным вдоль канала по осевому направлению поперечным сечением двух типов: область между дистанционирующими решетками и область дистанционирующих решеток.

Реальная геометрия поперечного сечения каналов в физической плоскости декартовых координат отображается в квадратную расчетную плоскость обобщенных (криволинейных) координат. Дискретные аналоги преобразованных уравнений сохранения в расчетной плоскости получаются конечно–разностным методом. Данный подход, в отличие от метода конечных элементов, позволяет использовать компактные диссипативные схемы высокого порядка точности для аппроксимации конвективных членов, что очень важно при прямом численном моделировании. Интегрирование уравнений сохранения по времени производится по трехэтапной схеме Рунге – Кутта второго порядка точности.

Поскольку конечно–разностные сетки в сечениях разнотипных каналов существенно различаются, осевые сеточные линии на граничной плоскости каналов имеют разрыв. Предлагается разработанный автором алгоритм для учета разрыва осевых сеточных линий.

2. Предложена методика расчета коэффициентов обмена для кодов поканального моделирования.

   Область моделирования включает две ячейки межтвэльного пространства с постановкой периодических граничных условий на открытых границах. Для расчета коэффициента теплообмена со стержнями на их поверхности задается плотность теплового потока. С целью определения коэффициента межъячеечного турбулентного перемешивания на открытых границах в плоскости поперечного сечения сборки задается перепад температуры и вычисляется средняя плотность турбулентного теплового потока на границе между ячейками межтвэльного пространства.

3. Посредством сопоставления распределения гидродинамических параметров (осевой скорости и интенсивностей турбулентности) с реперными расчетными данными проведено тестирование кода DINUS на задачах установившегося турбулентного потока между параллельными пластинами и через сборку с треугольной упаковкой (с относительным шагом расположения стержней S/D=1.2) при числе Рейнольдса Re=10000. Для задачи с течением между пластинами дополнительно проведено сопоставление по тепловым параметрам: профилям температуры и пульсации температуры.

   На основе экспериментальных данных, полученных на натурной гидравлической модели кассеты активной зоны реактора ВВЭР–440 (S/D=1.34) при числе Рейнольдса 50000, проведена верификация кода DINUS. С учетом разброса результатов измерений продемонстрировано хорошее согласование расчетных и опытных данных по распределению скорости и интенсивности турбулентности в осевом направлении на различных расстояниях от дистанционирующей решетки.

4. Для сборки с S/D=1.2 при Re=10000 получены расчетные значения коэффициента теплообмена со стержнями и коэффициента межъячеечного турбулентного перемешивания без учета влияния дистанционирующих решеток. Отличие результата расчета от данных эмпирической корреляции по коэффициенту теплообмена составило около 4%. Проведено сопоставление рассчитанного по коду DINUS коэффициента межъячеечного турбулентного перемешивания с полученными по различным корреляциям. Наилучшее совпадение (отличие 3%) наблюдается с корреляцией Ким – Чанга.

С помощью кода DINUS для модели кассеты активной зоны реактора ВВЭР–440 проведены расчеты изменения коэффициента межъячеечного турбулентного перемешивания между дистанционирующими решетками. Получена аппроксимационная зависимость изменения коэффициента между дистанционирующими решетками. Представлено сопоставление рассчитанного коэффициента турбулентного перемешивания вдали от дистанционирующей решетки с его значениями, определенными по различным корреляциям. Наименьшее отличие 3% получено также для корреляции Ким – Чанга.

Корреляция Ким – Чанга с коэффициентом 1.4, учитывающим интенсификацию дистанционирующих решеток, рекомендована для вычисления коэффициента межъячеечного турбулентного перемешивания в одномерной поканальной модели активной зоны реакторов типа ВВЭР расчетного кода КОРСАР/CFD.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенные в диссертации исследования способствовали:

- развитию системных теплогидравлических кодов, предназначенных для расчетного обоснования безопасности российских проектов реакторных установок;
- созданию расчетного инструмента (в дополнение к экспериментам) на основе DNS методов определения характеристик турбулентных потоков в ТВС активных зон ВВЭР.

Получены следующие основные результаты.

1) Разработаны и программно реализованы в системном теплогидравлическом расчетном коде КОРСАР двухжидкостная модель двухфазного многокомпонентного потока и полунеявная численная схема интегрирования уравнений сохранения. В процессе разработки математической модели и численной схемы предложены оригинальные методики и алгоритмы, такие как:
   - методика учета в рамках двухжидкостной модели влияния неконденсирующихся газов на межфазный тепло–массообмен, основанная на использовании только физических законов, что обеспечивает ее применение для всех режимов течения двухфазного потока без привлечения дополнительных замыкающих соотношений;
   - линеаризация неявных членов уравнений сохранения массы и энергии при наличии неконденсирующихся компонентов в пароводяном потоке;
   - безытерационный метод расчета поля давления по расчетным ячейкам нодализационной схемы разветвленного контура циркуляции произвольной топологии;
   - алгоритм компенсации численных дисбалансов массы, энергии фаз и массы компонентов в газовой фазе вследствие линеаризации нестационарных членов дискретных уравнений, обеспечивающий консервативность схемы;
   - корректировка нефизичного перераспределения массы и энергии теплоносителя по расчетным ячейкам при изменении направления движения фаз за временной шаг, когда схема аппроксимации конвективных членов становится "антидонорной" по потоку.
2) На основе метода обрезанных декартовых ячеек разработан CFD–модуль, который программно реализован как типовой элемент гибкой топологической схемы системного теплогидравлического расчетного кода КОРСАР/CFD.

   При реализации численной схемы в модуле применяются оригинальные алгоритмы:
   - для аппроксимации конвективных и диффузионных потоков на гранях декартовых ячеек, когда примыкающие к граням ячейки находятся на разных уровнях дробления, разработаны алгоритмы второго порядка точности с компактными шаблонами;

– в многосеточном методе для граничных ячеек при переводе невязки решения с мелкой сетки на грубую сетку предложен оператор ограничения, учитывающий наличие объединенных ячеек.

3) CFD–модуль впервые объединен с одномерной двухжидкостной моделью контурной теплогидравлики по полунеявной мономатричной схеме. С целью улучшения сходимости при итерационном решении уравнения Пуассона для объединенного поля давления на новом временном шаге реализован многосеточный метод на множестве расчетных ячеек всей области моделирования.
4) Выполнена комплексная верификация расчетного кода КОРСАР/CFD на основе имеющихся экспериментальных данных по изучению процессов перемешивания теплоносителя в напорной камере.
5) В процессе верификационных расчетов установлено существенное влияние условий ввода теплоносителя в напорную камеру на формирование профиля фронта температуры либо концентрации борной кислоты на входе в активную зону при возмущениях из холодных ниток. Влияние обусловлено сложной анизотропной картиной растекания жидкости в кольцевой области напорной камеры.
6) Разработаны и программно реализованы в коде DINUS методы прямого численного моделирования теплогидравлических процессов для однофазного теплоносителя в тепловыделяющих сборках реакторов с учетом влияния дистанционирующих решеток. Проведены апробация методов на тестовых задачах с течением установившегося турбулентного потока между параллельными пластинами и через сборку стержней с треугольной упаковкой и их верификация по экспериментальным данным, полученным на натурной гидравлической модели кассеты активной зоны реактора ВВЭР–440 при числе Рейнольдса 50000.

   На основе расчетов по коду DINUS предложена методика определения коэффициентов межъячеечного турбулентного перемешивания. Выполнены расчеты коэффициента для установившегося потока через сборку стержней с треугольной упаковкой без учета дистанционирующих решеток и его изменения между дистанционирующими решетками для ВВЭР–440.

   Представлено сопоставление рассчитанного коэффициента турбулентного перемешивания вдали от дистанционирующей решетки с его значениями, определенными по различным корреляциям.

К перспективам дальнейшего развития темы исследования диссертации следует отнести:

1. В рамках одномерной модели контурной теплогидравлики кода КОРСАР разработку и программную реализацию неявной схемы численного интегрирования уравнений

сохранения (снятия ограничения на временной шаг по условию Куранта) для моделирования процессов в компактных и теплонапряженных элементах оборудования судовых ядерных энергетических установок.

2. Применительно к CFD–модулю расчетного кода КОРСАР/CFD:
   - повышение гибкости генерации расчетной сетки за счет анизотропного дробления декартовых ячеек и реализации возможности наличия ячеек различного уровня дробления вблизи связанных границ области моделирования;
   - разработку методики сопряженного теплообмена теплоносителя с теплопроводящими конструкциями и учета поверхностного кипения для оценки запаса до кризиса в теплонапряженных ТВС активных зон реакторов;
   - реализацию высокоточной полунеявной схемы интегрирования уравнений сохранения, что позволит проводить с помощью CFD–модуля прямое численное моделирование турбулентных потоков.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

АКНП – аппаратура контроля нейтронного потока;
АО – акционерное общество;
АЭС – атомная станция;
ВВЭР – водо–водяной энергетический реактор;
ГЦН – главный циркуляционный насос;
ЕЦ – естественная циркуляция;
НГ – неконденсирующиеся газы;
НИТИ – научно–исследовательский технологический институт;
ОКБ – опытно–конструкторское бюро;
ОКБМ – опытно–конструкторское бюро машиностроения;
ОТФИ – отдел теплофизических исследований;
ПГ – парогенератор;
РБИК – реактор блочной интегральной компоновки;
РК – расчетный код;
РУ – реакторная установка;
ТВС – тепловыделяющая сборка;
ФГУП – федеральное государственное унитарное предприятие;
1D – одномерная модель;
3D – трехмерная модель;
BBF – (Boundary Body Force) метод силы на вложенной границе;
CCCM – (Cartesian Cut–Cell Method) метод обрезанных декартовых ячеек;
CFD – (Computational Fluid Dynamics) вычислительная гидродинамика;
DNS – (Direct Numerical Simulation) прямое численное моделирование;
FTT – (Fully Thread Tree) иерархическая древовидная структура хранения данных;
GCM – (Chost Cell Method) метод фиктивных ячеек;
HRS – (High Resolution Scheme) разностные схемы высокой разрешающей способности;
SDPUS–C1 – (Six–Degree Polynomial Upwind Scheme of C1 class) непрерывно дифференцируемая ограниченная схема третьего порядка точности;
TVD – (Total Variation Diminishing) уменьшение полной вариации.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

A – площадь проходного сечения канала, м^2;

A – матрица коэффициентов;

C – конвективный член;

Cp – удельная теплоемкость при постоянном давлении, Дж/(кг·К);

D – диффузионный член;

D – диаметр, м либо коэффициент диффузии, м^2/с;

F_i – площадь межфазной поверхности, м^2;

G – градиентный член кинематического давления (отнесенного к плотности);

g – ускорение свободного падения, м/с^2;

H – коэффициент растворимости, Кмоль/(Па·м^3);

h – удельная энтальпия, Дж/кг;

J – конвективные потоки либо Якобиан обратного преобразования;

j – приведенная скорость, м/с;

L – линейный оператор;

$\mathbb{L}$ – нелинейный оператор;

M(m) – расход в область моделирования из внешнего источника, кг/с (на единицу объема, кг/(м^3·с));

m – плотность массового потока за счет диффузии, кг/(м^2·с);

N – количество расчетных ячеек;

n – вектор нормали;

Nu – число Нуссельта;

P – давление, Па либо кинематическое давление, (Па·м^3)/кг;

P – оператор пролонгации;

Pr – число Прандтля;

Q(q) – тепловой поток, Вт (на единицу объема, Вт/м^3);

q – плотность теплового потока, Вт/м^2;

R – источниковый член либо универсальная газовая постоянная, Дж/(кг·К);

R – оператор ограничения;

r – вектор невязки решения;

Re – число Рейнольдса;

S – площадь, м^2 либо шаг расположения стержней сборки, м;

Sc – число Шмидта;

T – температура, К;

T – тензор скошенности расчетной сетки;

t – время, с;

U – скорость, м/с либо массовая скорость, кг/(м^2·с) на гранях ячеек;

u – вектор скорости, м/с;

V – объем, м^3;

W, w – осевая скорость, м/с;

W – матрица коэффициентов;

X – массовая концентрация неконденсирующихся газов;

X – вектор неизвестных;

Y – вектор неизвестных;

z – координата вдоль канала;

α – коэффициент теплообмена, Вт/(м^2·К);

β – коэффициент массообмена, м/с либо коэффициент межъячеечного турбулентного перемешивания;

γ – интенсивность образования фаз в единице объема, кг/(м^3·с);

Γ – интенсивность генерации пара, кг/с;

λ – коэффициент трения либо коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);

μ – коэффициент динамической вязкости, Па·с;

ν – коэффициент кинематической вязкости, м^2/с;

ξ – обобщенные (криволинейные) координаты;

П – периметр, м;

ρ – плотность, кг/м^3;

τ – сила трения на единицу объема, Н/ м^3 либо касательное напряжение, Па;

$\overline{\overline{\boldsymbol{\tau}}}$ – тензор вязких напряжений;

Φ – произвольная величина;

φ – объемная доля фаз;

$\Psi(\psi)$ – массовый поток неконденсирующихся компонент в газовую фазу при выделении из жидкости, кг/с (на единицу объема, кг/(м^3·с).

Нижние индексы

b – параметры на границе либо средние по сечению;

c – центр расчетной ячейки;

f – жидкая фаза либо грань расчетной ячейки;

g – газовая фаза;

i – межфазная поверхность либо компоненты вектора;

j – порядковый номер соединения в канале;

k – порядковый номер расчетной ячейки в канале;

l – номер граничной грани между 3D и 1D областями моделирования;

met – метастабильное состояние;

n – компонент неконденсирующихся газов;

ng – исходный уровень сетки в многосеточном методе;

p – произвольная фаза;

s – линия насыщения при полном давлении;

sv – линия насыщения при парциальном давлении пара;

т – турбулентный;

v – паровой компонент;

w – параметры на стенке;

τ – динамические параметры;

$\underline{(\ )}$ – донорные величины;

$\underline{\underline{(\ )}}$ – средние значения в соединении канала.

Верхние индексы

L – линеаризированные величины;

n – временной слой;

$(\ )'$ – параметры жидкости на линии насыщения либо турбулентная флуктуация;

$(\ )''$ – параметры пара на линии насыщения;

$\overline{(\ )'}$ – осреднение турбулентных флуктуаций;

$(\ )^{+}$ – нормированные на динамические параметры величины;

* – нормированные на гидравлический диаметр координаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Спассков В.П., Драгунов Ю.Г., Рыжов С.Б. и др. Расчетное обоснование теплогидравлических характеристик реактора и РУ ВВЭР. – М.: ИКЦ Академкнига. 2004. 340 с.
2. Кузнецов Ю.Н. Теплообмен в проблеме безопасности ядерных реакторов. – М.: Энергоатомиздат. 1989. 296 с.
3. Делайе Дж., Гио М., Ритмюллер М. Теплообмен и гидродинамика в атомной и тепловой энергетике. – М.: Энергоатомиздат. 1984. 424 с.
4. Верньe Ф., Делайе Дж. Общие уравнения двухфазных потоков в применении к термогидродинамике кипящих ядерных реакторов // В кн.: Новые исследования по общим уравнениям гидродинамики и энергии двухфазных течений. Атомиздат. 1970. С. 10–61.
5. Банерджи С., Ханкокс В. Анализ нестационарных теплогидравлических процессов в ядерных реакторах // Материалы 6й Международной конференции по теплопередаче. Торонто. 1978. В кн.: Теплообмен в ядерных реакторах. Вып. 1. 1980. С. 3–34.
6. TRAC–PF1/MOD2, Theory Manual // NM 87545. Los Alamos. 1993.
7. RELAP5/MOD2, Code Manual, Volume I: Code Structure, System Models and Solution Methods // NUREG/CR–4312–V1. Idaho. 1985.
8. RELAP5/MOD3.3, Code Manual, Volume I: Code Structure, System Models and Solution Methods // NUREG/CR–5535/Rev1–V1. Idaho. 2001.
9. Barre F. Bernard M. The CATHARE code strategy and assessment // Nuclear Engineering and Design. 1990. V. 124. P. 257–284.
10. Bestion D. Dossier Descriptif CATHARE M14 – Description Generale des Lois Physiques du Module de Base (Revision 5) // Seth/LEML – EM/89–190. Grenoble. 1990.
11. Bestion D. The physical closure laws in the CATHARE code // Nuclear Engineering and Design. 1990. V. 124. P. 229–245.
12. Austregesilo H., Bals C., Hora A., Lerchl G., Romstedt P. ATHLET Mod. 2.0 Cycle A. Models and Methods // GRS–P–1/ Vol. 4. 2003.
13. Hanna B. CATHENA: A thermalhydraulic code for CANDU analysis // Nuclear Engineering and Design. 1998. V. 180. P. 113–131.
14. Нигматулин Б.И., Мелихов О.И., Соловьев С.Л. Состояние и развитие отечественных системных теплогидравлических кодов для моделирования аварийных и нестационарных процессов на АЭС с ВВЭР // Теплоэнергетика. 2001. №3. С. 17–20.

15. Нигматулин Б.И., Василенко В.А., Соловьев С.Л. Разработка расчетных кодов нового поколения – актуальная задача развития отечественной атомной энергетики // Теплоэнергетика. 2002. №11. С. 2–10.
16. Dor I., Geffraye G., Lavialle G., Mieusset T. Recent improvements of physical models in the CATHARE code and their validation. // The 12th International Conference on Nuclear Engineering (ICONE–12), 25 – 29 April 2004. Arlington. USA. Paper – 49408. 11p.
17. Sarrette C., Kouhia J., Purhonen H., Bestion D. Noncondensable gas release and dissolution: Analytical experiment and calculation with CATHARE2 V1.3L // The 9th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal–Hydraulics (NURETH–9), 3–8 October 1999. San Francisco. USA. Paper – 140. 19p.
18. Sarrette C., Bestion D. Study of release of nitrogen gas dissolved in water during depressurization – application to primary circuit of PWR // Nuclear Engineering and Design. V. 224. P. 337–358.
19. Bertolotto D., Manera A., Frey S., Prasser H–M., Chawla R. Single–phase mixing studies by means of a directly coupled CFD/system–code tool // Annals of Nuclear Energy. 2009. V. 36. P. 310–316.
20. Aumiller D.L., Tomlinson E.T., Bauer R.C. A coupled RELAP5–3D/CFD methodology with a proof–of–principle calculation // Nuclear Engineering and Design. 2001. V. 205. P. 83–90.
21. Baviere R., Tauveron N., Perdu F., Garre E. System–CFD coupled simulation of the Phenix reactor natural circulation test // The 15th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal–Hydraulics(NURETH–15), 12–17 May 2013. Pisa. Italy. Paper – 288. 15p.
22. Jeltsov M., Koop K., Kudinov P., Villanueva W. Development of a domain overlapping coupling methodology for STH/CFD analysis of heavy liquid metal thermal–hydraulics // The 15th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal–Hydraulics(NURETH–15), 12–17 May 2013. Pisa. Italy. Paper – 466. 18p.
23. Papukchiev A., Lerchl G., Waata C., Franck T. Extension of the simulation capabilities of the 1D system code ATHLET by coupling with the 3D CFD software package ANSYS CFX // The 13th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal–Hydraulics(NURETH–13), 27 September – 2 October 2009. Kanawaza. Japan. Paper – N13P1028. 13p.
24. Jeong H.–Y, Ha K.–S., Kwon Y.–M., Lee Y.–B., Hahn D. A dominant geometrical parameter affecting the turbulent mixing rate in rod bundles // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2007. V. 50. P. 908–918.
25. Rehme K. The structure of turbulence in rod bundles and the implications on natural mixing between the subchannels // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1992. V. 35. №2. P. 567–581.

26. Kim S., Chung B. A scale analysis of the turbulent mixing rate for various Prandtl number flow fields in rod bundles // The 9th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal–Hydraulics (NURETH–9), 3–8 October 1999. San Francisco. USA. Paper log254. 17p.
27. Baglietto E., Ninokata H. Improved turbulence modeling for performance evaluation of novel fuel designs // The 11th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal–Hydraulics (NURETH–11), 2–6 October 2005. Avignon. France. Paper – 331. 19p.
28. Baglietto E. Anisotropic turbulence modeling for accurate rod bundle simulations // The 14th International Conference on Nuclear Engineering (ICONE–14), 17–20 July 2006. Miami. USA. Paper – 89646. 10p.
29. Ikeno T., Kajishima T. Large eddy simulation of fully developed sub–channel turbulence // The 10th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal–Hydraulics (NURETH–10), 5–9 October 2003. Seoul. Korea. Paper – A00601. 19p.
30. Misawa T., Ninokata H., Maekawa I. Calculation of detailed velocity distributions in fuel pin bundles of infinite triangular array configuration using direct numerical simulation // The 6th International Conference on Nuclear Thermal Hydraulics, Operations and Safety (NUTHOS–6), 4–8 October 2004. Nara. Japan. Paper – N6P377. 18p.
31. Мигров Ю.А., Юдов Ю.В., Данилов И.Г., Волкова С.Н., Коротаев В.Г., Кутьин В.В., Бондарчик Б.Р., Бенедиктов Д.В. КОРСАР – расчетный код нового поколения для численного моделирования динамики ЯЭУ // Тезисы докладов семинара по динамике ЯЭУ "Математические модели для исследования и обоснования характеристик оборудования и ЯЭУ в целом при их создании и эксплуатации", 18–22 сентября 2000. Сосновый Бор. С. 5–6.
32. Migrov Yu., Yudov Yu., Danilov I., Volkova S., Korotaev V., Kutyin V., Bondarchik B., Benediktov D. KORSAR: A new generation computer code for numerically modeling dynamic behavior of nuclear power installations. // The 9th International Conference on Nuclear Engineering (ICONE–9), 8–12 April 2001. Nice. France. Paper – 545. 7 p.
33. Мигров Ю.А., Волкова С.Н., Юдов Ю.В., Данилов И.Г., Коротаев В.Г., Кутьин В.В., Бондарчик Б.Р., Бенедиктов Д.В. КОРСАР – теплогидравлический расчетный код нового поколения для обоснования безопасности АЭС с ВВЭР // Теплоэнергетика. 2001. №9. С. 36–49.
34. Мигров Ю.А., Волкова С.Н., Юдов Ю.В., Данилов И.Г., Коротаев В.Г., Кутьин В.В., Бондарчик Б.Р., Бенедиктов Д.В. Опыт создания и верификация расчетного кода КОРСАР // Сборник тезисов докладов 2^{й} Всероссийской научно–технической конференции "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 19–23 ноября 2001. Подольск. С. 22.
35. Василенко В.А., Мигров Ю.А., Волкова С.Н., Юдов Ю.В., Данилов И.Г., Коротаев В.Г., Кутьин В.В., Бондарчик Б.Р., Бенедиктов Д.В. Опыт создания и основные характеристики

теплогидравлического расчетного кода нового поколения КОРСАР // Теплоэнергетика. 2002. №11.С. 11–16.

36. Данилов И.Г., Коротаев В.Г., Мигров Ю.А., Юдов Ю.В. Системный расчетный код КОРСАР (опыт разработки и перспективы развития) // Тезисы Межотраслевого научно–технического семинара "Расчетные и экспериментальные исследования динамики ядерных энергетических установок на этапах жизненного цикла", 20–22 октября 2015. Сосновый Бор. С. 31.
37. Юдов Ю.В. Алгоритм расчета динамики теплогидравлических процессов в циркуляционных контурах водо–водяных энергетических реакторов в двухжидкостном неравновесном приближении // Отчет о НИР. Инв. № Д–6124. НИТИ. 1993.
38. Юдов Ю.В. Пакет программ расчета теплогидравлических процессов в циркуляционных контурах водо–водяных энергетических реакторов // Тезисы семинара Минатома РФ "Динамика энергоблоков атомных станций нового поколения (проблемы управления и безопасности)", 30 мая–3 июня 1994. Сосновый Бор. С. 47.
39. Юдов Ю.В. Верификация пакета программ ДЖИП на интегральном стенде безопасности ИСБ–ВВЭР // Труды Международной конференции "Теплофизические аспекты безопасности ВВЭР", 21–24 ноября 1995. Обнинск. Т.2. С. 165–175.
40. Мигров Ю.А., Чернов И.В., Юдов Ю.В. Опыт верификации расчетных кодов на стенде ИСБ–ВВЭР по технологии стандартных проблем безопасности // Тезисы семинара Минатома РФ по динамике ядерно–энергетических установок "Математическое и физическое моделирование ядерных реакторов и петлевых установок, проблемы верификации", 9–13 сентября 1996. Димитровград. С. 41–42.
41. Мигров Ю.А., Чернов И.В., Юдов Ю.В. Опыт и результаты верификации расчетных кодов ДЖИП и RELAP5 на стенде ИСБ–ВВЭР в процессе выполнения стандартных проблем безопасности СПБ–1 и СПБ–2 // Труды Международной конференции "Теплофизические аспекты безопасности ВВЭР", 26–29 мая 1998. Обнинск. Т.2. С. 233–242.
42. Мигров Ю.А., Чернов И.В., Юдов Ю.В. Результаты верификации расчетных кодов ДЖИП и RELAP5 на стенде ИСБ–ВВЭР на основе стандартных проблем безопасности СПБ–1 и СПБ–2 // Теплоэнергетика. 1999. № 3. С. 8–13.
43. Данилов И.Г. Системный расчетный код КОРСАР. Описание специализированного языка кодирования входных данных DLC. Инв. № Т–858. НИТИ. 2000.
44. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2000610816. Программный комплекс "Интегральный теплогидравлический расчетный код улучшенной оценки КОРСАР/В1.1" (РК КОРСАР/В1.1). Авторы: Мигров Ю.А., Юдов Ю.В., Данилов

И.Г., Волкова С.Н., Коротаев В.Г., Бондарчик Б.Р., Кутьин В.В., Бенедиктов Д.В. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 31 августа 2000 г.

45. Программный комплекс КОРСАР/В1.1. Аттестационный паспорт программного средства № 168 от 23.12.2003. Федеральный надзор России по ядерной и радиационной безопасности.
46. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2005612500. Программный комплекс "Интегральный теплогидравлический расчетный код улучшенной оценки КОРСАР/В2". Авторы: Мигров Ю.А., Юдов Ю.В., Данилов И.Г., Волкова С.Н., Коротаев В.Г., Владимиров А.А., Кутьин В.В., Бенедиктов Д.В., Гусев В.И., Егоров А.П., Артемов В.Г., Пискарев А.В., Шемаев Ю.П. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 26 сентября 2005 г.
47. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011613548. Программный комплекс "Интегральный теплогидравлический расчетный код улучшенной оценки КОРСАР/ГП". Авторы: Мигров Ю.А., Юдов Ю.В., Данилов И.Г., Волкова С.Н., Коротаев В.Г., Владимиров А.А., Бенедиктов Д.В., Гусев В.И., Егоров А.П., Артемов В.Г., Пискарев А.В., Шемаев Ю.П., Алехин Г.В., Семишкин В.П., Фризен Е.А. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 6 мая 2011 г.
48. Программный комплекс КОРСАР/ГП. Аттестационный паспорт программного средства № 263 от 23.09.2009. Федеральная служба по экологическому, технологическому и атомному надзору.
49. Программное средство КОРСАР/BR. Аттестационный паспорт программного средства № 355 от 17.04.2014. Федеральная служба по экологическому, технологическому и атомному надзору (Ростехнадзор).
50. Безруков Ю.А., Логвинов С.А., Суслов А.И., Соловьев С.Л. Матрицы верификации теплогидравлических кодов улучшенной оценки применительно к ВВЭР // Теплоэнергетика. 2002. №11. С. 42–48.
51. Виноградов В.Н., Ложкин В.В., Сергеев В.В., Зайцев С.И., Юдов Ю.В. Верификация российских теплогидравлических кодов на стандартных задачах повторного залива ВВЭР // Сборник тезисов докладов 2й Всероссийской научно–технической конференции "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 19–23 ноября 2001. Подольск. С. 37.
52. Безруков Ю.А., Щеколдин В.И. Верификация расчетных моделей по кризису теплообмена и закризисной теплоотдаче, используемых в расчетном коде КОРСАР // Теплоэнергетика. 2002. №11. С. 56–61.
53. Веремеев А.А., Ивашкевич А.А., Смогалев И.П., Виноградов В.Н., Ефанов А.Д., Сергеев В.В. Верификация модели закризисного теплообмена теплогидравлического кода КОРСАР // Теплоэнергетика. 2002. №11. С. 66–70.

54. Швецов Ю.К., Фальков А.А. Анализ экспериментов с повторным заливом моделей ТВС с локальной блокировкой с использованием кодов RELAP/SCDAPSIM|MOD3.4 и КОРСАР/BR //Сборник тезисов докладов 11[й] Международной научно–технической конференции (МНТК–11), 21–24 мая 2019. Подольск. С. 130–131.
55. Мигров Ю.А., Юдов Ю.В., Волкова С.Н., Кутьин В.В., Фальков А.А., Гусев А.С. Верификация расчетного кода КОРСАР при моделировании поведения неконденсирующихся газов в теплоносителе // Сборник тезисов докладов 4[й] Международной научно–технической конференции "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 23–26 мая 2005. Подольск. С. 66–67.
56. Мигров Ю.А., Юдов Ю.В., Волкова С.Н., Бондарчик Б.Р., Чернов И.В., Кутьин В.В., Гудошников А.Н., Бенедиктов Д.В., Кувшинова О.В. Верификация РК КОРСАР на интегральных теплогидравлических стендах и на АЭС с ВВЭР–1000 // Тезисы докладов отраслевой конференции "Теплофизика 2001" "Теплогидравлические коды для энергетических реакторов (разработка и верификация)", 29–31 мая 2001. Обнинск. С. 137–139.
57. Гашенко М.П., Липатов И.А., Шмаль И.И., Дремин Г.И., Галчанская С.А., Ревнов А.А., Никонов С.М., Горбунов Ю.С., Молошников А.С., Елкин И.В., Мигров Ю.А., Волкова С.Н., Юдов Ю.В. Экспериментальные исследования на интегральных стендах (ИСБ–ВВЭР и ПСБ–ВВЭР), обеспечивающие верификацию теплогидравлических кодов // Теплоэнергетика. 2002. №11. С. 49–55.
58. Гудошников А.Н., Мигров Ю.А., Юдов Ю.В., Румянцев С.Н. Верификация кода КОРСАР с учетом поведения неконденсирующихся газов в теплоносителе на основе интегральных экспериментов // Сборник тезисов 5[й] Международной научно–технической конференции "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 29 мая–1 июня 2007. Подольск. С. 35.
59. Алехин Г.В., Курбаев С.А., Быков М.А., Зайцев С.И., Беляев Ю.В., Мигров Ю.А., Коротаев В.Г., Кувшинова О.В. Кросс–верификация расчетных комплексов ТРАП–КС, ДКМ и КОРСАР/ГП по результатам динамических испытаний на действующих энергоблоках ВВЭР–1000 // Сборник тезисов 5[й] Международной научно–технической конференции "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 29 мая–1 июня 2007. Подольск. С. 38.
60. Артемов В.Г., Мигров Ю.А., Гусев В.И., Коротаев В.Г., Егоров А.П., Кувшинова О.В., Артемова Л.М. Роль модели газового зазора твэла в сопряженных нейтронно–физических и теплогидравлических расчетах динамики ВВЭР // Сборник тезисов 5[й] Международной научно–технической конференции "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 29 мая–1 июня 2007. Подольск. С. 77–78.

61. Артемов В.Г., Коротаев В.Г., Юдов Ю.В., Иванов А.С., Пискарев А.В., Артемова Л.М. Верификация НФТГ/3D модели кода КОРСАО/ГП в области низких значений плотности теплоносителя на основе стационарных состояний кипящего реактора ВК–50 // Сборник тезисов 6й Международной научно–технической конференции "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 26–29 мая 2009. Подольск. С. 47.

62. Беляев Ю.В., Зайцев С.И., Волкова С.Н., Гудошников А.Н., Мигров Ю.А., Юдов Ю.В. Численное моделирование аварийных режимов реакторной установки с ВВЭР–1000 с помощью расчетных кодов ТРАП и КОРСАР // Теплоэнергетика. 2002. №11. С. 62–65.

63. КОРСАР/ГП. Расчетный код для численного моделирования динамики РУ с ВВЭР с учетом взаимного влияния нейтронно–физических и теплогидравлических процессов и присутствия неконденсирующихся газов в теплоносителе. Результаты верификации РК КОРСАР/ГП // Отчет о верификации. Ч.3. Инв. № Т–1484. НИТИ. 2007.

64. Watanabe T., Kukita Y. The effect of the virtual mass term on the stability of the two–fluid model against perturbations // Nuclear Engineering and Design. 1992. V. 135. P. 327–340.

65. Юдов Ю.В. Особенности моделирования гидродинамики расслоенного и дисперсно–кольцевого режимов течения двухфазного потока в расчетном коде КОРСАР // Теплоэнергетика. 2002. №11.С. 30–35.

66. Yudov Yu. The KORSAR computer code modeling of annular–dispersed two–phase flow hydrodynamics // The 11th International Conference on Nuclear Engineering (ICONE–11), 20–23 April 2003. Tokyo. Japan. Paper – 36150. 8 p.

67. Юдов Ю.В. Разработка двухжидкостной модели контурной теплогидравлики реакторных установок с водяным теплоносителем / Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Сосновый Бор. 2001. 188 с.

68. Юдов Ю.В., Мигров Ю.А., Бенедиктов Д.В. Двухжидкостная модель стратифицированного двухфазного потока в горизонтальных трубах // Тезисы докладов отраслевой конференции "Гидродинамика и безопасность АЭС", 28–30 сентября 1999. Обнинск. С. 41–44.

69. Юдов Ю.В., Волкова С.Н., Мигров Ю.А. Замыкающие соотношения теплогидравлической модели расчетного кода КОРСАР // Теплоэнергетика. 2002. №11. С. 22–29.

70. Сулацкий А.А., Юдов Ю.В., Бондарчик Б.Р. Особенности моделирования ограничения противоточного движения фаз в расчетном коде КОРСАР // Теплоэнергетика. 2002. №11. С. 36–41.

71. Юдов Ю.В., Волкова С.Н., Сулацкий А.А. КОРСАР/В1.1. Теплогидравлический расчетный код // Методика расчета замыкающих соотношений и отдельных физических явлений контурной теплогидравлики. Инв. № Т–1029. НИТИ. 2001.

72. Taitel Y., Dukler A. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas–liquid flow // AIChE Journal. 1976. V. 22. №1. P. 47–54.

73. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. – М.: Мир. 1972. 442 с.

74. Хабенский В.Б., Мигров Ю.А., Токарь О.В. Особенности использования модели дрейфа фаз в расчетных динамических реакторных программах // Инженерно – Физический Журнал. 1994. Т. 67. № 3–4. С. 209–218.

75. Лабунцов Д.А., Корнюхин И.П., Захарова Э.А. Паросодержание двухфазного адиабатического потока в вертикальных каналах // Теплоэнергетика. 1968. № 4. С. 62–67.

76. Kataoka I., Ishii M. Drift flux model for large diameter pipe and new correlation for pool void fraction // International Journal of Heat Transfer. 1987. V. 30. № 9. P. 1927–1939.

77. Yao G., Ghiaasiaan S. Wall friction in annular – dispersed two – phase flow // Nuclear Engineering and Design. 1996. V. 163. P. 149–161.

78. Andritsos N., Hanratty T. Influence of interfacial waves in stratified gas – liquid flows // AIChE Journal. 1987. V. 33. № 3. P. 444–453.

79. Nakamura H., Kukita Y., Tasaka K. Interfacial friction factor for high – pressure steam/water stratified–way flow in horizontal pipe // Journal of Nuclear Science and Technology. 1995. V. 32. №9. P. 868–879.

80. Hainoun A., Hicken E., Wolters J. Modelling of void formation in the subcooled regime in the ATHLET code to simulate flow instability for research reactors // Nuclear Engineering and Design. 1996. V. 167. P. 175–191.

81. Протодьяконов И.О., Люблинская И.Е. Гидродинамика и массообмен в системах газ–жидкость. –Л.: Наука. 1990. 349 с.

82. Ishii M., Mishima K. Two– fluid model and hydrodynamic constitutive relations // Nuclear Engineering and Design. 1984. V. 82. P. 107–126.

83. Suqawara S. Droplet deposition and entrainment modeling based on the three – fluid model // Nuclear Engineering and Design. 1990. V. 122. P. 67–84.

84. Zhang Q., Hewitt G., Leslie D. Nuclear safety code modelling of condensation in stratified flow // Nuclear Engineering and Design. 1993. V. 139.P. 1–15.

85. Hammouda N., Groeneveld D., Cheng S. Two fluid modelling of inverted annular film boiling // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1997. V. 40. № 11. P. 2655–2670.

86. Мэингер Ф., Лэнгнер Х. Закризисный теплообмен // Материалы 6^{й} Международной конференции по теплопередаче. Торонто. 1978. В кн.: Теплообмен в ядерных реакторах. Вып. 1. 1980. С. 35–56.

87. Боришанский В.М., Андреевский А.А., Быков Г.С. и др. Теплообмен в закризисной зоне парогенерирующего канала // В кн.: Труды V всесоюзной конференции по теплообмену и

гидравлическому сопротивлению при движении двухфазного потока в элементах энергетических машин и аппаратов. Наука. Ленинград. 1977. С. 16–24.

88. Нигматулин Б.Н., Кухаренко В.Н. Теплоотдача в закризисной области теплообмена в парогенерирующем канале с парокапельным потоком // Теплофизика высоких температур. 1991. Т. 29. №3. С. 557–563.
89. Юдов Ю.В. Моделирование поведения неконденсирующихся газов в двухфазном потоке в приближении двухжидкостной модели // Сборник тезисов докладов 3й Всероссийской научно–технической конференции "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 26–30 мая 2003. Подольск. С. 90–91.
90. Юдов Ю.В. Учет влияния неконденсирующихся газов на процессы межфазного тепломассообмена в двухжидкостной модели кода КОРСАР // Теплоэнергетика. 2018. №3. С. 42–50.
91. Франк–Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. – М.: Наука. 1987. 502 с.
92. Кириллов П.Л., Богословская Г.П. Тепломассообмен в ядерных энергетических установках. – М.: Энергоатомиздат. 2000. 456 с.
93. Фальков А.А., Кулаков И.Н., Усынин В.Г. Разработка методики расчета поведения неконденсирующихся газов в коде КОРСАР для РУ с ВВЭР // Отчет о НИР. Инв.№ 9065/01. ОКБМ. 2001.
94. Фальков А.А., Кулаков И.Н., Усынин В.Г. Реализация модели неконденсирующегося газа в коде КОРСАР. Подготовка данных для верификации // Отчет о НИР. Инв. № 9278/01. ОКБМ. 2001.
95. Yudov Yu. Numerical solution of conservation equations in the transient model for the system thermal–hydraulics in the KORSAR computer code // The International Conference on Nuclear Engineering (ICONE–9). Book of abstracts. V.2, 8–12 April 2001. Nice. France. Paper–544. P. 545.
96. Юдов Ю.В. Особенности численного решения уравнений сохранения двухжидкостной модели нестационарной контурной теплогидравлики в РК КОРСАР // Труды XIII школы–семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева "Физические основы экспериментального и математического моделирования процессов газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках ", 20–25 мая 2001. Санкт–Петербург. Т.2. С. 134–137.
97. Юдов Ю.В. Двухжидкостная модель нестационарной контурной теплогидравлики и ее численная реализация в расчетном коде КОРСАР // Теплоэнергетика. 2002. №11. С. 17–21.

98. Travis J., Harlow F., Amsden A. Numerical calculation of two–phase flows // Nuclear Science and Engineering. 1976. V. 61. P. 1–10.
99. Liles D., Reed W. A semi–implicit method for two–phase fluid dynamics // Journal of Computational Physics. 1978. V. 26. P. 390–407.
100. Stewart H. Calculation of transient boiling flow in channels // Journal of Computational Physics. 1979. V.30. P. 61–75.
101. Stewart H., Wendroff B. Two–phase flow: models and methods // Journal of Computational Physics. 1984. V. 56. P. 363–409.
102. Press W., Teukolsky., Vetterling W., Flannery B. Numerical recipes in FORTRAN 77. The art of scientific computing. V1. Cambrige. USA: Numerical Recipes Software. 1997. 1004 p.
103. Сулыбкин С.В. Проблемы численного решения уравнений теплогидродинамики парогазоводяных потоков для разветвленных теплогидравлических сетей применительно к задачам реального времени // Технологии и системы обеспечения жизненного цикла ядерных энергетических установок. Вып. 3. Конкурс научных и инженерных работ НИТИ им. А.П. Александрова 2004 года. Санкт–Петербург: Менделеев. 2005. С. 56–64.
104. Волков Е.А. Численные методы. – М.: Наука. 1982. 255 с.
105. Миронов Ю.В. Тестирование сохранения массы в общеконтурных теплогидравлических кодах // Отчет. Инв. № 272.039 от. НИКИЭТ. 2001.
106. Юдов Ю.В. Коррекция полунеявной численной схемы двухжидкостной модели кода КОРСАР // Теплоэнергетика. 2019. №1. С. 1–10.
107. Kuhn S., Schrock V., Peterson P. An investigation of condensation from steam–gas mixtures flowing downward inside a vertical tube // Proceedings of the 7й International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal–Hydraulics (NURETH–7), 10–15 September. 1995. New York. USA. P. 312–335.
108. Dehbi A., Guentay S. A model for the performance of a vertical tube condenser in the presence of noncondensable gases // Nuclear Engineering and Design. 1997. V.177. P. 41–52.
109. Cairns R., Roper G. Heat and mass transfer at high humidities in a wetted wall column// Chemical Engineering Science. 1954. V.3. P. 97–109.
110. Юдов Ю.В., Чепилко С.С. Разработка генератора декартовых сеток CFD модуля на основе метода вложенных границ // Сборник тезисов 8й Международной научно–технической конференции "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР, 28–31 мая 2013. Подольск. С. 66–67.
111. Юдов Ю.В., Чепилко С.С., Данилов И.Г. Разработка CFD модуля в составе РК КОРСАР на основе метода вложенных границ // Сборник тезисов 8й Международной научно–

технической конференции "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР, 28–31 мая 2013. Подольск. С. 64–65..

112. Юдов Ю.В., Чепилко С.С., Кастерин Д.С. Разработка и тестирование CFD–модуля в составе РК КОРСАР //Отчет о НИР. Инв. № Т–2872. НИТИ. 2014.
113. Юдов Ю.В., Чепилко С.С., Данилов И.Г. Численная реализация трехмерной модели теплогидравлики на основе метода вложенной границы в расчетном коде "КОРСАР/CFD" // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2018. Вып. 4. С. 46–56.
114. Chung T.J. Computational Fluid Dynamics. – Cambridge: Cambrige University Press. UK: 2002. 1012 p.
115. Launder B., Spalding D. The numerical computation of turbulent flows // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1974. V 3. № 2. P. 269–289.
116. Wilcox D. Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models // AIAA Journal. 1988. V. 26. № 11. P. 1299–1310.
117. Menter F. Two–equation eddy–viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. 1994. V. 32. № 8. P. 1598–1605.
118. Ferziger J., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. – Berlin: Springer. 2002. 389p.
119. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкости. – М.: Мир. 1991. Т. 1. 504 с.
120. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкости. – М.: Мир. 1991. Т. 2. 552 с.
121. Mittal R., Iaccarino G. Immersed boundary methods // Annual Review Fluid Mechanics. 2005. P. 239–261.
122. Mohd–Yusof J. Combined immersed–boundary /B–spline methods for simulation of flow in complex geometries // Center for Turbulence Research Annual Research Briefs. 1997. P. 317–327.
123. Fadlun E., Verzicco R., Orlandi P., Mohd–Yusof J. Combined immersed–boundary finite–difference methods for three–dimensional complex flow simulations //Journal of Computational Physics. 2000. V. 161, P. 35–60.
124. Tseng Yu–H., Ferziger J. A ghost–cell immersed boundary method for flow in complex geometry.// Journal of Computational Physics. 2003. V. 192.P. 593–623.
125. Kalitzin G., Iaccarino G. Toward immersed boundary simulation of high Reynolds number flows // Center for Turbulence Research Annual Research Briefs. 2003. P. 369–378.
126. Мортиков Е.В. Применение метода погруженной границы для решения системы уравнений Навье–Стокса в областях сложной конфигурации // Вычислительные методы и программирование. 2010. Т. 11. С. 32–42.

127. Ye T., Mittal R., Udaykumar H., Shyy W. An accurate Cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries // Journal of Computational Physics. 1999. V. 156. P. 209–240.
128. Hartmann D., Meinke M., Shröder W. An adaptive multilevel multigrid formulation for Cartesian hierarchical grid methods // Computers & Fluids. 2008. V. 37. P. 1103–1125.
129. Ji H., Lien F.–S., Yee E. Numerical simulation of detonation using an adaptive Cartesian cut–cell method combined with a cell–merging technique // Computers & Fluids. 2010. V. 39. P.1041–1057.
130. Popinet S. GERRIS: a tree–based adaptive solver for incompressible Euler equations in complex geometries // Journal of Computational Physics. 2003. V. 190. P. 572–600.
131. Ji H., Lien F.–S., Yee E. A robust and efficient cut–cell / ghost–cell method with adaptive mesh refinement for moving boundaries on irregular domains // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 2008. V. 198. P. 432–448.
132. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат. 1984. 152 с.
133. Leonard B. Simple high–accuracy resolution program for convective modelling of discontinuities // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 1988. V. 8. P.1291–1318.
134. Darwish M., Moukalled F. Normalized variable and space formulation methodology for high–resolution schemes // An International Journal of Computation and Methodology. 1994. V. 26. P. 79–96.
135. Gaskell P., Lau A. Curvature–compensated convective transport: SMART, a new boundedness–preserving transport algorithm // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 1988. V. 8. № 6. P. 617–641.
136. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. 1997. V.135. P. 260–278.
137. Sweby P. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws // SIAM Journal on Numerical Analysis. 1984. V. 5. №. 5. P. 995–1011.
138. Волков К.Н. Дискретизация конвективных потоков в уравнениях Навье–Стокса на основе разностных схем высокой разрешающей способности // Вычислительные методы программирования. 2004. Т. 5. С. 129–145.
139. Lima G., Ferreira V., Cirilo E., Castelo A., Candezano M., Tasso I., Sano D., Scalvi L. A continuously differentiable upwinding scheme for the simulation of fluid flow problems // Applied Mathematics and Computation. 2012. V.218. P. 8614–8633.

140. Leonard B. A stable and accurate convective modeling procedure based on quadratic interpolation // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1979. V. 19. P. 59–98.

141. Kim D., Choi H. A second–order time–accurate finite volume method for unsteady incompressible flow on hybrid unstructured grids // Journal of Computational Physics. 2000. V. 162. P. 411–428.

142. Hackbusch W. Multi – grid methods and applications. Springer – Verlag. Germany. 1985. 377 p.

143. Обобщение верификационных материалов по системному расчетному коду нового поколения. Этап. 1 // Итоговый верификационный отчет. Часть 1. Инв. № Т–4635. НИТИ.. 2020.

144. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.– М.: Дрофа. 2003. 840 с.

145. Смирнов Е.М., Абрамов А.Г., Галаев С.А., Зайцев Д.К. и др. Развитие кода ТЕМБР и формирование верификационной базы по численному решению задач термогидродинамики жидких металлов на суперкомпьютерах // Отчет о НИР. Инв. № 143603402–2. ФГАОУ ВО "СПбПУ". 2014.

146. Gilmanov A., Sotiropoulos F. A hybrid Cartesian/immersed boundary method for simulating flows with 3D, geometrically complex, moving bodies // Journal of Computational Physics. 2005. V. 207. P. 457–492.

147. Ding H., Shu C., Yeo K., Xu D. Numerical computation of three–dimensional incompressible viscous flows in the primitive variable form by local multiquadric differential quadrature method // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2006. V. 195. P. 516–533.

148. Fuchs L., Tillmark N. Numerical and experimental study of driven flow in a polar cavity // International Journal of Numerical Methods in Fluids. 1985. V. 5. P. 311–329.

149. Young D., Tsai F. Characteristics in models of arterial stenoses. I. Steady flow // Journal of Biomechanics. 1973. V.6. P. 395–410.

150. Humphrey A., Taylor A., Whitelaw J. Laminar flow in a square duct of strong curvature // Journal of Fluid Mechanics. 1977. V. 83. P. 509–527.

151. Liepsch D., Moravec S., Rastogi A., Vlachos N. Measurement and calculations of laminar flow in a ninety degree bifurcation // Journal of Biomechanics. 1982. V. 15. No.7. P 473–485.

152. Verstappen R., Dröge M. A symmetry–preserving Cartesian grid method for computing a viscous flow past a circular cylinder // Comptes Rendus Mecanique. 2005. V. 333. P. 51–57.

153. Зайцев Д.К. Численное решение задач гидрогазодинамики и теплообмена с использованием блочно–структурированных сеток. Программный комплекс SINF / Диссертация на соискание ученой степени доктора физико–математических наук. Санкт–Петербург. 2016. 261 с.

154. Kuehn T., Goldstein R. An experimental study of natural convection heat transfer in concentric and eccentric horizontal cylindrical annuli // Journal of Heat Transfer. 1978. V. 100. P. 635–640.
155. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям (коэффициенты местных сопротивлений и сопротивления трения). – М.: Госэнергоиздат. 1960. 464 с.
156. Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. – М.: Энергоатомиздат. 1986. 472 с.
157. Monson D., Seegmiller H. An experimental investigation of subsonic flow in a two–dimensional U–duct // NASA Technical Memorandum. A–92087. 1992.
158. Sudo K., Sumida M., Hibara H. Experimental investigation on turbulent flow in a circular–sectioned 90–degree bend // Experiments in Fluids. 1998. V. 25. P. 42–49.
159. Vogel J., Eaton J. Combined heat transfer and fluid dynamic measurements downstream of backward–facing step // Transactions of the ASME. 1985. V. 107. P. 922–929.
160. Baughn J., Hoffman M., Takahashi R., Launder B. Local heat transfer downstream of an abrupt expansion in a circular channel with constant wall heat flux // Journal of Heat Transfer. 1984. V. 106. P. 789–796.
161. Frank T., Lifante C., Prasser H., Menter F. Simulation of turbulent and thermal mixing in T–junctions using URANS and scale–resolving turbulence models in ANSYS CFX // Nuclear Engineering and Design. 2010. V. 240. P. 2313–2328.
162. Betts P., Bokhari I. Experiments on turbulent natural convection in an enclosed tall cavity // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2000. V. 21. P. 675–683.
163. Yudov Yu., Danilov I., Chepilko S. Implementation of CFD module in the KORSAR thermal – hydraulic system code // Proceedings of the 24th Symposium of AER, V.2, 14–18 October 2014. Sochi. Russia. P. 633–648.
164. Yudov Yu., Danilov I., Chepilko S. Implementation of CFD module in the KORSAR thermal – hydraulic system code // Kerntechnik. 2015. V. 80. № 4. P. 359–365.
165. Юдов Ю.В., Данилов И.Г., Чепилко С.С. Технология адаптации CFD модуля в составе функционального наполнения РК КОРСАР/ГП // 9я Международная научно – техническая конференция "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 19–22 мая 2015 г. Подольск. Доклад mntk2015–165. 13 с.
166. Юдов Ю.В., Данилов И.Г., Чепилко С.С., Кастерин Д.С. Объединение одномерной и трехмерной моделей теплогидравлики в расчетном коде КОРСАР/CFD // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2019. Вып. 1. С. 57–68.
167. Кастерин Д.С., Юдов Ю.В., Данилов И.Г., Чепилко С.С. Параллельная версия CFD модуля расчетного кода КОРСАР // Сборник тезисов докладов научно–практической

конференции молодых ученых и специалистов "КОМАНДА", 8–10 июня 2015 г. Санкт–Петербург. С. 107–109.

168. TACIS Project R2.02/02 "Development of safety analysis capabilities for VVER–1000 transients involving spatial variations of coolant properties (temperature or boron concentration) at core inlet". Terms of Reference // European Commission, Europeaid Cooperation Office. 2005.
169. Отчет по результатам эксперимента и его анализу. Эксперимент 1 // Проект TACIS R2.02/02. Инв. № 320–Пр–662. ЗАО "НПО "ГИДРОПРЕСС". 2007.
170. Отчет по результатам эксперимента и его анализу. Эксперимент 2 // Проект TACIS R2.02/02. Инв. № 320–Пр–663. ЗАО "НПО "ГИДРОПРЕСС". 2007.
171. Отчет по результатам эксперимента и его анализу. Эксперимент 6 // Проект TACIS R2.02/02. Инв. № 320–Пр–667. ЗАО «НПО «ГИДРОПРЕСС». 2007.
172. Отчет по результатам эксперимента и его анализу. Эксперимент 8 // Проект TACIS R2.02/02. Инв. № 320–Пр–669. ЗАО «НПО «ГИДРОПРЕСС». 2007.
173. Отчет по результатам эксперимента и его анализу. Эксперимент 9 // Проект TACIS R2.02/02. Инв. № 320–Пр–670. ЗАО «НПО «ГИДРОПРЕСС». 2007.
174. Böttcher M. Detailed CFX–5 study of the coolant mixing within the reactor pressure vessel of a VVER–1000 reactor during a non–symmetrical heat–up test // Nuclear Engineering and Design. 2008. V. 238. № 3. P. 445–452.
175. Sánchez V., Jaeger W., Böttcher M., Ivanov K., Stieglitz R.. Validation and qualification of advanced thermal hydraulic and safety analysis tools for the safety assessment of VVER–1000 reactors // 7th International Conference "Safety assurance of NPP with WWER", 17–20 May 2011. Podolsk. Russia. Paper mntk2011–011, 17 p.
176. Юдов Ю.В., Румянцев С.Н., Чепилко С.С., Кастерин Д.С. Верификация расчетного кода КОРСАР/CFD по экспериментальным данным с перемешиванием бора на модели реактора ВВЭР–1000 / /10я Международная научно – техническая конференция "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 16–19 мая 2017 г. Подольск. Доклад mntk2017–095. 12 с.
177. Кастерин Д.С., Румянцев С.Н., Чепилко С.С., Юдов Ю.В. Расчетный анализ эксперимента с перемешиванием пробки деборированной воды на модели реактора ВВЭР–1000 по системному коду КОРСАР/CFD // Сборник тезисов докладов 13ой Международной научно–практической конференции по атомной энергетике "Безопасность. Эффективность. Ресурс", 3–6 октября 2017, г. Севастополь. С. 106–108.
178. Юдов Ю.В., Румянцев С.Н., Чепилко С.С, Кастерин Д.С. Расчеты по коду КОРСАР/CFD процессов перемешивания пробки конденсата при пуске циркуляционного насоса в модели реактора ВВЭР–1000 на стенде ОКБ "ГИДРОПРЕСС" // Технологии обеспечения

жизненного цикла ядерных энергетических установок: научно–технический сборник. 2020. № 1 (19). С. 40–53.

179. Moretti F., Melideo D., Del Nevo A., D'Auria F., Höhne T., Lisenkov E. CFD analysis of a slug mixing experiment conducted on a VVER–1000 model // Science and Technology of Nuclear Installations. 2009. V. 2009. Article ID 436218. 12 p.

180. Bucalossi A., Moretti F., Melideo D., Del Nevo A., D'Auria F., Höhne T., Lisenkov E., Gallory D. Experimental investigation of in–vessel mixing phenomena in a VVER–1000 scaled test facility during unsteady asymmetric transients // Nuclear Engineering and Design. 2001. V. 241. P. 3068–3075.

181. Юдов Ю.В., Румянцев С.Н., Чепилко С.С. Расчетные исследования растекания теплоносителя в кольцевой камере при радиальном вводе через патрубок // Технологии обеспечения жизненного цикла ядерных энергетических установок: научно–технический сборник. 2020. № 3 (21). С. 32–41.

182. Юдов Ю.В., Румянцев С.Н., Чепилко С.С. Расчеты по коду КОРСАР/CFD процессов перемешивания в модели реактора ВВЭР–1000 стенда ОКБ «ГИДРОПРЕСС» при функционировании различного количества циркуляционных насосов // Технологии обеспечения жизненного цикла ядерных энергетических установок: научно–технический сборник. 2020. № 4 (22). С. 26–41.

183. Юдов Ю.В., Петкевич И.Г, В.Г. Артемов В.Г., Кастерин Д.С., Румянцев С.Н. Трехмерное моделирование напорной камеры реактора ВВЭР–1000 в режимах с несимметричной работой петель с помощью расчетного кода КОРСАР/CFD // Теплоэнергетика. 2019. №11. С. 91–101.

184. Kolev N., Aniel S., Royer E., Bieder U., Popov D., Topalov Ts. VVER–1000 coolant transient benchmark (V1000CT). Volume II: Specifications of the VVER–1000 vessel mixing problems. NEA/NSC/DOC. 2004.

185. Волков В.Ю., Голибродо Л.А., Крутиков А.А., Кудрявцев О.В., Надинский Ю.Н., Скибин А.П. Применение результатов CFD расчета первого контура ВВЭР для получения исходных данных теплогидравлических расчетов // 11я Международная научно–техническая конференция "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 21–24 мая 2019. г. Подольск. Доклад mntk 2019–086. 18 с.

186. Программное средство САПФИР_95&RC_ВВЭР.2. Аттестационный паспорт программного средства № 321 от 18.04.2013. Федеральная служба по экологическому, технологическому и атомному надзору (Ростехнадзор).

187. Программное средство САПФИР_95.1. Аттестационный паспорт программного средства № 390 от 16.12.2015. Федеральная служба по экологическому, технологическому и атомному надзору (Ростехнадзор).
188. Юдов Ю.В., Данилов И.Г., Чепилко С.С., Кастерин Д.С. Моделирование пространственных нейтронно–физических и теплогидравлических процессов с помощью расчетного кода КОРСАР/CFD // Сборник тезисов докладов межотраслевого научно–технического семинара "Моделирование динамики ЯЭУ" (разработка программных средств, верификация, оценка точности расчета), 5–7 июня 2018. г. Сосновый Бор. С. 37.
189. Юдов Ю.В., Петкевич И.Г, Артемов В.Г., Кастерин Д.С., Румянцев С.Н. Моделирование режимов РУ ВВЭР–1000 при несимметричной работе петель с помощью расчетного кода КОРСАР/CFD // 11я Международная научно–техническая конференция "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 21–24 мая 2019. г. Подольск. Доклад mntk 2019–063. 18 с.
190. Юдов Ю.В., Петкевич И.Г, В.Г. Артемов В.Г. Кросс–верификация 1–D и 3–D моделей напорной камеры реактора ВВЭР–1000 расчетного кода КОРСАР/CFD по режимам с несимметричной работой петель // Теплоэнергетика. 2019. №12. С 97–104.
191. Юдов Ю.В. Разработка алгоритма DNS и его программная реализация применительно к течению однофазного теплоносителя в каналах с произвольным поперечным сечением // Отчет о НИР. Инв. № Т–1377. НИТИ. 2005.
192. Yudov Yu. Calculation of inter–subchannel turbulent mixing rate and heat transfer in a triangular–arrayed rod bundle using direct numerical simulation // The 14th International Conference on Nuclear Engineering (ICONE–14), 17–20 July 2006. Miami. USA. Paper ICONE–14–89111.7 p.
193. Юдов Ю.В. Численное моделирование теплогидравлических характеристик ТВС на основе методов DNS // 5я Международная научно – техническая конференция "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 29 мая –1 июня 2007 г., г. Подольск. Доклад f75. 12 с.
194. Yudov Yu. Using DNS methods for numerical simulation of thermal–hydraulic effects in fuel rod bundles // The 17th Symposium of AER on VVER reactor physics and reactor safety, 24–28 September 2007. Yalta. Ukraine. Technical Programme and Book of Abstracts. P. 42.
195. Юдов Ю.В. Прямое численное моделирование турбулентных потоков в тепловыделяющих сборках ядерных реакторов // Математическое моделирование. 2010. Т. 22. № 8. С. 145–160.
196. Юдов Ю.В. Расчет коэффициентов турбулентного перемешивания, трения и теплообмена тепловыделяющей сборки с помощью первой версии кода DINUS //Отчет о НИР. Инв. № Т–1839. НИТИ. 2010.

197. Yudov Yu. Using the DINUS code for direct numerical simulation of hydrodynamic processes in VVER–440 fuel rod bundles // CFD4NRS–4 OECD/NEA and IAEA Workshop "Experimental validation and application of CFD and CMFD codes in nuclear reactor technology", 10–12 September 2012. Daejeon. Korea. Paper S05#3, 9 p.
198. Юдов Ю.В. Прямое численное моделирование турбулентных потоков в тепловыделяющих сборках реактора ВВЭР–440 // Математическое моделирование. 2013. Т. 25. № 10. С. 97–107.
199. Разработка методики определения локальных теплогидравлических характеристик при течении однофазного теплоносителя в межтвэльном пространстве активной зоны ВВЭР на основе программных средств DNS // Техническое задание. Инв. № Т–1341. НИТИ. 2005.
200. Thompson J. (Ed.) Numerical grid generation. // Applied Mathematics and Computation. 1982. V. 10, 11. Proceedings of Symposium on the numerical generation of curvilinear coordinate systems and their use in the numerical solution of partial differential equations, 13–16 April 1982. Nashville. USA. 909 p.
201. Thompson J., Warsi Z., Mastin C. Numerical grid generation. – Amsterdam: Elsevier Science Publishing Co. 1985. 483 p.
202. Rai M., Moin P. Direct simulations of turbulent flow using finite–difference schemes // Journal of Computational Physics. 1991. V. 96. P. 15–53.
203. Le H., Moin P. An improvement of fractional step methods for incompressible Navier–Stokes equations // Journal of Computational Phisics. 1991. V. 92. P. 369–379.
204. Zang Y., Street R., Koseff J. A non–staggered grid, fractional step method for time–dependent incompressible Navier–Stokes equations in curvilinear coordinates // Journal of Computational Physics. 1994. V. 114. P. 18–33.
205. Юдов Ю.В., Владимиров А.В. Параллельный алгоритм расчета трехмерного поля давления при моделировании пространственных теплогидравлических процессов // 5^{я} Международная научно – техническая конференция "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", 29 мая –1 июня 2007 г., г. Подольск. Доклад f74. 10 с.
206. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука. 1978. 592 с.
207. Кириллов П.Л., Юрьев Ю.С., Бобков В.П. Справочник по теплогидравлическим расчетам (ядерные реакторы, теплообменники, парогенераторы). – М.: Энергоатомиздат. 1990. 360с.
208. Андерсон Д., Таннехилл Д., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. – М.: Мир. 1990. Т. 1. 384 с.

209. Misawa T., Maekawa I., Ninokata H. Calculation of heat transfer coefficients on a flat plate by pseudo direct numerical simulation of turbulence //Journal of Nuclear Scince and Technology. 2003. V. 40. № 10. P. 703–707.

210. Kim J, Moin P., Moser R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number // Journal of Fluid Mechanics. 1987. V. 177. P. 113–166.

211. Debusschere D., Rutland C. Turbulent scalar transport mechanisms in plane channel and Couette flows // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2004. V. 47. P. 1771–1781.

212. Krauss T., Meyer L. Experimental investigation of turbulent transport of momentum and energy in a heated rod bundle // Nuclear Engineering and Design. 1998. V. 180. P. 185–206

213. Lestinen V., Gango P. Experimental and numerical studies of the flow field characteristics of VVER–440 fuel assembly // The 9th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal–Hydraulics (NURETH–9), October 3–8 1999. San Francisco. USA. Paper log058. 27 p.

214. Rautaheimo P., Salminem E., Siikonen T., Hyvarinen J. Turbulent mixing between VVER–440 fuell bundle subchannels: a CFD study // The 9th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal–Hydraulics (NURETH–9), October 3–8 1999. San Francisco. USA. Paper log260. 24 p.

215. Cheng X., Tak N.I. CFD analysis of thermal–hydraulic behavior of heavy liquid metals in sub–channels // Nuclear Engineering and Design. 2006. V. 236. P. 1874–1885.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Элементы матрицы А системы уравнений (2.20)

$$A_{1,1} = \frac{V}{\Delta t}\varphi_g^n\left(\frac{\partial\rho_g}{\partial h_g}\right)^n + \rho_f^n\sum_{n=1}^{N_n}B_n^n\left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial h_g}\right)^n;$$

$$A_{1,2} = \frac{V}{\Delta t}\varphi_f^n\left(\frac{\partial\rho_f}{\partial h_f}\right)^n + \rho_f^n\sum_{n=1}^{N_n}B_n^n\left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial h_f}\right)^n;$$

$$A_{1,3} = \frac{V}{\Delta t}\left(\rho_g^n - \rho_f^n\right);$$

$$A_{1,4} = \frac{V}{\Delta t}\left[\varphi_g^n\left(\frac{\partial\rho_g}{\partial P}\right)^n + \varphi_f^n\left(\frac{\partial\rho_f}{\partial P}\right)^n\right] + \rho_f^n\sum_{n=1}^{N_n}B_n^n\left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial P}\right)^n;$$

$$A_{1,4+n} = \frac{V}{\Delta t}\varphi_g^n\left(\frac{\partial\rho_g}{\partial X_{ng}}\right)^n + B_n^n\left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial X_{ng}}\right)^n;$$

$$A_{2,1} = A_{1,1} - \frac{2}{\left(h_{vi}^n - h_{fi}^n\right)}\left\{\left(\alpha_{gi}F_i\right)^n\cdot\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial h_g}\right)^n - \left(\frac{\partial T_i}{\partial h_g}\right)^n\right] -\right.$$

$$\left. -\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n\left(\frac{\partial T_i}{\partial h_g}\right)^n\right\} - \frac{2\left(\alpha F\right)_{metg}^n}{\left(h_v^n - h'\left(P_v^n\right)\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial h_g}\right)^n - \left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial h_g}\right)^n\right];$$

$$A_{2,2} = -\frac{V}{\Delta t}\varphi_f^n\left(\frac{\partial\rho_f}{\partial h_f}\right)^n + \rho_f^n\sum_{n=1}^{N_n}B_n^n\left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial h_f}\right)^n - 2\left[\frac{\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n}{\left(h_{vi}^n - h_{fi}^n\right)} + \frac{\left(\alpha F\right)_{metf}^n}{\left(h''\left(P^n\right) - h_f^n\right)}\right]\left(\frac{\partial T_f}{\partial h_f}\right)^n +$$

$$+\frac{2}{\left(h_{vi}^n - h_{fi}^n\right)}\left[\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n + \left(\alpha_{gi}F_i\right)^n\right]\left(\frac{\partial T_i}{\partial h_f}\right)^n;$$

$$A_{2,3} = \frac{V}{\Delta t}\left(\rho_g^n + \rho_f^n\right) - \frac{2}{\left(h_{vi}^n - h_{fi}^n\right)}\left(\frac{\partial Q_{fi}}{\partial\varphi_g}\right)^n;$$

$$A_{2,4} = \frac{V}{\Delta t}\left[\varphi_g^n\left(\frac{\partial\rho_g}{\partial P}\right)^n - \varphi_f^n\left(\frac{\partial\rho_f}{\partial P}\right)^n\right] - \frac{2}{\left(h_{vi}^n - h_{fi}^n\right)}\left\{\left(\alpha_{gi}F_i\right)^n \times\right.$$

$$\left.\times\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial P}\right)^n - \left(\frac{\partial T_i}{\partial P}\right)^n\right] + \left(\alpha_{fi}F_i\right)^n\left[\left(\frac{\partial T_f}{\partial P}\right)^n - \left(\frac{\partial T_i}{\partial P}\right)^n\right]\right\} - \frac{2\left(\alpha F\right)_{metf}^n}{\left(h''\left(P^n\right) - h_f^n\right)}\left[\left(\frac{\partial T_f}{\partial P}\right)^n - \left(\frac{dT_s}{dP}\right)^n\right] -$$

$$-\frac{2\left(\alpha F\right)_{metg}^n}{\left(h_v^n - h'\left(P_v^n\right)\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial P}\right)^n - \left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial P}\right)^n\right] + \rho_f^n\sum_{n=1}^{N_n}B_n^n\left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial P}\right)^n;$$

$$A_{2,4+n} = A_{1,4+n} - \frac{2}{\left(h_{vi}^{n} - h_{fi}^{n}\right)}\left\{\left(\alpha_{gi}F_i\right)^n \left(\frac{\partial T_g}{\partial X_{ng}}\right)^n - \right.$$

$$\left. -\left[\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n + \left(\alpha_{gi}F_i\right)^n\right]\left(\frac{\partial T_i}{\partial X_{ng}}\right)^n\right\} -$$

$$- \frac{2\left(\alpha F\right)_{metg}^{n}}{\left(h_{v}^{n} - h'\left(P_{v}^{n}\right)\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial X_{ng}}\right)^n - \left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial X_{ng}}\right)^n\right];$$

$$A_{3,1} = \frac{V}{\Delta t}\left[\left(\varphi_g h_g\right)^n \left(\frac{\partial \rho_g}{\partial h_g}\right)^n + \left(\varphi_g \rho_g\right)^n\right] - \frac{\left(\alpha_{gi}F_i\right)^n h_{fi}^{n}}{\left(h_{vi}^{n} - h_{fi}^{n}\right)} \times$$

$$\times \left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial h_g}\right)^n - \left(\frac{\partial T_i}{\partial h_g}\right)^n\right] + \frac{\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n h_{vi}^{n}}{\left(h_{vi}^{n} - h_{fi}^{n}\right)}\left(\frac{\partial T_i}{\partial h_g}\right)^n - \frac{\left(\alpha F\right)_{metg}^{n} h'\left(P_{v}^{n}\right)}{\left(h_{v}^{n} - h'\left(P_{v}^{n}\right)\right)} \times$$

$$\times \left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial h_g}\right)^n - \left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial h_g}\right)^n\right] + \rho_f^n \sum_{n=1}^{N_n}\left(B_n h_{ni}\right)^n \left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial h_g}\right)^n;$$

$$A_{3,2} = -\frac{\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n h_{vi}^{n}}{\left(h_{vi}^{n} - h_{fi}^{n}\right)}\left[\left(\frac{\partial T_f}{\partial h_f}\right)^n - \left(\frac{\partial T_i}{\partial h_f}\right)^n\right] + \frac{\left(\alpha_{gi}F_i\right)^n h_{fi}^{n}}{\left(h_{vi}^{n} - h_{fi}^{n}\right)}\left(\frac{\partial T_i}{\partial h_f}\right)^n -$$

$$- \frac{\left(\alpha F\right)_{metf}^{n} h''\left(P^n\right)}{\left(h''\left(P^n\right) - h_{f}^{n}\right)}\left(\frac{\partial T_f}{\partial h_f}\right)^n + \rho_f^n \sum_{n=1}^{N_n}\left(B_n h_{ni}\right)^n \left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial h_f}\right)^n;$$

$$A_{3,3} = \frac{V}{\Delta t}\left(\rho_g h_g\right)^n - \frac{h_{vi}^{n}}{\left(h_{vi}^{n} - h_{fi}^{n}\right)}\left(\frac{\partial Q_{fi}}{\partial \varphi_g}\right)^n;$$

$$A_{3,4} = \frac{V}{\Delta t}\varphi_g^n\left[h_g^n\left(\frac{\partial \rho_g}{\partial P}\right)^n - 1\right] - \frac{\left(\alpha_{gi}F_i\right)^n h_{fi}^{n}}{\left(h_{vi}^{n} - h_{fi}^{n}\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial P}\right)^n - \left(\frac{\partial T_i}{\partial P}\right)^n\right] -$$

$$- \frac{\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n h_{vi}^{n}}{\left(h_{vi}^{n} - h_{fi}^{n}\right)}\left[\left(\frac{\partial T_f}{\partial P}\right)^n - \left(\frac{\partial T_i}{\partial P}\right)^n\right] -$$

$$- \frac{\left(\alpha F\right)_{metf}^{n} h''\left(P^n\right)}{\left(h''\left(P^n\right) - h_{f}^{n}\right)}\left[\left(\frac{\partial T_f}{\partial P}\right)^n - \left(\frac{dT_s}{dP}\right)^n\right] -$$

$$- \frac{\left(\alpha F\right)_{metg}^{n} h'\left(P_{v}^{n}\right)}{\left(h_{v}^{n} - h'\left(P_{v}^{n}\right)\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial P}\right)^n - \left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial P}\right)^n\right] + \rho_f^n \sum_{n=1}^{N_n}\left(B_n h_{ni}\right)^n \left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial P}\right)^n;$$

$$A_{3,4+n}=\frac{V}{\Delta t}\left(\varphi_g h_g\right)^n\left(\frac{\partial\rho_g}{\partial X_{ng}}\right)^n-\frac{\left(\alpha_{gi}F_i\right)^n h_{fi}^n}{\left(h_{vi}^n-h_{fi}^n\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial X_{ng}}\right)^n-\left(\frac{\partial T_i}{\partial X_{ng}}\right)^n\right]+$$

$$+\frac{\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n\cdot h_{vi}^n}{\left(h_{vi}^n-h_{fi}^n\right)}\left(\frac{\partial T_i}{\partial X_{ng}}\right)^n-\frac{(\alpha F)_{metg}^n h'\left(P_v^n\right)}{\left(h_v^n-h'\left(P_v^n\right)\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial X_{ng}}\right)^n-\left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial X_{ng}}\right)^n\right]+$$

$$+\rho_f^n\sum_{n=1}^{N_n}\left(B_n h_{ni}\right)^n\left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial X_{ng}}\right)^n;$$

$$A_{4,1}=\frac{\left(\alpha_{gi}F_i\right)^n h_{fi}^n}{\left(h_{vi}^n-h_{fi}^n\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial h_g}\right)^n-\left(\frac{\partial T_i}{\partial h_g}\right)^n\right]-$$

$$-\frac{\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n\cdot h_{vi}^n}{\left(h_{vi}^n-h_{fi}^n\right)}\left(\frac{\partial T_i}{\partial h_g}\right)^n+\frac{(\alpha F)_{metg}^n h'\left(P_v^n\right)}{\left(h_v^n-h'\left(P_v^n\right)\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial h_g}\right)^n-\left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial h_g}\right)^n\right];$$

$$A_{4,2}=\frac{V}{\Delta t}\left[\left(\varphi_f h_f\right)^n\left(\frac{\partial\rho_f}{\partial h_f}\right)^n+\left(\varphi_f\rho_f\right)^n\right]+$$

$$+\left[\frac{\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n h_{vi}^n}{\left(h_{vi}^n-h_{fi}^n\right)}+\frac{(\alpha F)_{metf}^n h''\left(P^n\right)}{\left(h''\left(P^n\right)-h_f^n\right)}\right]\left(\frac{\partial T_f}{\partial h_f}\right)^n-$$

$$-\frac{\left[\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n h_{vi}^n+\left(\alpha_{gi}F_i\right)^n h_{fi}^n\right]}{\left(h_{vi}^n-h_{fi}^n\right)}\left(\frac{\partial T_i}{\partial h_f}\right)^n;$$

$$A_{4,3}=-\frac{V}{\Delta t}\left(\rho_f h_f\right)^n+\frac{h_{vi}^n}{\left(h_{vi}^n-h_{fi}^n\right)}\left(\frac{\partial Q_{fi}}{\partial\varphi_g}\right)^n;$$

$$A_{4,4}=\frac{V}{\Delta t}\varphi_f^n\left[h_f^n\left(\frac{\partial\rho_f}{\partial P}\right)^n-1\right]+\frac{\left(\alpha_{gi}F_i\right)^n h_{fi}^n}{\left(h_{vi}^n-h_{fi}^n\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial P}\right)^n-\left(\frac{\partial T_i}{\partial P}\right)^n\right]+$$

$$+\frac{\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n h_{vi}^n}{\left(h_{vi}^n-h_{fi}^n\right)}\left[\left(\frac{\partial T_f}{\partial P}\right)^n-\left(\frac{\partial T_i}{\partial P}\right)^n\right]+$$

$$+\frac{(\alpha F)_{metf}^n h''\left(P^n\right)}{\left(h''\left(P^n\right)-h_f^n\right)}\left[\left(\frac{\partial T_f}{\partial P}\right)^n-\left(\frac{dT_s}{dP}\right)^n\right]+$$

$$+\frac{(\alpha F)_{metg}^n h'\left(P_v^n\right)}{\left(h_v^n-h'\left(P_v^n\right)\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial P}\right)^n-\left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial P}\right)^n\right];$$

$$A_{4,4+n}=\frac{\left(\alpha_{gi}F_i\right)^n h_{fi}^n}{\left(h_{vi}^n-h_{fi}^n\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial X_{ng}}\right)^n-\left(\frac{\partial T_i}{\partial X_{ng}}\right)^n\right]-$$

$$-\frac{\left(\alpha_{fi}F_i\right)^n h_{vi}^n}{\left(h_{vi}^n-h_{fi}^n\right)}\cdot\left(\frac{\partial T_i}{\partial X_{ng}}\right)^n+\frac{\left(\alpha F\right)_{metg}^n h'\left(P_v^n\right)}{\left(h_v^n-h'\left(P_v^n\right)\right)}\left[\left(\frac{\partial T_g}{\partial X_{ng}}\right)^n-\left(\frac{\partial T_{sv}}{\partial X_{ng}}\right)^n\right];$$

$$A_{4+n,1}=\frac{V}{\Delta t}\left(\varphi_g X_{ng}\right)^n\left(\frac{\partial\rho_g}{\partial h_g}\right)^n+\left(B_n\rho_f\right)^n\left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial h_g}\right)^n;$$

$$A_{4+n,2}=\left(B_n\rho_f\right)^n\left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial h_f}\right)^n;$$

$$A_{4+n,3}=\frac{V}{\Delta t}\left(\rho_g X_{ng}\right)^n;$$

$$A_{4+n,4}=\frac{V}{\Delta t}\left(\varphi_g X_{ng}\right)^n\left(\frac{\partial\rho_g}{\partial P}\right)^n+\left(B_n\rho_f\right)^n\left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial P}\right)^n;$$

$$A_{4+n,4+k}=\frac{V}{\Delta t}\left[\left(\varphi_g X_{ng}\right)^n\left(\frac{\partial\rho_g}{\partial X_{kg}}\right)^n+\left(\varphi_g\rho_g\right)^n\right]+\left(B_n\rho_f\right)^n\left(\frac{\partial X_{nfe}}{\partial X_{kg}}\right)^n.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Элементы матрицы W_j системы уравнений (2.30)

$$W_{11,j}=\Delta z_j\frac{\left(\underline{\underline{\varphi}}_g\underline{\underline{\rho}}_g\right)_j^n}{\Delta t}+\left(f_{wg}+f_i+GEN\right)_j^n-\underline{\underline{\varphi}}_{g,j}^n\left(\frac{\partial H_{pump}}{\partial Q}\right)_j^n\left(\underline{\varphi}_g^n A\right)_j;$$

$$W_{12,j}=\left(-f_i-GEN\right)_j^n-\underline{\underline{\varphi}}_{g,j}^n\left(\frac{\partial H_{pump}}{\partial Q}\right)_j^n\left(\underline{\varphi}_f^n A\right)_j;$$

$$W_{21,j}=\left(-f_i+CON\right)_j^n-\underline{\underline{\varphi}}_{f,j}^n\left(\frac{\partial H_{pump}}{\partial Q}\right)_j^n\left(\underline{\varphi}_g^n A\right)_j;$$

$$W_{22,j}=\Delta z_j\frac{\left(\underline{\underline{\varphi}}_f\underline{\underline{\rho}}_f\right)_j^n}{\Delta t}+\left(f_{wf}+f_i-CON\right)_j^n-\underline{\underline{\varphi}}_{f,j}^n\left(\frac{\partial H_{pump}}{\partial Q}\right)_j^n\left(\underline{\varphi}_f^n A\right)_j;$$

$$C_{1,j}=\Delta z_j\left(\underline{\underline{\varphi}}_g\underline{\underline{\rho}}_g\right)_j^n\frac{W_{g,j}^n}{\Delta t}+\Delta z_j\left(\underline{\underline{\varphi}}_g\underline{\underline{\rho}}_g\right)_j^n\cdot g_{z,j}-\Delta J_{wg,j}^n+$$

$$+\underline{\underline{\varphi}}_{g,j}^n\left[H_{pump,j}^n-\left(\frac{\partial H_{pump,j}}{\partial Q}\right)_j^n\left(W_g\underline{\varphi}_g+W_f\underline{\varphi}_f\right)_j^n A_j\right];$$

$$C_{2,j}=\Delta z_j\left(\underline{\underline{\varphi}}_f\underline{\underline{\rho}}_f\right)_j^n\frac{W_{f,j}^n}{\Delta t}+\Delta z_j\left(\underline{\underline{\varphi}}_f\underline{\underline{\rho}}_f\right)_j^n\cdot g_{z,j}-\Delta J_{wf,j}^n+$$

$$+\underline{\underline{\varphi}}_{f,j}^n\left[H_{pump,j}^n-\left(\frac{\partial H_{pump,j}}{\partial Q}\right)_j^n\left(W_g\underline{\varphi}_g+W_f\underline{\varphi}_f\right)_j^n A_j\right];$$

$$+\underline{\underline{\varphi}}_{f,j}^n\left[H_{pump,j}^n-\left(\frac{\partial H_{pump,j}}{\partial Q}\right)_j^n\left(W_g\underline{\varphi}_g+W_f\underline{\varphi}_f\right)_j^n A_j\right];$$

$$D_{1,j}=\underline{\underline{\varphi}}_{g,j}^n;\quad D_{2,j}=\underline{\underline{\varphi}}_{f,j}^n.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Коэффициенты схемы SDPUS–C1 (3.21) для неравномерной сетки

$a_6 = \left(C\left(\lambda\tilde{x}_c^4 - A - 2\lambda\tilde{x}_c^3\right) + B + \lambda\left(6\tilde{x}_c^2 - 4\tilde{x}_c^3\right)\right)/D$;

$a_5 = \left(A + \lambda\left(2\tilde{x}_c^3 - \tilde{x}_c^4\right) - a_6\left(\tilde{x}_c^6 - 3\tilde{x}_c^4 + 2\tilde{x}_c^3\right)\right)/\left(\tilde{x}_c^5 - 2\tilde{x}_c^4 + \tilde{x}_c^3\right)$;

$a_4 = \lambda - 2a_5 - 3a_6$;

$a_3 = -\lambda - a_4 - a_5 - a_6$;

$a_2 = \lambda$;

$a_1 = 0$;

$A = \tilde{x}_f - \tilde{x}_c - \lambda\tilde{x}_c^2$;

$B = \tilde{x}_f(1 - \tilde{x}_f)/(\tilde{x}_c(1 - \tilde{x}_c)) - 2\lambda\tilde{x}_c - 1$;

$C = \left(5\tilde{x}_c^2 - 8\tilde{x}_c + 3\right)/\left(\tilde{x}_c^3 - 2\tilde{x}_c^2 + \tilde{x}_c\right)$;

$D = -C \cdot \tilde{x}_c^6 + 6\tilde{x}_c^5 + 3C\tilde{x}_c^4 - (12 + 2C)\tilde{x}_c^3 + 6\tilde{x}_c^2$.

СПИСОК ИЛЛЮСТРАЦИЙ